

УДК 539.4

DOI 10.33113/mkmk.ras.2021.27.01.089_109.07

АНАЛИТИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ О ТОРООБРАЗНОМ, ЭЛЛИпсоИДАЛЬНОМ И СФЕРИЧЕСКОМ БАКЕ ПОД ВНУТРЕННИМ ДАВЛЕНИЕМ ИЗ СПЛАВА С ПАМЯТЬЮ ФОРМЫ

Бобок Д.И.

*ФГБОУ ВО «Московский авиационный институт (национальный
исследовательский университет)», г. Москва, Россия*

АННОТАЦИЯ

Работа посвящена решению задачи механики твердого деформируемого тела о торообразном баке из сплава с памятью формы (СПФ) под внутренним давлением в ходе прямого термоупругого мартенситного фазового превращения под действием постоянного давления. В качестве частных случаев рассмотрена оболочка с круглым сечением, а также эллипсоидальный и сферический бак. Для сферического бака решена задача релаксации при прямом превращении, где требовалось определить необходимое уменьшение равномерно распределенной нагрузки в процессе охлаждения в ходе прямого термоупругого фазового превращения так, чтобы прогиб оболочки оставался неизменным.

Поведение оболочки описывалось в рамках модели линейного деформирования СПФ при фазовых превращениях и теории тонких изотропных оболочек. Также задача решалась в рамках несвязанной постановки задачи, то есть, распределение параметра фазового состава и температуры по материалу оболочки в каждый момент времени предполагалось равномерным. Аналогично пренебрегалось возможностью структурного превращения в материале оболочки, переменностью упругих модулей при фазовом переходе и свойством разносопротивляемости СПФ.

Для получения аналитического решения всех уравнений краевой задачи применялся метод преобразования Лапласа по величине объемной доли мартенситной фазы. После преобразования в пространстве изображений получается эквивалентная упругая задача. При решении этой задачи образы по Лапласу искомых величин получаются в виде аналитических выражений, включающих операторы, являющиеся образами по Лапласу от упругих постоянных. Эти выражения являются дробно-рациональными функциями образа по Лапласу от параметра фазового состава. Для возвращения в пространство оригиналов производится разложение выражений для искомых величин в пространстве изображений на простые дроби. В результате обращения этих дробей получаются искомые аналитические решения.

Ключевые слова: сплавы с памятью формы; прямое превращение; релаксация; тонкие оболочки; торообразные оболочки; эллипсоидальный бак; сферический бак; бак под давлением; безмоментное напряженное состояние; линейная модель

ANALYTICAL SOLUTION OF THE PROBLEM OF A TOROIDAL, ELLIPSOIDAL AND SPHERICAL TANK MADE OF SHAPE MEMORY ALLOY UNDER INTERNAL PRESSURE

Bobok D.I.

Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, Russia

ABSTRACT

The paper focuses on solving the problem of mechanics of a solid deformable body about a toroidal tank made of shape memory alloy (SMA) under internal pressure during a direct thermoelastic martensitic phase transformation under constant pressure. As special cases, a shell with a circular cross-section, as well as an ellipsoidal and spherical tank are considered. For a spherical tank, the problem of relaxation under direct transformation was solved, where it was necessary to determine the necessary decrease in the uniformly distributed load during cooling during direct thermoelastic phase transformation so that the deflection of the shell remained unchanged.

The behavior of the shell was described in the framework of the model of linear deformation of the SPF under phase transformations and the theory of thin isotropic shells. Also, the problem was solved within the framework of an unrelated problem statement, that is, the distribution of the phase composition and temperature parameter over the shell material at each moment of time was assumed to be uniform. Similarly, the possibility of structural transformation in the shell material, the variability of the elastic modules during the phase transition, and the property of the SPF resistivity were neglected.

To obtain an analytical solution to all the equations of the boundary value problem, the Laplace transform method was used in terms of the volume fraction of the martensitic phase. After the transformation in the image space, an equivalent elastic problem is obtained. In solving this problem, the Laplace images of the desired quantities are obtained in the form of analytical expressions that include operators that are Laplace images of elastic constants. These expressions are fractional-rational functions of the Laplace image of the phase composition parameter. To return to the original space, the expressions for the desired values in the image space are decomposed into simple fractions. As a result of the inversion of these fractions, the desired analytical solutions are obtained.

Keywords: shape memory alloys; direct transformation; relaxation; thin shells; toroidal shells; ellipsoidal tank; spherical tank; pressurized tank; momentless stress state; linear model

1. ВВЕДЕНИЕ И ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Сплавы с памятью формы (СПФ) – уникальные по своим свойствам материалы, открытые чуть более полувека назад. Ограниченное их применение в промышленности связано как с их высокой стоимостью в обработке, производстве и применении, так и в невозможности пока достаточно точно описать количественно и качественно эти самые уникальные их свойства и недостаточности развития методов решения краевых задач для конструкций, из данных материалов изготовленных. В основном подобные задачи сейчас возможно решать численными методами. Аналитическому решению пока поддаются лишь в основном одномерные задачи в весьма упрощенных постановках.

В работах [1-30] описаны различные системы определяющих уравнений для СПФ. В частности, в работах [6-8] описана достаточно простая модель линейного деформирования СПФ, опирающаяся на пренебрежение априори нелинейным явлением мартенситной неупругости и нелинейностью зависимости приращения деформации СПФ за счет прямого фазового превращения от действующих напряжений, переменностью упругих модулей СПФ при фазовых переходах, а также свойством разносопротивляемости СПФ [31].

Применяя эти системы определяющих уравнений, на сегодняшний день решен целый ряд краевых задач. Так, решены задачи кручения [32-42], задачи изгиба [43] (в частности, изгиб балок [44-51] и изгиб пластинок [52-53]). Отдельно

вопрос изгиба круглых пластин был рассмотрен в работе [54], устойчивость круглых пластин – в работах [55-56]. Также были решены осесимметричные и центрально-симметричные задачи для толстостенной сферы и толстостенного и тонкостенного цилиндра [57-64].

Данная работа по смыслу продолжает работу [64]. В ней рассмотрена тонкая безмоментная торообразная оболочка, эллиптического и кругового поперечного сечения, а также бак в форме эллипсоида вращения и сферический бак, выполненные из СПФ. Материал всех описанных оболочек претерпевает прямое термоупругое мартенситное фазовое превращение под воздействием внутреннего давления. Такие задачи в дальнейшем для краткости будем называть задачами о прямом превращении. Для сферического бака решена также задача релаксации нагрузки. Рассмотрен процесс, на первом этапе которого оболочка, материал которой находится в аустенитном состоянии, нагружается равномерным внутренним давлением. Следует определить, как должна изменяться в процессе последующего прямого превращения величина распределенной нагрузки с тем, чтобы прогиб точек оболочки не подвергался изменениям.

В обеих задачах принимается одинаковый ряд допущений. Так предполагается, что параметр фазового состава в каждый момент рассматриваемого процесса распределен равномерно по материалу. Данная гипотеза приемлема в случае медленного процесса охлаждения, обеспечивающего равномерное распределение по материалу изменяющейся со временем температуры, в рамках несвязанной постановки задачи для СПФ, при которой пренебрегается влиянием действующих напряжений на характерные температуры фазового перехода.

Помимо этого, при решении пренебрегается изменением упругих модулей в процессе фазового перехода. Решение задачи применимо как для аустенитного, так и для мартенситного значения модулей, что дает возможность получить двустороннюю оценку для искомых величин.

2. МЕТОД РЕШЕНИЯ

Задачи решаются в рамках линейной модели деформирования СПФ при фазовых переходах, предложенной в [6-8]. В [65-66] предложен метод аналитического решения краевых задач о деформировании элементов из сплавов с памятью формы при прямом фазовом превращении, основанный на преобразовании Лапласа [67] всех уравнений краевой задачи по величине объемной доли мартенситной фазы q . Установлено, что после такого преобразования полная система уравнений краевой задачи для прямого превращения в СПФ переходит в пространстве изображений в полную систему уравнений эквивалентной задачи линейной теории упругости, в определяющих соотношениях которой упругие модули являются известными функциями материальных параметров СПФ и переменной s , соответствующей в пространстве изображений переменной q .

Входящие в эти формулы параметры определяются зависимостями, приведенными в таблице 1.

Таблица 1.

