

УДК 62-03
EDN SGUEWC (<https://elibrary.ru/sguewc>)
DOI 10.33113/mkmk.ras.2023.29.02.07



ИССЛЕДОВАНИЕ МЕХАНИЧЕСКИХ СВОЙСТВ КОМПОЗИТНЫХ СЕТЧАТЫХ ОБОЛОЧЕК МЕТОДОМ АСИМПТОТИЧЕСКОГО УСРЕДНЕНИЯ

Власов А.Н., Волков-Богородский Д.Б., Уткин Ю.А.

ФГБУН Институт прикладной механики РАН, г. Москва, Россия

АННОТАЦИЯ

В данной статье описана методика определения эффективных механических свойств композитных сетчатых оболочек, изготовленных из углерод-углеродных композиционных материалов, предназначенных для создания лёгких, прочных и жёстких конструкций. Эта методика основана на асимптотическом усреднении дифференциальных уравнений с быстро осциллирующими коэффициентами, и позволяет вместо исходной сетчатой конструкции рассматривать эквивалентную ей конструкцию в виде сплошной оболочки. В структуре сетчатой конструкции, как правило, прослеживается периодически повторяемый фрагмент, который в соотношении с масштабом всей конструкции имеет значительно меньший размер, и поэтому может рассматриваться как ячейка периодичности для метода асимптотического усреднения Бахвалова. Этот метод заключается в разделении процессов, происходящих на разных масштабных уровнях на основе анализа исходных уравнений, представляющих собой в этом случае уравнения с быстро осциллирующими коэффициентами. На масштабном уровне одного периодически повторяемого элемента возникает задача на ячейке, а на масштабном уровне всей конструкции возникает задача для однородной оболочки с приведенными эффективными характеристиками. Соответственно вся задача, согласно методике асимптотического усреднения, разбивается на две задачи: макроуровня для всей конструкции, и микроуровня для периодически повторяемого фрагмента. В данной статье рассматривается задача микроуровня, методика ее решения и зависимость эффективных характеристик от геометрических параметров сетчатой конструкции. При этом рассматривается развертка сетчатой оболочки с периодически повторяемым фрагментом на плоскости, т.е. мы пренебрегаем кривизной оболочки, и ее механическое поведение описывается системой уравнений теории упругости с матричными быстро осциллирующими коэффициентами. В результате мы получаем методику, которая позволяет спрогнозировать оптимальные геометрические характеристики сетчатых конструкций с учётом их жесткостных характеристик. В данной статье приведены численные примеры определения эффективных физико-механических характеристик переходного отсека в виде цилиндрической сетчатой оболочки. Проведено численное исследование зависимости этих характеристик от угла наклона спиралей в сетчатой конструкции. В результате эта методика позволяет выбрать оптимальный угол наклона спиралей в конструкции сетчатого переходного отсека.

Ключевые слова: углерод-углеродный композитный материал; механические характеристики сетчатой оболочки; метод асимптотического усреднения уравнений с быстро осциллирующими коэффициентами

INVESTIGATION OF THE MECHANICAL PROPERTIES OF COMPOSITE MESH SHELLS BY THE METHOD OF ASYMPTOTIC HOMOGENIZATION

Vlasov A.N., Volkov-Bogorodsky D.B., Utkin Yu.A.

Institute of Applied Mechanics of Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