Имя переменной	Значение	Имя переменной	Значение
E	$E \frac{s-a_0}{s-\beta}$	ν	$\nu \frac{s-\gamma}{s-\beta}$
β	$a_0 - \frac{2}{3}c_0E$	ν	$\frac{\beta+\gamma}{2}$
γ	$a_0 - \frac{Ec_0}{3\nu}$		

Здесь: E – модуль Юнга, ν – коэффициент Пуассона, величины a_0 и c_0 – материальные параметры определяющего соотношения для фазовой деформации при прямом превращении модели линейного деформирования СПФ при фазовых превращениях [6-8]: $\frac{d\varepsilon'_{ij}{}^{ph}}{dq} = (c_0\sigma'_{ij} + a_0\varepsilon'_{ij}{}^{ph})$, где $\varepsilon'_{ij}{}^{ph}$ – девиатор тензора фазовых деформаций, σ'_{ij} – девиатор тензора напряжений. Исходными являются решения упругих задач, изложенные в [68-71]. Искомые величины эквивалентной упругой задачи в пространстве изображений записываются в виде функций от образов упругих постоянных. В результате для этих величин получаются дробно-рациональные функции от переменной преобразования s . Эти выражения разлагаются на простые множители, после чего определяются соответствующие решения в пространстве оригиналов. В таблице 2 приведены значения параметров, необходимые для получения численных результатов.

Таблица 2.

Переменная	Значение	Переменная	Значение
a_0	0.718	χ	-3.879
c_0	$0.243 \cdot 10^{-3}$ МПа ⁻¹	β	-3.818
E	28000 МПа	ν	-3.913
ν	0.48	γ	-4.007

3. РЕШЕНИЕ В ПРОСТРАНСТВЕ ОРИГИНАЛОВ

В общем случае задача решалась для торовой оболочки эллиптического сечения с произвольными длинами полуосей. Все геометрические параметры рассматриваемой торовой оболочки указаны на рис.1. Конкретные результаты приведены для оболочки со следующими значениями геометрических параметров: $a = 2$ м, $b = 1$ м, $r_0 = 3$. С учетом всех геометрических соотношений, выражение для прогиба упругой оболочки примет следующий вид

$$w = -\frac{P}{2Ehb^2(r-r_0)} \left((a^2-b^2) \left((r^3-r^2r_0)(2-\nu) + \nu(rr_0^2-r_0^3) \right) + a^4(\nu r + \nu r_0 - r) \right) \quad (1)$$

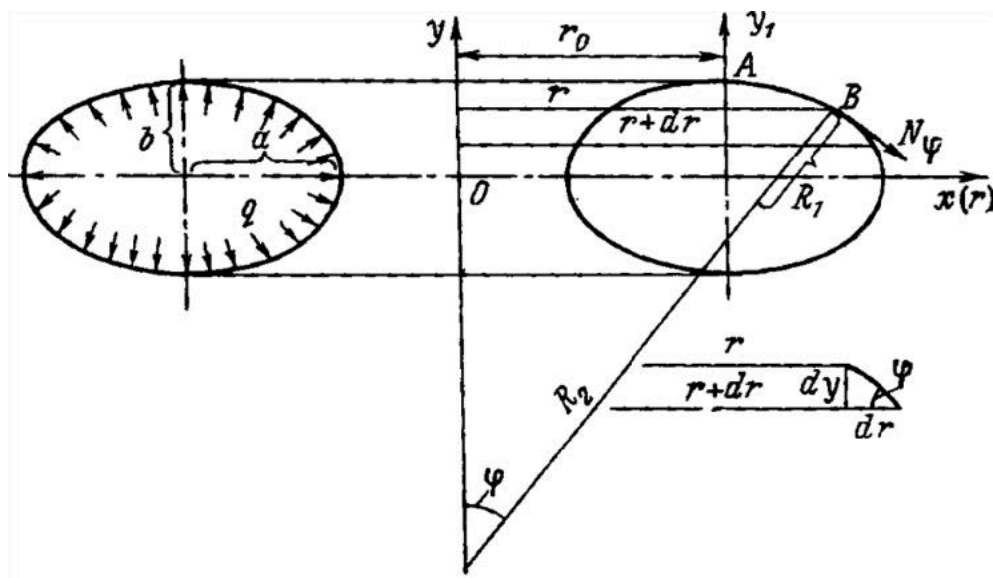


Рис.1. Торговая оболочка эллиптического поперечного сечения.

Применяя к выражению (1) преобразование Лапласа, а позже метод неопределенных коэффициентов, получим после возвращения в пространство оригиналов выражение

$$w = \frac{P}{2b^2(r-r_0)Eh} [A + Be^{a_0q}], \tag{2}$$

где неопределенные коэффициенты с учетом таблицы 2 и принятых геометрических параметров имеют значения

$$A = \frac{-6\beta r^3 + 3\gamma r^3 + 18\beta r^2 - 9\gamma r^2 + 16\beta r - 43\gamma r + 33\gamma}{a_0} =$$

$$= 15.163r^3 - 45.489r^2 + 154.893r - 184.166,$$

$$B = -\frac{(r^3 - 3r^2)(9a_0 - 6\beta + 3\gamma) + r(16\beta - 59a_0 - 43\gamma) + 33(a_0 + \gamma)}{a_0} =$$

$$= -24.163r^3 + 72.489r^2 - 95.893r + 151.166.$$

Для наглядности построенной графической зависимости отнесем полученные результаты (2) к упругому решению

$$w' = \frac{A + Be^{a_0q}}{-9r^3 - 9r^2 + 59r - 33}.$$

При построении зависимости $w(q)$ разобьем промежутки $[r_0 - a; r_0 + a]$ на четыре части и зафиксируем значения радиуса r в пяти точках. В результате получим следующие кривые (рис.2).

Если сечение рассматриваемого тора представляет собой окружность (то есть, $a = b$), то радиусы кривизны изменятся и соотношение (1) примет вид

$$w_{ymp} = \frac{pra^2}{Eh(r-r_0)} \left(\frac{1}{2} - \nu \frac{(r+r_0)}{2r} \right). \tag{3}$$

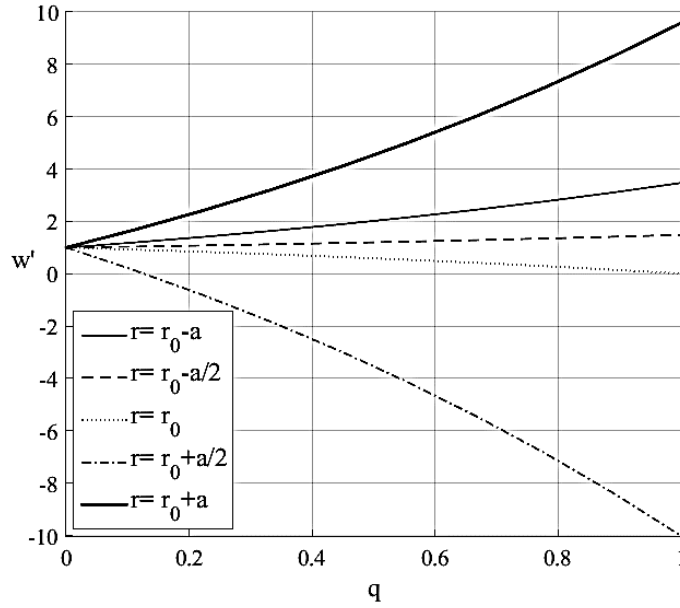


Рис.2. Зависимость прогиба от параметра фазового состава $w(q)$ для тора эллиптического поперечного сечения.

Аналогично предыдущему случаю, применим к выражению (3) преобразование Лапласа и после возвращения в пространство оригиналов получим выражение

$$w = \frac{pa^2}{2Eh(r-r_0)} [A + Be^{a_0q}], \quad (4)$$

где коэффициенты имеют следующие значения

$$A = -\frac{(\gamma vr + \gamma vr_0 - \beta r)}{a_0} = -2.639r + 2.679r_0;$$

$$B = \frac{a_0 vr - a_0 vr_0 + \gamma vr + \gamma vr_0 + a_0 r - \beta r}{a_0} = 3.159r - 3.159r_0.$$

Опять же для наглядности отнесем полученные результаты к упругому решению, то есть, (4) к (3)

$$w' = \frac{A + Be^{a_0q}}{r + \nu(r + r_0)}.$$

Главным отличием оболочки круглого сечения от эллипсоидального становится равенство двух полуосей – теперь $b = a = 2$ м. Методика построения эпюр остается аналогичной общему случаю, в результате чего получаем графические зависимости $w'(q)$ (рис.3) и $w'(r)$ (рис.4). Распределение прогиба по радиусу будет строиться в границах сечения тора – то есть, от $r_0 - a$ до $r_0 + a$.

Еще одним примечательным частным случаем является вырождение торовой оболочки в бак, имеющий форму эллипсоида вращения, сечение которого вертикальной плоскостью показано на рис.5. Получить решение для этого случая, можно положив в ранее приведенном решении $r_0 = 0$.

Тогда упругое решение для прогиба за счет изменения радиусов кривизны примет вид

$$w_{упр} = \frac{p \left[2(b^2 - a^2)r^2 + a^4 - \nu \left((b^2 - a^2)r^2 + a^4 \right) \right]}{2b^2 Eh} \tag{5}$$

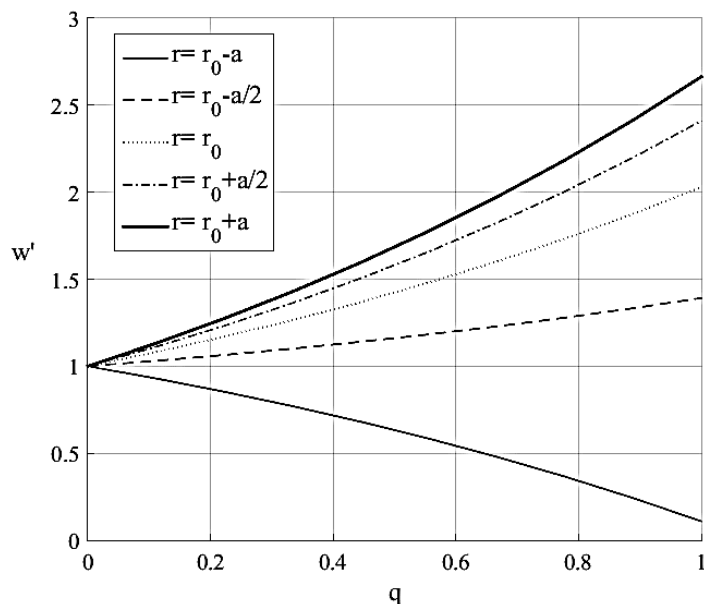


Рис.3. Зависимость прогиба от фазового состава $w(q)$ для тора круглого поперечного сечения.

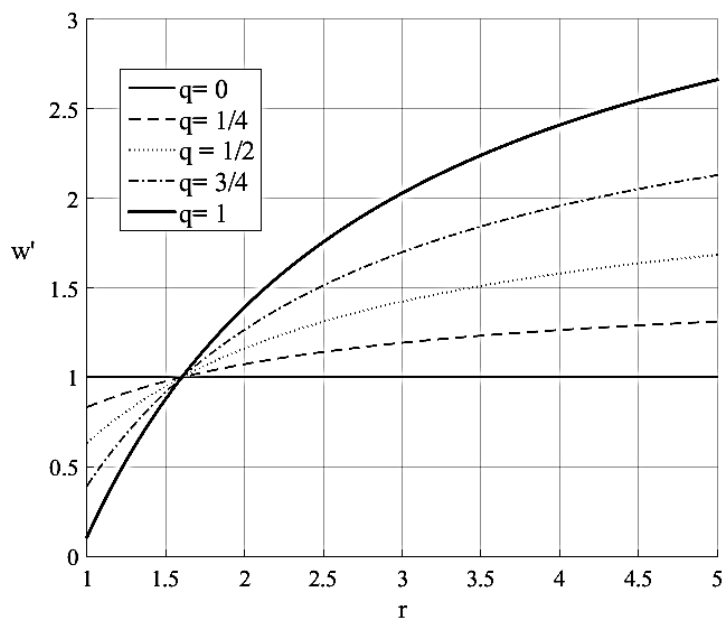


Рис.4. Распределение прогиба по радиусу $w(r)$ для тора круглого поперечного сечения.

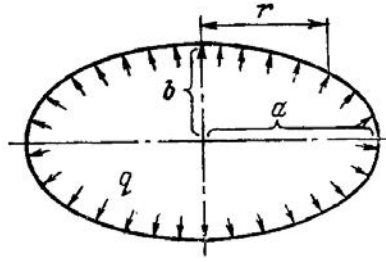


Рис.5. Бак эллипсоидального сечения.

Применяя к решению (5) преобразование Лапласа, по возвращению в пространство оригиналов получим следующее решение с данными значениями неопределенных коэффициентов

$$w = \frac{p}{2b^2hE} [A + Be^{a_0q}];$$

$$A = -\frac{a^4\gamma v - a^2\gamma v r^2 + b^2\gamma v r^2 - a^4\beta + 2a^2\beta r^2 - 2b^2\beta r^2}{a_0} =$$

$$= -2.639a^4 + 7.956a^2r^2 - 7.956b^2r^2; \quad (6)$$

$$B = \frac{1}{a_0} a^4\gamma v - a^4a_0v + a^2a_0vr^2 - a^2\gamma v r^2 - a_0b^2vr^2 + b^2\gamma v r^2 +$$

$$+ a^4a_0 - a^4\beta - 2a^2a_0r^2 + 2a^2\beta r^2 + 2a_0b^2r^2 - 2b^2\beta r^2 =$$

$$= 3.159a^4 - 9.476a^2r^2 + 9.476b^2r^2.$$

Для построения графических зависимостей рассмотрим отношение полученного решения к упругому – (6) к (5)

$$w' = \frac{A + Be^{a_0q}}{2(b^2 - a^2)r^2 + a^4 - v((b^2 - a^2)r^2 + a^4)}.$$

Будем рассматривать оболочку следующих размеров: $a = 2$ м и $b = 1$ м. Таким образом, получим эпюры $w(q)$ (рис.6) и $w(r)$ (рис.7).

Наконец, логичным завершением эволюции в форме эллипсоида вращения становится его превращение в бак сферический, когда два радиуса эллипса становятся равны друг другу. Таким образом формула (5) сводится к известной формуле для прогиба сферической оболочки под действием внутреннего давления

$$w_{\text{упр}} = \frac{pR^2}{2Eh}(1 + \nu). \quad (7)$$

Применяя к выражению (7) преобразование Лапласа и возвращаясь в пространство оригиналов, получим следующее выражение

$$w = \frac{pR^2}{2Eh} [A + Be^{a_0q}], \quad (8)$$

где $A = \frac{\gamma v + \beta}{a_0} = -7.996$ и $B = -\frac{-a_0v + \gamma v - a_0 + \beta}{a_0} = 9.476$.

Для построения зависимости $w(q)$ (рис.8) отнесем полученные результаты к упругому решению, то есть, (8) к (7)

$$w' = \frac{A + Be^{a_0q}}{1 + \nu}.$$

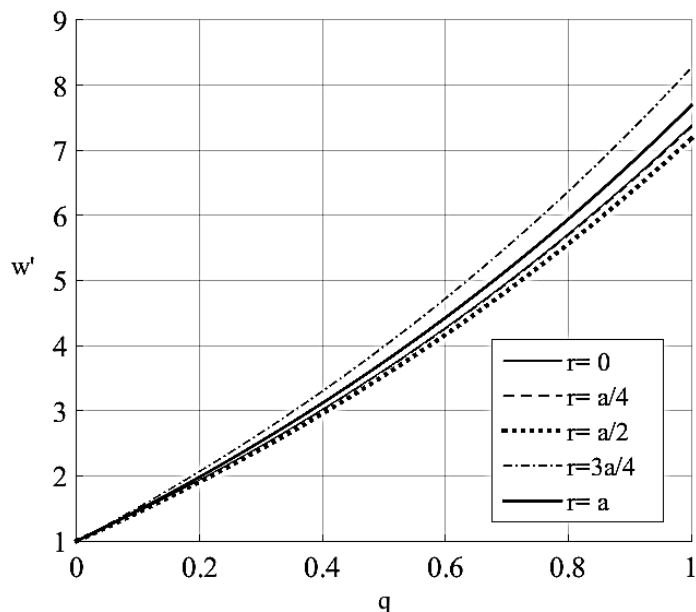


Рис.6. Зависимость прогиба от фазового состава $w(q)$ для эллипсоидального бака.