ABSTRACT

This article describes a method for determining the effective mechanical properties of composite mesh shells made of carbon-carbon composite materials (CCCM) designed to create light, strong and rigid structures. This technique is based on asymptotic averaging of equations with rapidly oscillating coefficients, and allows us to consider an equivalent construction in the form of a continuous shell instead of the original mesh construction. In the structure of the mesh structure, as a rule, a periodically repeated fragment is traced, which in relation to the scale of the entire structure has a much smaller size, and therefore can be considered as a periodicity cell for the Bakhvalov's asymptotic homogenization method. This method consists in separating the processes occurring at different scale levels and based on the analysis of the initial equations, which in this case are equations with rapidly oscillating coefficients. At the scale level of one periodically repeated element a problem in the cell arises, and at the scale level of the entire structure a problem for a homogeneous shell with equivalent effective characteristics arises. Hence, the whole problem, according to the method of asymptotic homogenization, is divided into two problems: of a macro level for the entire structure, and of a micro level for a periodically repeated fragment. This article discusses the problem of the microlevel, the methodology for solving it and the dependence of effective characteristics on the geometric parameters of the mesh structure. In this case, the scan on the plane of the mesh shell with periodically repeated fragment is considered, i.e. we neglect the curvature of the shell, and its mechanical behavior is described by the system of equations with matrix rapidly oscillating coefficients. As a result, we obtain a technique that allows us to predict the optimal geometric characteristics of the mesh structures, taking into account their stiffness characteristics. This article presents numerical examples of determining the effective mechanical characteristics of the transitional compartment in the form of a cylindrical mesh shell. A numerical study of the dependence of these characteristics on the angle of inclination of the helixes in a mesh structure has been carried out. As a result, this technique allows you to choose the optimal angle of inclination of the spirals in the design of the mesh transition compartment.

Keywords: carbon-carbon composite material; mechanical characteristics of the mesh shell; method of asymptotic averaging of equations with rapidly oscillating coefficients

ВВЕДЕНИЕ

Одной из важных проблем создания деталей и элементов конструкций для авиационной и ракетно-космической техники является разработка новых материалов [1,2], используемых для изготовления наиболее теплонагруженных, прочных, жёстких, устойчивых конструкций. Современная промышленность выпускает высокопрочные углеродные волокна. На основе углеродной матрицы и углеродных волокон изготавливают углерод-углеродные композитные материалы (УУКМ). Достоинствами УУКМ являются их малая плотность, высокая теплоемкость, сопротивление тепловому удару, эрозии и облучению; низкие коэффициенты трения и линейного расширения; высокая коррозионная стойкость,

высокие прочность и жёсткость. Углерод-углеродные композитные материалы обладают уникальной способностью сохранять высокую прочность и жёсткость при высоких температурах до 3000 С.

Изделия из УУКМ являются технологически сложными, но они обеспечивают более чем двукратное снижение массовых характеристик по сравнению с металлоконструкциями несущих силовых элементов, лонжеронов, силовых рам, ферм при их одинаковой несущей способности, жёсткости и устойчивости.

Сетчатые конструкции из УУКМ широко применяются в отечественном авиастроении и ракетной технике. Разработанные в нашей стране и изготавливаемые из УУКМ методом автоматической непрерывной намотки сетчатые конструкции [3-9] значительно превосходят по весовой эффективности традиционные конструкции, сделанные из металла.

Композитные сетчатые конструкции используются как самостоятельные конструктивные элементы (например, соединяющие выводимые летательные аппараты с носителями) и для совместного ограждения агрегатов. Сетчатые конструкции из УУКМ: оболочки, отсеки, фермы – относятся к силовым конструкциям. Набор структурных элементов обеспечивает их прочность и жёсткость под действующими нагрузками, а их существенно меньшая масса по сравнению со стальными даёт возможность повысить массу полезного груза.

Статическое нагружение сетчатых конструкций вызывает в них напряжения и деформации. Расчёт сетчатых оболочек представляет значительный интерес при конструировании элементов конструкций в ракетно-космической технике. Основополагающий вклад в разработку методики расчётов сетчатых композитных конструкций внесла школа В.В. Васильева [6-8]. Известны аналитические оценки напряжений регулярной реберной структуры сетчатой оболочки, полученные Васильевым В.В. и Бунаковым В.А. при использовании вариационного принципа и безмоментной теории с учётом замены реберной структуры условно сплошным слоем с усреднённой жёсткостью.

В сетчатых конструкциях основными несущими элементами являются рёбра, которые изготавливаются из однонаправленного углепластика, обладающего высокой удельной жесткостью и прочностью. Изготовление сетчатых конструкций осуществляется намоткой ребер в пазы. Наиболее распространённым процессом, используемым в настоящее время для изготовления сетчатых конструкций без обшивки, является намотка ребер в пазы эластичных матриц из силиконовой резины, которой покрывается оправка. После отверждения композита оболочка разрушается по экватору, вынимается оправка и эластичные матрицы вытягиваются внутрь оболочки. Затем оболочка протачивается по наружной поверхности. Эта операция позволяет получить заданные толщины сетчатой конструкции.