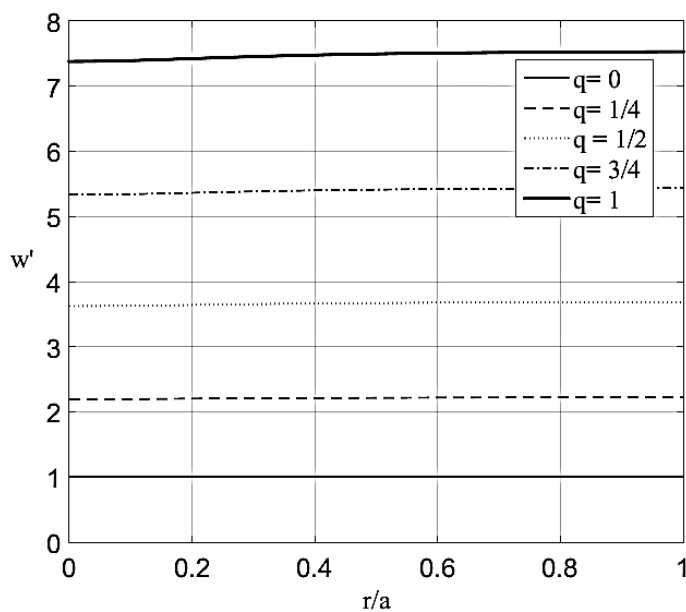


Рис.7. Распределение прогиба по радиусу $w(r)$ для эллипсоидального бака.

Также для сферической оболочки удалось получить решение для случая релаксации усилия. В упругом случае напряжение выражается следующим образом

$$p_{упр} = \frac{2wEh}{R^2(1+\nu)}. \tag{9}$$

После всех необходимых преобразований получим решение следующего вида

$$p = \frac{2wh}{R^2} [A + Be^{dq}], \tag{10}$$

где $A = \frac{a_0}{\nu} = -0.185$ и $B = -\frac{a_0 - \nu}{\nu} = 1.185$.

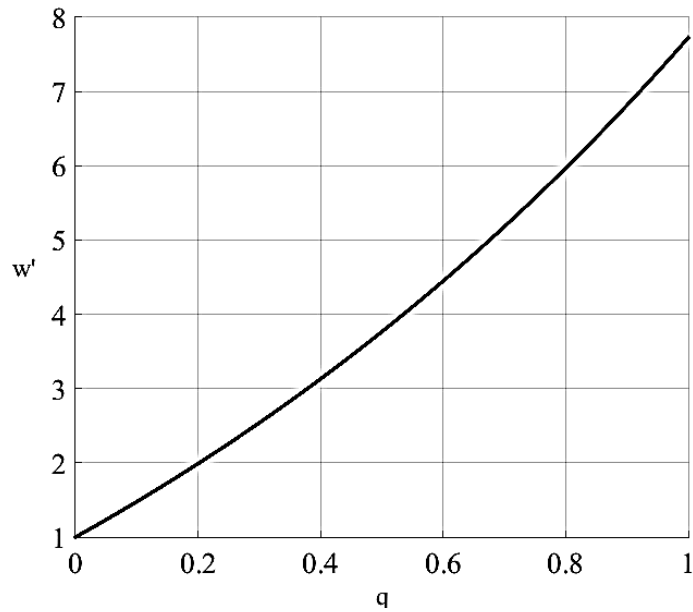


Рис.8. Зависимость прогиба от параметра фазового состава $w(q)$ для сферического бака.

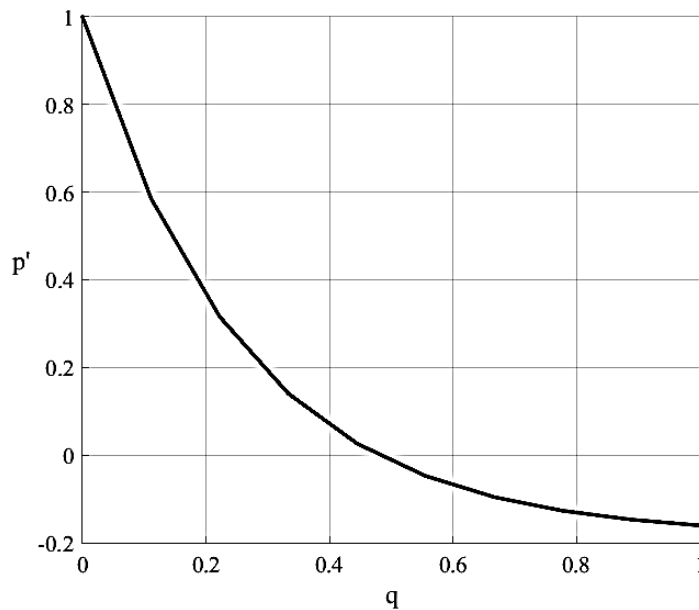


Рис.9. Зависимость усилия от фазового состава $p(q)$ в случае релаксации для сферического бака.

Опять же отнесем решение (10) к упругому (9)

$$p' = A + Be^{dq}.$$

На основании полученного соотношения построим зависимость $p(q)$ (рис.9).

Очевидно, ни прогиб сферической оболочки, ни давление в случае релаксации от радиуса не зависят, так как в любой точке оболочки одинаковы.

ВЫВОДЫ

В рамках модели линейного деформирования СПФ при фазовых превращениях исследовано поведение тонкостенной торообразной оболочки, материал которой претерпевает прямое термоупругое мартенситное превращение под действием постоянного внутреннего давления. Задача решена как для тора произвольного сечения, так и для частных случаев в виде тора круглого поперечного сечения, а также эллипсоидального и сферического бака. Установлено, что прогибы исследуемых точек оболочки в таком процессе возрастают. Для торообразных и эллипсоидальных оболочек построены зависимости прогиба от параметра фазового состава и распределение прогиба по радиусу.

Для сферического бака решена задача о поддержании фиксированной деформированной формы оболочки, заданной путем нагружения в аустенитном безмоментном состоянии и претерпевающей прямое термоупругое мартенситное превращения. Определен характер убывания внешней нагрузки, обеспечивающий неизменность формы оболочки.

ЛИТЕРАТУРА

1. Tanaka K. *A phenomenological description on thermomechanical behavior of shape memory alloys* // J. Pressure Vessel Technology. Trans. ASME. – 1990. – Vol.112. – No.2. – Pp.158-163.
2. Liang C., Rogers C.A. *One-Dimensional Thermomechanical Constitutive Relations for Shape Memory Materials* // J. of Intell. Mater. Syst. and Struct. – 1990. – Vol.1. – No.2. – Pp.207-234.
3. Liang C., Rogers C.A. *A multi-dimensional constitutive model for shape memory alloys* // J. Eng. Math. – 1992. – Vol.26. – Pp.429-443.
4. Brinson L.S. *One-dimensional constitutive behavior of shape memory alloys: thermomechanical derivation with non-constant material functions and redefined martensite internal variable* // J. Intell. Mater. Syst. Struct. – 1993. – Vol.4. – Pp.229-242.
5. Graesser E.J. and Cozzarelli F.A. *A proposed three-dimensional constitutive model for shape memory alloy* // J. Intell. Mater. Syst. Struct. – 1994. – Vol.5. – Pp.78-79.
6. Мовчан А.А. *Микромеханические определяющие уравнения для сплавов с памятью формы* // Проблемы машиностроения и надежности машин (Машиноведение). – 1994. – №6. – С.47-53.
7. Мовчан А.А. *Микромеханический подход к описанию деформации мартенситных превращений в сплавах с памятью формы* // Изв. РАН. Механика твердого тела. – 1995. – №1. – С.197-205.
8. Мовчан А.А. *Выбор аппроксимации фазовой диаграммы и модели исчезновения кристаллов мартенсита для сплавов с памятью формы* // Журнал прикладной механики и технической физики. – 1995. – Т.36. – №2. – С.173-181.
9. Мовчан А.А., Шелымагин П.В., Казарина С.А. *Определяющие уравнения для двухэтапных термоупругих фазовых превращений* // Прикладная механика и техническая физика. – 2001. – Т.42. – №5(249). – С.152-160.
10. Peultier B., Ben Zineb T., Patoor E. *Macroscopic constitutive law of shape memory alloy thermomechanical behaviour. Application to structure computation by FEM* // Mechanics of materials. – 2006. – Vol.38. – No.5-6. – Pp.510-524.

11. Lexcelent Ch., Boubakar M.L., Bouvet Ch., Calloch S. *About modeling the shape memory alloy behaviour based on the phase transformation surface identification under proportional loading and anisothermal conditions* // Int. J. Solids and Struct. – 2006. – Vol.43. – No.3-4. – Pp.613-626.
12. Sadjadjpour A., Bhattacharya K. *A micromechanics inspired constitutive model for shape-memory alloys: the one-dimensional case* // Smart Mater. Struct. – 2007. – Vol.16. – Pp.51-62.
13. Moumni Z., Zaki W. and Nguyen Q.S. *Theoretical and numerical modeling of solid/solid phase change: application to the description of the thermomechanical behavior of shape memory alloys* // Intern. J. of Plasticity. – 2008. – Vol.24. – No.4. – Pp.614-645.
14. Auricchio F., Reali A., Stefanelli U. *A macroscopic 1d model for shape memory alloys including asymmetric behavior and transformation-dependent elastic properties* // Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering. – 2009. – Vol.198. – No.17-20. – Pp.1631-1637.
15. Arghavani J., Auricchio F., Naghdabadi R., Reali A., Sohrabpour S. *A 3-D phenomenological constitutive model for shape memory alloys under multiaxial loadings* // Intern. J. of Plasticity. – 2010. – Vol.26. – Pp.976-991.
16. Arghavani J., Auricchio F., Naghdabadi R., Reali A., Sohrabpour S. *A 3-D finite strain phenomenological constitutive model for shape memory alloys considering martensite reorientation* // Continuum Mechanics and Thermodynamics. – 2010. – Vol.25. – Pp.345-362.
17. Hartl D.J., Lagoudas D.C., Calcins F.T. *Advanced methods for the analysis, design and optimization of SMA-based aerostructures* // Smart Materials and Structure. – 2011. – Vol.20. – 094006 (20pp).
18. Xiao H., Bruhns O.T., Meyers A. *Thermoinduced plastic flow and shape memory effects* // Theoret. Appl.Mech. – 2011. – Vol.38. – No.2. – Pp.155-207.
19. Мовчан А.А., Сильченко Л.Г., Сильченко Т.Л. *Учет явления мартенситной неупругости при обратном фазовом превращении в сплавах с памятью формы* // Известия РАН. Механика твердого тела. – 2011. – №2. – С.44-56.
20. Auricchio F. and Bonetti E. *A new exible 3D macroscopic model for shape memory alloys* // Discrete and Continuous Dynamical Systems. – 2013. – Vol.6. – Pp.277-291.
21. Auricchio F., Bonetti E., Scalet G. and Uberitini F. *Theoretical and numerical modeling of shape memory alloys accounting for multiple phase transformations and martensite reorientation* // Intern. J. of Plasticity. – 2014. – Vol.59. – Pp.30-54.
22. Мишустин И.В., Мовчан А.А. *Моделирование фазовых и структурных превращений в сплавах с памятью формы, происходящих под действием немонотонно меняющихся напряжений* // Известия РАН. Механика твердого тела. – 2014. – №1. – С.37-53.
23. Gu X., Zaki W., Morin C., Moumni Z. and Zhang W. *Time integration and assessment of a model for shape memory alloys considering multiaxial nonproportional loading cases* // Intern. J. of Solids and Structures. – 2015. – Vol.54. – Pp.82-99.
24. Мишустин И.В., Мовчан А.А. *Аналог теории пластического течения для описания деформации мартенситной неупругости в сплавах с памятью формы* // Известия РАН. Механика твердого тела. – 2015. – №2. – С.78-95.

25. Cisse C., Zaki W., Zineb T.B. *A review of constitutive models and modeling techniques for shape memory alloys* // Intern. J. of Plasticity. – 2016. – Vol.76. – Pp.244-284.
26. Xiaojun Gu, Weihong Zhang, Wael Zaki and Ziad Moumni. *An extended thermomechanically coupled 3D rate-dependent model for pseudoelastic SMAs under cyclic loading* // Smart Mater. Struct. – 2017. – Vol.26. – 095047 (16pp).
27. Мовчан А.А. *Модель влияния фазового механизма деформирования на структурный в сплавах с памятью формы* // Деформация и разрушение материалов. – 2019. – №7. – С.14-23.
28. Мовчан А.А. *Феноменологическая модель изменения фазово-структурных деформаций в сплавах с памятью формы* // Известия РАН. Механика твердого тела. – 2020. – №4. – С.140-151.
29. Мовчан А.А. *Объединенная модель фазово-структурного деформирования сплавов с памятью формы* // Деформация и разрушение материалов. – 2020. – №11. – С.2-10.
30. Мовчан А.А. *Модель неупругого деформирования сплавов с памятью формы* // Деформация и разрушение материалов. – 2021. – №3. – С.8-17.
31. Movchan Andrey A., Mishustin Илья V. *Nanostructural prediction of shape memory alloys resistance asymmetry* // Nanoscience and Technology. – 2019. – Vol.10. – No.3. – Pp.233-245.
32. Мовчан А.А. *Кручение призматических стержней из сплавов с памятью формы* // Известия РАН. МТТ. – 2000. – №6. – С.143-154.
33. Mirzaeifar Reza, DesRoches Reginald, Yavari Arash. *A combined analytical, numerical, and experimental study of shape-memory-alloy helical springs* // Intern. J. of Solids and Structures. – 2011. – Vol.48. – Pp.611-624.
34. Mirzaeifar Reza, DesRoches Reginald, Yavari Arash, Gall Ken. *Coupled thermo-mechanical analysis of shape memory alloy circular bars in pure torsion* // Intern. J. of Non-Linear Mechanics. – 2012. – Vol.47. – Pp.118-128.
35. Jong-Ha Chung, Jin-Seok Heo and Jung-Ju Lee. *Modeling and numerical simulation of the pseudoelastic behavior of shape memory alloy circular rods under tension-torsion combined loading* // Smart Mater. Struct. – 2006. – Vol.15. – Pp.1651-1660.
36. Hyoung Seop Kim. *Finite element analysis of torsional deformation* // Materials Science and Engineering. – 2001. – Vol.A299. – Pp.305-308.
37. Mirzaeifar Reza, DesRoches Reginald, Yavari Arash. *Exact solutions for pure torsion of shape memory alloy circular bars* // Mechanics of Materials. – 2010. – Vol.42. – Pp.797-806.
38. Саганов Е.Б. *Решение задачи о прямом мартенситном переходе в стержне из сплава с памятью формы, находящемся под действием постоянного крутящего момента* // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2014. – Т.20. – №3. – С.454-468.
39. Саганов Е.Б. *Решение задачи об обратном мартенситном переходе в стержне из сплава с памятью формы, находящемся под действием постоянного крутящего момента* // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2014. – Т.20. – №4. – С.663-674.
40. Саганов Е.Б. *Анализ напряженно-деформированного состояния торсионного актуатора из сплава с памятью формы при рабочем ходе в условиях стесненного деформирования* // Вестник Московского Авиационного Института. – 2015. – Т.22. – №1. – С.109-116.