Наиболее широкое применение сетчатые конструкции нашли в ракетно-космической технике. Для улучшения весовых характеристик предпринимается ряд мероприятий, в том числе по снижению массы конструкций. Снижение массы конструкции носителей достигается проектированием сетчатых элементов конструкций из УУКМ. Наиболее эффективными в весовом отношении являются сетчатые конструкции переходных отсеков, предназначенных для механического соединения между ракетой-носителем и космическим аппаратом. Снижение массы переходного отсека позволяет увеличить массу выводимой на орбиту полезной нагрузки.

В данной работе представлена методика определения эффективных механических свойств композитных сетчатых оболочек, изготовленных из углерод-углеродных композиционных материалов на примере переходного отсека в виде цилиндрической сетчатой конструкции (см. рис.1). Эта методика основана на методе асимптотического усреднения дифференциальных уравнений с быстро осциллирующими коэффициентами, и позволяет вместо исходной сетчатой конструкции рассматривать для оптимизации характеристик эквивалентную конструкцию в виде сплошной оболочки.



Рис.1. Фотография переходного отсека.

Геометрические характеристики сетчатой структуры: ширина всех рёбер 15 мм, толщина спиральных и кольцевых рёбер 3 мм, толщина дополнительных продольных рёбер жёсткости 4,2 мм, оптимальный угол наклона спиральных рёбер относительно образующей $29^{\circ}45'$.

Физико-механические характеристики материала переходного отсека: модуль упругости 85 ГПа, коэффициент Пуассона 0.2, прочность при сжатии 0.6 ГПа, прочность при растяжении 1.1 ГПа.

1. ОПРЕДЕЛЕНИЕ МЕХАНИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК СЕТЧАТОЙ КОНСТРУКЦИИ МЕТОДОМ АСИМПТОТИЧЕСКОГО УСРЕДНЕНИЯ

При моделировании напряженно-деформированного состояния сетчатых конструкций периодической структуры имеется возможность вычисления их эффективных жесткостных характеристик методом асимптотического усреднения. Этот подход основан на условии периодичности и относительной малости по отношению ко всей конструкции периодически повторяемого фрагмента структуры, изображенного на рис.2.

В структуре сетчатой конструкции, изображенной на рис.2б прослеживается периодически повторяемый фрагмент, изображённый на рис.2а размером 152×263 мм при общем размере поверхности в развёртке 3745×3772 мм, т.е. соотношение масштабов составляет примерно 15-25. Такой фрагмент представляет собой ячейку периодичности сетчатой конструкции. Поэтому для такой конструкции можно применить метод асимптотического усреднения Бахвалова [10-13] для определения её эффективных характеристик. В этом случае её поведение под нагрузкой будет эквивалентно поведению однородной оболочки и, таким образом, расчёт периодической сетчатой конструкции можно свести

к более простому расчёту, а именно, к расчёту эквивалентной однородной оболочки.