41. Саганов Е.Б. *Решение дважды связанной задачи кручения тонкостенных трубок из сплава с памятью формы в режиме сверхупругости* // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2015. – Т.21. – №4. – С.549-563.
42. Саганов Е.Б. *Моделирование процессов фазовых и структурных переходов при кручении тонкостенных трубок из сплава с памятью формы* // Машиностроение и инженерное образование. – 2016. – №1. – С.2-9.
43. Plietsch R., Bourauel C., Drescher D., Nellen B. *Analytical description of the bending behavior of NiTi shape-memory alloys* // J. of Materials Science. – 1994. – Vol.29. – No.22. – Pp.5892-5902.
44. Мовчан А.А. *Исследование эффектов связности в задачах изгиба балок из сплава с памятью формы* // Прикладная механика и техническая физика. – 1998. – Т.39. – №1. – С.164-173.
45. Данилин А.Н., Мовчан А.А. *Метод решения геометрически нелинейных задач изгиба стержней из сплавов с памятью формы при прямом превращении* // Проблемы машиностроения и надежности машин. – 2002. – №4. – С.83-90.
46. Flor D.L.S., Urbina C., Ferrando F. *Asymmetrical bending model for NiTi shape memory wires: Numerical simulations and experimental analysis* // Strain. An Intern. J. for Experimental Mechanics. – 2011. – Vol.47. – No.3. – Pp.255-267.
47. Young-Jin K., Chang-Ho L., Joung-Hun K., Jae H.L. *Numerical modelling of shape memory alloy plates considering tension/compression asymmetry and its verification under pure bending* // Solids and Structures. – 2018. – Vol.137. – Pp.77-88.
48. Сафронов П.А. *Учет разнсопротивляемости сплавов с памятью формы при решении задач о мартенситной неупругости и прямом превращении в балке, находящейся под действием изгибающего момента* // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2016. – Т.22. – №1. – С.114-127.
49. Сафронов П.А. *Решение задач о мартенситной неупругости и прямом фазовом превращении в балке из сплава с памятью формы с учетом упругих деформаций и разнсопротивляемости этих сплавов* // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2017. – Т.23. – №1. – С.69-89.
50. Сафронов П.А. *Решение связанной задачи о прямом превращении в балке из сплава с памятью формы с учетом разнсопротивляемости материала* // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2019. – Т.24. – №4. – С.597-615.
51. Safronov P.A. *Tension-compression asymmetry and elastic strain incorporating into the solution of the problem of martensitic nonelasticity and direct martensitic transition in beams from a shape memory alloy undergoing bending* // Composites: Mechanics, Computations, Applications. – 2018. – Vol.9. – No.2. – Pp.119-139.
52. Young-Jin K., Chang-Ho L., Joung-Hun K., Jae H.L. *Numerical modelling of shape memory alloy plates considering tension/compression asymmetry and its verification under pure bending* // Solids and Structures. – 2018. – Vol.137. – Pp.77-88.
53. Сафронов П.А. *Цилиндрический изгиб пластинок из сплава с памятью формы с учетом разнсопротивляемости этого материала* // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2018. – Т.24. – №2. – С.186-206.
54. Бобок Д.И. *Аналитическое решение задачи изгиба круглой пластины из сплава с памятью формы* // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2020. – Т.26. – №1. – С.74-97.
55. Мовчан А.А., Сильченко Л.Г. *Устойчивость круглой пластины из сплава с памятью формы при прямом мартенситном превращении* // Прикл. матем. и механика. – 2006. – Т.70. – №5. – С.869-881.

56. Сильченко Л.Г., Мовчан А.А., Мовчан И.А. *Учет структурного превращения при анализе устойчивости круглой пластины из сплава с памятью формы* // Проблемы машиностроения и надежности машин. – 2010. – №5. – С.57-65.
57. Мовчан А.А., Машихин А.Е. *Деформации кругового цилиндра из сплава с памятью формы при структурном переходе или прямом фазовом превращении* // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2012. – Т.18. – №2. – С.235-247.
58. Мовчан А.А., Левин А.С. *Задача о прямом мартенситном превращении в толстостенной сфере из сплава с памятью формы, находящейся под действием постоянного давления* // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2015. – Т.21. – №2. – С.221-236.
59. Машихин А.Б., Мовчан А.А. *Задача о прямом мартенситном превращении в толстостенном цилиндре из сплава с памятью формы* // Известия РАН. Механика твердого тела. – 2016. – №3. – С.100-114.
60. Машихин А.Е., Мовчан А.А. *Краевые задачи термомеханики для цилиндра и сферы из сплава с памятью формы* // Вестник ПНИПУ. Механика. – 2017. – №3. – С.113-128.
61. Mirzaeifar R., Shakeri M., DesRoches R., Yavari A. *A semi-analytic analysis of shape memory alloy thick-walled cylinders under internal pressure* // Archive of Applied Mechanics. – 2011. – Vol.81. – No.8. – Pp.1093-1116.
62. Саганов Е.Б. *Численное моделирование явления мартенситной неупругости в сплавах с памятью формы с учетом их разноспротивляемости* // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2019. – Т.25. – №2. – С.281-294.
63. Саганов Е.Б. *Решение задачи о толстостенном цилиндре из сплава с памятью формы, находящемся под давлением, с учетом разноспротивляемости* // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2019. – Т.25. – №4. – С.563-573.
64. Бобок Д.И. *Аналитическое решение задачи о цилиндрическом баке под внутренним давлением из сплава с памятью формы* // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2020. – Т.26. – №3. – С.409-435.
65. Мовчан А.А. *Аналитическое решение задач о прямом и обратном превращении для сплавов с памятью формы* // Известия АН. Механика твердого тела. – 1996. – №4. – С.136-144.
66. Мовчан А.А. *Некоторые проявления способности к ориентированному превращению для сплавов с памятью формы* // Журнал прикладной механики и технической физики. – 1996. – Т.37. – №6. – С.181-189.
67. Дубков А.А., Агудов Н.В. *Преобразование Лапласа: Учебно-методическое пособие*. – Нижний Новгород: Нижегородский гос. университет, 2016. – 36 с.
68. Балабух Л.И., Алфутов Н.А., Усюкин В.И. *Строительная механика ракет: Учебник для машиностроительных спец. вузов*. – М.: Высшая школа, 1984. – 391 с., ил.
69. Гольденвейзер А.Л. *Теория упругих тонких оболочек*. – М.: Наука, 1976. – 512 с.
70. Биргер И.А., Пановко Я.Г. *Прочность, устойчивость, колебания./ Справочник в трех томах. Том I*. – М: Машиностроение, 1968. – 831 с.
71. Авдонин А.С., Фигуровский В.И. *Расчет на прочность летательных аппаратов. Учебное пособие для высших учебных заведений*. – М.: Машиностроение, 1985. – 440 с.

REFERENCES

1. Tanaka K. *A phenomenological description on thermomechanical behavior of shape memory alloys*. J. Pressure Vessel Technology. Trans. ASME, 1990, Vol.112, No.2, Pp.158-163.
2. Liang C., Rogers C.A. *One-Dimensional Thermomechanical Constitutive Relations for Shape Memory Materials*. J. of Intell. Mater. Syst. and Struct., 1990, Vol.1, No.2, Pp.207-234.
3. Liang C., Rogers C.A. *A multi-dimensional constitutive model for shape memory alloys*. J. Eng. Math., 1992, Vol.26, Pp.429-443.
4. Brinson L.S. *One-dimensional constitutive behavior of shape memory alloys: thermomechanical derivation with non-constant material functions and redefined martensite internal variable*. J. Intell. Mater. Syst. Struct., 1993, Vol.4, Pp.229-242.
5. Graesser E.J. and Cozzarelli F.A. *A proposed three-dimensional constitutive model for shape memory alloy*. J. Intell. Mater. Syst. Struct., 1994, Vol.5, Pp.78-79.
6. Movchan A.A. *Mikromekhanicheskie opredelyayushhie uravneniya dlya splavov s pamyat'yu formy [Micromechanical constitutive equations for shape memory alloys]*. Problemy mashinostroeniya i nadezhnosti mashin (Mashinovedenie), 1994, No.6, Pp.47-53.
7. Movchan A.A. *Micromechanical description of the deformation due to martensite transformations in shape-memory alloys*. Mechanics of Solids, 1995, Vol.30, No.1, Pp.186-194.
8. Movchan A.A. *The selection of the phase transition diagram approximation and model of disappearing of martensite crystals for shape memory alloys*. Applied Mechanics and Technical Physics, 1995, Vol.36, No.2, Pp.300-306.
9. Movchan A.A., Shelymagin P.V., Kazarina S.A. *Constitutive equations for two-step thermoelastic phase transformations*. J. of Applied Mechanics and Technical Physics, 2001, Vol.42, No.5, Pp.864-871.
10. Peultier B., Ben Zineb T., Patoor E. *Macroscopic constitutive law of shape memory alloy thermomechanical behaviour. Application to structure computation by FEM*. Mechanics of materials, 2006, Vol.38, No.5-6, Pp.510-524.
11. Lexcelent Ch., Boubakar M.L., Bouvet Ch., Calloch S. *About modeling the shape memory alloy behaviour based on the phase transformation surface identification under proportional loading and anisothermal conditions*. Intern. J. Solids and Struct., 2006, Vol.43, No.3-4, Pp.613-626.
12. Sadjadjpour A., Bhattacharya K. *A micromechanics inspired constitutive model for shape-memory alloys: the one-dimensional case*. Smart Mater. Struct., 2007, Vol.16, Pp.51-62.
13. Moumni Z., Zaki W. and Nguyen Q.S. *Theoretical and numerical modeling of solid/solid phase change: application to the description of the thermomechanical behavior of shape memory alloys*. Intern. J. of Plasticity, 2008, Vol.24, No.4, Pp.614-645.
14. Auricchio F., Reali A., Stefanelli U. *A macoscopic 1d model for shape memory alloys including asymmetric behavior and transformation-dependent elastic properties*. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2009, Vol.198, No.17-20, Pp.1631-1637.
15. Arghavani J., Auricchio F., Naghdabadi R., Reali A., Sohrabpour S. *A 3-D phenomenological constitutive model for shape memory alloys under multiaxial loadings*. Intern. J. of Plasticity, 2010, Vol.26, Pp.976-991.