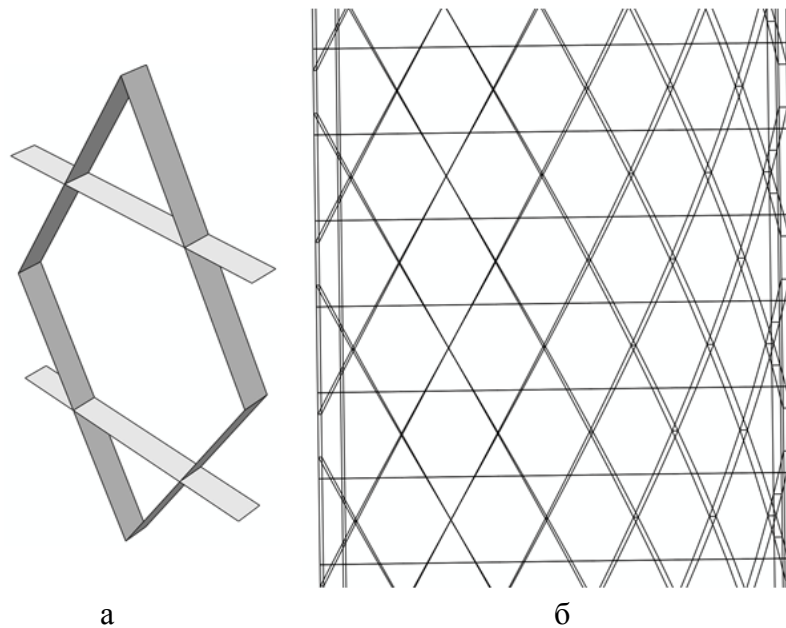


Рис.2. Периодически повторяемый фрагмент (а) в структуре сетчатой конструкции (б).

Этот подход заключается в разделении процессов, происходящих на разных масштабных уровнях: на масштабном уровне одного периодически повторяемого элемента, и на масштабном уровне всей конструкции, где элементы сетчатой оболочки рассматриваются как однородный материал с эффективными характеристиками. Соответственно вся задача, согласно методике асимптотического усреднения, разбивается на две задачи: макроуровня для всей конструкции, и микроуровня для периодически повторяемого фрагмента. Отметим, что здесь мы пренебрегаем кривизной поверхности, рассматривая ее как пространственную развертку на плоскости. Возможен и более точный подход, учитывающий кривизну поверхности при ее развертке на плоскости, но в данном случае это будет не оправданное усложнение схемы усреднения.

Механическое поведение плоской развертки сетчатой оболочки с периодически повторяемым фрагментом описывается системой уравнений теории упругости, которую мы представим в дивергентном виде с матричными быстро осциллирующими коэффициентами

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \left(A_{ij}(\xi) \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial x_j} \right) + \mathbf{F}(x) = 0, \quad A_{ij} = A_{ji}^T, \quad \xi = x/\varepsilon, \quad (1)$$

$$\sigma_{(n)} = 0, \quad x/\varepsilon \in \Sigma, \quad \sigma_{(n)} = \sigma_i n_i = n_i A_{ij}(\xi) \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial x_j}. \quad (2)$$

Здесь \mathbf{u} – вектор перемещений, $\sigma_{(n)}$ – вектор поверхностных сил на границе контакта Σ , A_{ij} – матричные коэффициенты 3×3 , связанные с тензором жёсткости c_{ijkl} материала элементов конструкции соотношением $A_{ij} = \{a_{ijkl}\} = \{c_{ijkl}\}$. Предполагается, что вне элементов конструкции матричные

коэффициенты A_{ij} принимают нулевое значение, тогда условие (2) можно рассматривать как условие идеального контакта с нулевой фазой материала.

Будем считать, что материал сетчатой конструкции (спиральных, кольцевых и продольных рёбер) является изотропным. Их характеристики, приведены в конце первого раздела статьи. Отметим, что методика применима без изменения и для случая, когда характеристики элементов конструкции соответствуют анизотропному материалу. Компоненты тензора жесткости изотропного материала (а следовательно и матричные коэффициенты A_{ij}) определяются через параметры Ламэ μ , λ или модуль Юнга и коэффициент Пуассона по известным формулам

$$c_{ijkl} = \mu(\delta_{ij}\delta_{kl} + \delta_{jk}\delta_{il}) + \lambda\delta_{ik}\delta_{jl}, \quad \mu = \frac{E}{2(1+\nu)}, \quad \lambda = \frac{\nu E}{(1-2\nu)(1+\nu)}.$$

Методика асимптотического усреднения заключается в том, что в соответствии со структурой определяющих уравнений (1), (2) вводятся «быстрые» переменные микромасштаба $\xi = x/\varepsilon$, и перемещения $\mathbf{u}(x)$ рассматриваются как функции исходных (медленных) и быстрых переменных: $\mathbf{u}(x) = \hat{\mathbf{u}}(\xi, x)$. На основе асимптотического анализа уравнений (1), (2) с помощью формулы дифференцирования сложной функции

$$\frac{\partial}{\partial x_k} = D^k + \varepsilon^{-1} \frac{\partial}{\partial \xi_k}, \quad D^k = \frac{\partial}{\partial x_k},$$