16. Arghavani J., Auricchio F., Naghdabadi R., Reali A., Sohrabpour S. *A 3-D finite strain phenomenological constitutive model for shape memory alloys considering martensite reorientation*. Continuum Mechanics and Thermodynamics, 2010, Vol.25, Pp.345-362.
17. Hartl D.J., Lagoudas D.C., Calcins F.T. *Advanced methods for the analysis, design and optimization of SMA-based aerostructures*. Smart Materials and Structure, 2011, Vol.20, 094006 (20pp).
18. Xiao H., Bruhns O.T., Meyers A. *Thermoinduced plastic flow and shape memory effects*. Theoret. Appl. Mech., 2011, Vol.38, No.2, Pp.155-207.
19. Movchan A.A., Sil'chenko L.G. and Sil'chenko T.L. *Taking into account of the martensite inelasticity in reverse phase transformation in shape memory alloys*. Mechanics of Solids, 2011, Vol.46, No.2, Pp.194-203.
20. Auricchio F. and Bonetti E. *A new exible 3D macroscopic model for shape memory alloys*. Discrete and Continuous Dynamical Systems, 2013, Vol.6, Pp.277-291.
21. Auricchio F., Bonetti E., Scalet G., Uberitini F. *Theoretical and numerical modeling of shape memory alloys accounting for multiple phase transformations and martensite reorientation*. Intern. J. of Plasticity, 2014, Vol.59, Pp.30-54.
22. Mishustin I.V., Movchan A.A. *Modeling of phase and structure transformations occurring in shape memory alloys under nonmonotonically varying stresses*. Mechanics of Solids, 2014, Vol.49, No.1, Pp.27-39.
23. Gu X., Zaki W., Morin C., Moumni Z. and Zhang W. *Time integration and assessment of a model for shape memory alloys considering multiaxial nonproportional loading cases*. Intern. J. of Solids and Structures, 2015, Vol.54, Pp.82-99.
24. Mishustin I.V., Movchan A.A. *Analog of the plastic flow theory for describing martensitic inelastic strains in shape memory alloys*. Mechanics of Solids, 2015, Vol.50, No.2, Pp.176-190.
25. Cisse C., Zaki W., Zineb T.B. *A review of constitutive models and modeling techniques for shape memory alloys*. Intern. J. of Plasticity, 2016, Vol.76, Pp.244-284.
26. Xiaojun Gu, Weihong Zhang, Wael Zaki and Ziad Moumni. *An extended thermomechanically coupled 3D rate-dependent model for pseudoelastic SMAs under cyclic loading*. Smart Mater. Struct., 2017, Vol.26, 095047 (16pp).
27. Movchan A.A. *Model for the Effect of the Phase Mechanism of Deformation on the Structural Mechanism in Shape Memory Alloys*. Russian Metallurgy (Metally), 2020, Vol.2020, No.4, Pp.282-290.
28. Movchan A.A. *Phenomenological Model of Changes in Phase-Structural Deformations in Shape Memory Alloys*. Mechanics of Solids, 2020, Vol.55, No.4, Pp.573-583.
29. Movchan A.A. *Joint Model for the Phase-Structural Deformation of Shape Memory Alloys*. Russian Metallurgy (Metally), 2021, Vol.2021, No.4, Pp.1-8.
30. Movchan A.A. *Model' neuprugogo deformirovaniya splavov s pamyat'yu formy [Model inelastic deformation for shape memory alloys]*. Deformatsiya i razrushenie materialov, 2021, No.3, Pp.8-17.
31. Movchan A.A., Mishustin Ilya V. *Nanostructural prediction of shape memory alloys resistance asymmetry*. Nanoscience and Technology, 2019, Vol.10, No.3, Pp.233-245.

32. Movchan A.A. *Torsion of prismatic beams from shape memory alloys*. Mechanics of Solids, 2000, No.6, Pp.119-128.
33. Mirzaeifar Reza, DesRoches Reginald, Yavari Arash. *A combined analytical, numerical, and experimental study of shape-memory-alloy helical springs*. Intern. J. of Solids and Structures, 2011, Vol.48, Pp.611-624.
34. Mirzaeifar Reza, DesRoches Reginald, Yavari Arash, Gall Ken. *Coupled thermo-mechanical analysis of shape memory alloy circular bars in pure torsion*. Intern. J. of Non-Linear Mechanics, 2012, Vol.47, Pp.118-128.
35. Jong-Ha Chung, Jin-Seok Heo and Jung-Ju Lee. *Modeling and numerical simulation of the pseudoelastic behavior of shape memory alloy circular rods under tension-torsion combined loading*. Smart Mater. Struct., 2006, Vol.15, Pp.1651-1660.
36. Hyoung Seop Kim. *Finite element analysis of torsional deformation*. Materials Science and Engineering, 2001, Vol.A299, Pp.305-308.
37. Mirzaeifar Reza, DesRoches Reginald, Yavari Arash. *Exact solutions for pure torsion of shape memory alloy circular bars*. Mechanics of Materials, 2010, Vol.42, Pp.797-806.
38. Saganov E.B. *Reshenie zadachi o pryamom martensitnom perekhode v sterzhne iz splava s pamyat'yu formy, nakhodyashhemsya pod dejstviem postoyannogo krutyashhego momenta [Solution of the problem of direct martensitic transition in rods from shape memory alloy under constant torque]*. Mekhanika kompozitsionnykh materialov i konstruksii, 2014, Vol.20, No.3, Pp.454-468.
39. Saganov E.B. *Reshenie zadachi ob obratnom martensitnom perekhode v sterzhne iz splava s pamyat'yu formy, nakhodyashhemsya pod dejstviem postoyannogo krutyashhego momenta [Solution of the problem of reverse martensitic transition in rod from shape memory alloy under constant torque]*. Mekhanika kompozitsionnykh materialov i konstruksii, 2014, Vol.20, No.4, Pp.663-674.
40. Saganov E.B. *Analiz napryazhenno-deformirovannogo sostoyaniya torsionnogo aktuatora iz splava s pamyat'yu formy pri rabochem khode v usloviyakh stesnennogo deformirovaniya [Analysis of the stress-strain state of a torsion actuator made of an alloy with shape memory during a working stroke under constrained deformation]*. Vestnik Moskovskogo Aviatsionnogo Instituta, 2015, Vol.22, No.1, Pp.109-116.
41. Saganov E.B. *Reshenie dvazhdy svyazannoj zadachi krucheniya tonkostennykh trubok iz splava s pamyat'yu formy v rezhime sverkhuprugosti [Solving the twofold related problem of torsion of thin-walled tubes from an alloy with shape memory in the superelastic mode]*. Mekhanika kompozitsionnykh materialov i konstruksii, 2015, Vol.21, No.4, Pp.549-563.
42. Saganov E.B. *Modelirovanie protsessov fazovykh i strukturnykh perekhodov pri kruchenii tonkostennykh trubok iz splava s pamyat'yu formy [Modeling of processes of phase and structural transitions during torsion of thin-walled tubes made of shape memory alloys]*. Mashinostroenie i inzhenernoe obrazovanie, 2016, No.1, Pp.2-9.
43. Plietsch R., Bourauel C., Drescher D., Nellen B. *Analytical description of the bending behavior of NiTi shape-memory alloys*. J. of Materials Science, 1994, Vol.29, No.22, Pp.5892-5902.
44. Movchan A.A. *Coupling effects in bending problems for beams of a shape memory alloy*. Applied Mechanics and Technical Physics, 1998, Vol.39, No.1, Pp.143-151.
45. Movchan A.A., Danilin A.N. *Solution the geometry nonlinear shape memory alloys beam bending problems at direct transformation*. Machinery Manufacture and Reliability, 2002, No.4, Pp.83-90.