производится разделение медленных и быстрых переменных и выводится формула асимптотического приближения к решению, содержащая в своей структуре функции медленных и быстрых переменных (подробнее см. [10,13])

$$\hat{\mathbf{u}}(\xi, x) = \mathbf{u}_0(x) + \varepsilon N_i(\xi) D^i \mathbf{u}_0(x) + O(\varepsilon^2). \quad (3)$$

Здесь безразмерный параметр ε является соотношением масштабов периодического фрагмента и всей конструкции, в нашем случае ε приблизительно лежит в пределах (0.04, 0.07), что соответствует отношению размеров периодической ячейки к размерам всей развертки сетчатой оболочки. Функции быстрых переменных $N_i(\xi)$ являются периодическими функциями и находятся из решения задачи на ячейке, а вектор функция $\mathbf{u}_0(x)$ трактуется как средние перемещения всей конструкции, рассматриваемой как однородное тело, и находится из решения усредненного уравнения с постоянными коэффициентами, имеющими смысл эффективных характеристик сетчатой конструкции, рассматриваемой как однородное тело (оболочка)

$$h_{i_1 i_2} D^{i_1 i_2} \mathbf{u}_0(x) + \mathbf{F}(x) = 0, \quad h_{i_1 i_2} = \left\langle A_{i_1 j} \frac{\partial N_{i_2}}{\partial \xi_j} + A_{i_1 i_2} \right\rangle. \quad (4)$$

Представление перемещений (3), (4) является асимптотикой первого порядка, наиболее часто применяемой на практике, хотя возможно и построение асимптотик более высокого порядка.

Функции-матрицы быстрых переменных $N_i(\xi)$, $i_1 = 1, 2, 3$, определяются из решений задачи на ячейке периодичности, трактуемой как напряженно-деформируемое состояние периодического фрагмента сетчатой фермы (рис.3)

при специальных граничных условиях периодического фрагмента, отвечающих шести независимым однородным состояниям ячейки (см. [13])

$$\frac{\partial}{\partial \xi_i} \left(A_{ij}(\xi) \frac{\partial (N_i + \xi_i E)}{\partial \xi_j} \right) = 0, \quad [N_i] = \left[A_{ij}(\xi) \frac{\partial (N_i + \xi_i E)}{\partial \xi_j} n_i \right] = 0. \quad (5)$$

Условия скачка трактуются в смысле уравнений (2), и вне элементов конструкции предполагается, что матричные коэффициенты A_{ij} равны нулю.

С помощью этих функций находятся эффективные характеристики однородного тела, трактуемого как оболочка, в виде усреднённого тензора жёсткости

$$\hat{A}_{ij} = h_{ij} = \left\langle A_{ik}(\xi) \frac{\partial (N_j + \xi_j E)}{\partial \xi_k} \right\rangle, \quad (6)$$

где $\hat{A}_{ij} = \{\hat{a}_{ijkl}\} = \{\hat{c}_{ijkl}\}$ – эффективная матрица жёсткости, составленная из компонентов усреднённого тензора жёсткости однородной оболочки.

Таким образом, метод асимптотического усреднения сводит вычисление эффективных механических характеристик к решению ряда задач на ячейке периодичности для функций быстрых переменных $N_i(\xi)$, $i_1 = 1, 2, 3$. Хотя задача и формулируется для трёх матриц-функций N_i размерности 3×3 , тем не менее, она сводится для нашей конструкции, трактуемой как оболочка, к решению трёх обычных краевых задач теории упругости по одноосному растяжению и простому сдвигу одного периодически повторяемого элемента конструкции со специальными краевыми условиями на каждой из его граней (рис.3). Каждая из этих задач соответствует определению одной из компонент тензора жёсткости однородного тела, которое в данном случае будет ортотропным (см. [13]): \hat{c}_{1111} , \hat{c}_{1122} , \hat{c}_{2222} , \hat{c}_{1212} ; остальные компоненты тензора жесткости для оболочки не используются. В соответствии с определяемыми компонентами эти задачи обозначаются как задача C1111, C2222 и C1212. Отметим, что задача C1111 определяет сразу две компоненты тензора жёсткости: \hat{c}_{1111} и \hat{c}_{1122} , также как и задача C2222 определяет \hat{c}_{2222} и \hat{c}_{2211} ; однако, теоретически доказывается, что выполняется условие симметрии $\hat{c}_{1122} = \hat{c}_{2211}$.