46. Flor D.L.S., Urbina C., Ferrando F. *Asymmetrical bending model for NiTi shape memory wires: Numerical simulations and experimental analysis*. Strain. An Intern. J. for Experimental Mechanics, 2011, Vol.47, No.3, Pp.255-267.
47. Young-Jin K., Chang-Ho L., Joung-Hun K., Jae H.L. *Numerical modelling of shape memory alloy plates considering tension/compression asymmetry and its verification under pure bending*. Solids and Structures, 2018, Vol.137, Pp.77-88.
48. Safronov P.A. *Uchet raznosoprotivlyaemosti splavov s pamyat'yu formy pri reshenii zadach o martensitnoj neuprugosti i pryamom prevrashhenii v balke, nakhodyashhejsya pod dejstviem izgibayushhego momenta [Taking into account the different resistance of shape-memory alloys in solving problems of martensitic inelasticity and direct transformation in a beam under the action of a bending moment]*. Mekhanika kompozitsionnykh materialov i konstruksii, 2016, Vol.22, No.1, Pp.114-127.
49. Safronov P.A. *Reshenie zadach o martensitnoj neuprugosti i pryamom fazovom prevrashhenii v balke iz splava s pamyat'yu formy s uchetom uprugikh deformatsij i raznosoprotivlyaemosti ehtikh splavov [Solving the problems of martensitic inelasticity and direct phase transformation in a beam made of shape memory alloy, taking into account the elastic deformations and the different resistance of these alloys]*. Mekhanika kompozitsionnykh materialov i konstruksii, 2017, Vol.23, No.1, Pp.69-89.
50. Safronov P.A. *Reshenie svyaznoj zadachi o pryamom prevrashhenii v balke iz splava s pamyat'yu formy s uchetom raznosoprotivlyaemosti materiala [Solving the connected problem of direct transformation in a beam of a shape memory alloy, taking into account the material's SD effect]*. Mekhanika kompozitsionnykh materialov i konstruksii, 2019, Vol.24, No.4, Pp.597-615.
51. Safronov P.A. *Tension-compression asymmetry and elastic strain incorporating into the solution of the problem of martensitic nonelasticity and direct martensitic transition in beams from a shape memory alloy undergoing bending*. Composites: Mechanics, Computations, Applications, 2018, Vol.9, No.2, Pp.119-139.
52. Young-Jin K., Chang-Ho L., Joung-Hun K., Jae H.L. *Numerical modelling of shape memory alloy plates considering tension/compression asymmetry and its verification under pure bending*. Solids and Structures, 2018, Vol.137, Pp.77-88.
53. Safronov P.A. *Tsilindricheskij izgib plastinok iz splava s pamyat'yu formy s uchetom raznosoprotivlyaemosti ehtogo materiala [Cylindrical bending of plates made of shape memory alloy, taking into account the SD effect of this material]*. Mekhanika kompozitsionnykh materialov i konstruksii, 2018, Vol.24, No.2, Pp.186-206.
54. Bobok D.I. *Analiticheskoe reshenie zadachi izgiba krugloj plastiny iz splava s pamyat'yu formy [Analytical solution of the problem of bending of a round plate made of shape memory alloy]*. Mekhanika kompozitsionnykh materialov i konstruksii, 2020, Vol.26, No.1, Pp.74-97.
55. Movchan A.A., Sil'chenko L.G. *The stability of a circular plate of shape memory alloy during a direct martensite transformation*. Applied Mathematics and Mechanics, 2006, Vol.70, Pp.785-795.
56. Sil'chenko L.G., Movchan A.A., Movchan I.A. *Structural transformation taken into account during the analysis of the stability of a round plate with shape memory*. J. of Machinery Manufacture and Reliability, 2010, Vol.39, No.5, Pp.452-460.
57. Movchan A.A., Mashikhin A.E. *Deformatsii krugovogo tsilindra iz splava s pamyat'yu formy pri strukturnom perekhode ili pryamom fazovom prevrashhenii [Deformations of a circular cylinder made of shape memory alloy during a structural*

- transition or direct phase transformation*]. Mekhanika kompozitsionnykh materialov i konstruktsii, 2012, Vol.18, No.2, Pp.235-247.
58. Movchan A.A., Levin A.S. *Zadacha o pryamom martensitnom prevrashhenii v tolstostennoj sfere iz splava s pamyat'yu formy, nakhodyashhejsya pod dejstviem postoyannogo davleniya* [The problem of direct martensitic transformation in a thick-walled sphere of a shape memory alloy that is subjected to a constant pressure]. Mekhanika kompozitsionnykh materialov i konstruktsii, 2015, Vol.21, No.2, Pp.221-236.
 59. Mashikhin A.E., Movchan A.A. *Problem of Direct Martensite Transformation in a Thick-Walled Cylinder Made of Shape Memory Alloy*. Mechanics of Solids, 2016, Vol.51, No.3, Pp.321-333. DOI 10.3103/S0025654416030092.
 60. Mashikhin A.E., Movchan A.A. *Thermomechanical Boundary Problems for a Cylinder and Sphere Made of Shape Memory Alloy*. PNIPU Mechanics Bulletin, 2017, No.3, Pp.113-128.
 61. Mirzaeifar R., Shakeri M., DesRoches R., Yavari A. *A semi-analytic analysis of shape memory alloy thick-walled cylinders under internal pressure*. Archive of Applied Mechanics, 2011, Vol.81, No.8, Pp.1093-1116.
 62. Saganov E.B. *Chislennoe modelirovanie yavleniya martensitnoj neuprugosti v splavakh s pamyat'yu formy s uchetom ikh raznosprotivlyaemosti* [Numerical modeling of the phenomena of martensite inelasticity in shape memory alloys with account of their tension-compression asymmetry]. Mekhanika kompozitsionnykh materialov i konstruktsii, 2019, Vol.25, No.2, Pp.281-294.
 63. Saganov E.B. *Reshenie zadachi o tolstostennom tsilindre iz splava s pamyat'yu formy, nakhodyashhemsya pod davleniem, s uchetom raznosoprotivlyaemosti* [Solution of the problem of a thick – walled cylinder under pressure from shape memory taking into account of tension – compression asymmetry]. Mekhanika kompozitsionnykh materialov i konstruktsii, 2019, Vol.25, No.4, Pp.563-573.
 64. Bobok D.I. *Analiticheskoe reshenie zadachi o tsilindricheskom bace pod vnutrennim davleniem iz splava s pamyat'yu formy* [Analytical solution of the cylindrical tank made of a shape memory alloy under internal pressure] Mekhanika kompozitsionnykh materialov i konstruktsii, 2020, Vol.26, No.4, Pp.409-435.
 65. Movchan A.A. *Analytical solution of problems on the direct and inverse transformations in shape memory alloys*. Mechanics of Solids, 1996, Vol.31, No.4, Pp.116-123.
 66. Movchan A.A. *Some manifestation of the capability to oriented transformation for shape memory alloys*. Applied Mechanics and Technical Physics, 1996, Vol.37, No.6, Pp.926-933.
 67. Dubkov A.A., Agudov N.V. *Preobrazovanie Laplasy: Uchebno-metodicheskoe posobie* [Laplace transformation]. Nizhnij Novgorod, Nizhegorodskij gosudarstvennyj universitet, 2016, 36 p.
 68. Balabukh L.I., Alfutov N.A., Usyukin V.I. *Stroitel'naya mekhanika raket: Uchebnik dlya mashinostroitel'nykh spetsial'nykh vuzov* [Construction mechanics of rockets]. Moskva, Vysshaya shkola, 1984, 391 p.
 69. Gol'denvejzer A.L. *Teoriya uprugikh tonkikh obolochek* [Theory of thin elastic shells]. Moskva, Nauka, 1976, 512 p.
 70. Birger I.A., Panovko Ya.G. *Prochnost', ustojchivost', kolebaniya. Spravochnik v trekh tomakh. Tom I.* [Strength, stability, vibrations. Vol.1]. Moskva, Mashinostroenie, 1968, 831 p.

71. Avdonin A.S., Figurovskij V.I. *Raschet na prochnost' letatel'nykh apparatov. Uchebnoe posobie dlya vysshikh uchebnykh zavedenij [Strength calculation of aircraft]*. Moskva, Mashinostroenie, 1985, 440 p.

Поступила в редакцию 28 января 2021 года.

Сведения об авторе:

Бобок Денис Игоревич. – асп., Кафедра 602 «Проектирование и прочность авиационно-ракетных и космических изделий», ФГБОУ ВО «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)», г. Москва, Россия; e-mail: denis199750@gmail.com