Задача на ячейке была реализована в конечно-элементном пакете Simulia/Abaqus [14]. Для моделирования конструктивных элементов была выбрана пластинчатая модель [15]. Периодический фрагмент общей сетчатой конструкции, состоящий из рёбер, образующих пространственную структуру с заданной геометрией, описывались плоскими четырёх-узловыми элементами с заданной толщиной и с механическими характеристиками композитного материала, приведёнными в конце первого раздела. При этом конечно-элементное разбиение всей ячейки должно было отвечать требованию равномерности и достаточной плотности, что было достигнуто при характерном размере элементов $h = 1$ мм. Общее число элементов в конечно-элементной сетке составляло 13800 при общем числе узлов 14688. На рис.4 приведён общий вид конечно-элементной сетки всей периодической ячейки и отдельный фрагмент в увеличенном виде.

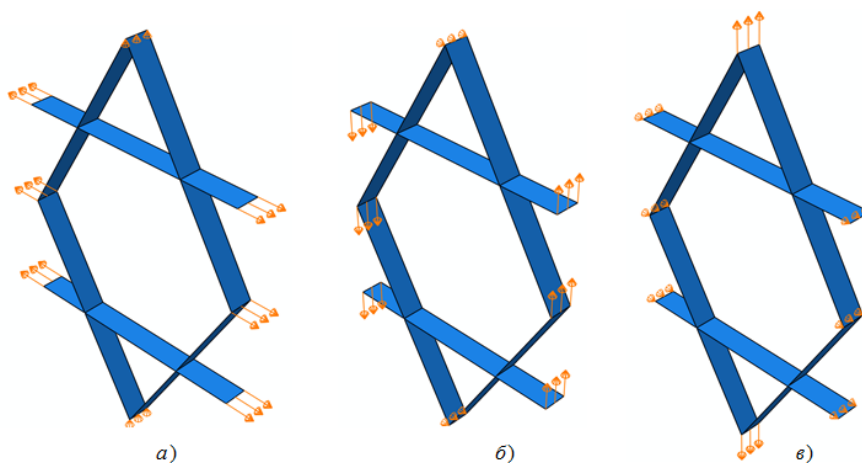


Рис.3. Задачи и условия деформирования периодически повторяемого фрагмента сетчатой конструкции для определения жёсткости эквивалентной оболочки: (а) – определение компоненты тензора жёсткости \hat{c}_{1111} и \hat{c}_{1122} (задача C1111); (б) – определение сдвиговой компоненты тензора жёсткости \hat{c}_{1212} (задача C1212); (в) – определение компоненты \hat{c}_{2222} и \hat{c}_{2211} (задача C2222).

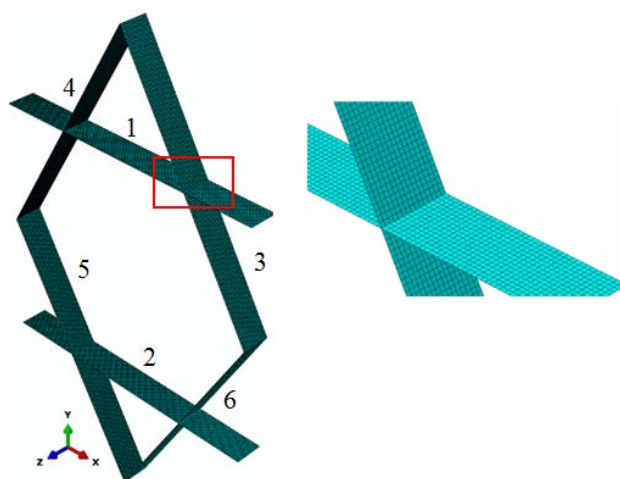


Рис.4. Конечно-элементное разбиение периодического фрагмента сетчатой конструкции.

В задаче C1111 (рис.3а) левый и правых конец фрагмента перемещался так, чтобы обеспечить 1% деформации всего фрагмента, т.е. концы перемещались на расстояние $\pm 0.07605\text{ мм}$ вдоль оси x . Верхний конец закреплялся вдоль оси y , все остальные направления оставались свободными. В задаче C1212 (рис.3б) левый и правых конец фрагмента перемещался вдоль оси y так, чтобы обеспечить тот же 1% деформации, а верхний конец закреплялся по направлению оси x . В задаче C2222 (рис.3в) верхний конец перемещался на расстояние $\pm 0.1317\text{ мм}$ (1% деформации) вдоль оси y , а левый и правых конец закреплялся вдоль оси x , все остальные направления оставались свободными.

В результате решения этих задач были получены значения компонент эффективного тензора жёсткости \hat{c}_{1111} , \hat{c}_{1122} , \hat{c}_{2222} , \hat{c}_{1212} как средние значения

компонент тензора напряжений, связанных с направлением растяжения или сдвига.

2. ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

В задаче на ячейке (рис.3) значимыми для оценки эффективной жёсткости эквивалентной оболочки являются только компоненты тензора жесткости в плоскости соответствующего элемента геометрической структуры периодического фрагмента. Рассмотрим средние значения этих компонент в каждом из плоских фрагментов периодической структуры, обозначенных на рис.4 цифрами 1-6. В силу симметрии отличными от нуля являются только средние значения напряжений вдоль плоскости соответствующего фрагмента, причём они совпадают по значению для фрагментов 1,2, а для фрагментов 3,4,5,6 они совпадают с точностью до знака. Обозначим их соответственно символами $\hat{\sigma}_1, \hat{\sigma}_2, \hat{\sigma}_3$ и $\hat{\sigma}_4$, где $\hat{\sigma}_1$ – среднее значение продольного растягивающего напряжения на фрагменте 1 в задаче C1111, $\hat{\sigma}_2$ и $\hat{\sigma}_3$ – среднее значение продольного растягивающего напряжения на фрагменте 3 соответственно в задачах C1111 и C2222, и наконец, $\hat{\sigma}_4$ – среднее значение продольного сжимающего напряжения на фрагменте 3 в задаче C1212. Тогда компоненты тензора жёсткости $\hat{c}_{1111}, \hat{c}_{1122}, \hat{c}_{2222}, \hat{c}_{1212}$ выразятся через $\hat{\sigma}_{1,2,3,4}$ по следующим формулам

$$\hat{c}_{1111} = \frac{2d}{h\varepsilon} \left(\hat{\sigma}_1 + \frac{2l_{sp}}{l} \hat{\sigma}_2 \sin^2 \alpha \right), \quad \hat{c}_{1122} = \frac{4d l_{sp}}{h\varepsilon l} \hat{\sigma}_2 \cos^2 \alpha,$$

$$\hat{c}_{2222} = \frac{4d l_{sp}}{h\varepsilon l} \hat{\sigma}_3 \sin^2 \alpha, \quad \hat{c}_{1212} = \frac{4d l_{sp}}{h\varepsilon l} \hat{\sigma}_4 \sin \alpha \cos \alpha,$$

где l – ширина периодической ячейки (см. рис.3,4), h – её высота, l_{sp} – длина спирального фрагмента 3,4,5,6 (см. рис.4), d – толщина конструктивных элементов, равная 3 мм, ε – деформация периодического фрагмента в расчётах задач (рис.3), равная 0.01.

Были проведены расчёты для различных углов наклона спиралей $\alpha = 25^\circ, 28^\circ, 29.75^\circ, 30^\circ, 32^\circ, 35^\circ$ по отношению к образующей сетчатой цилиндрической оболочки, результаты расчёта компонент тензора жёсткости приведены в таблице 1.

Таблица 1.

Компоненты эффективного тензора жёсткости сетчатой цилиндрической оболочки при разных углах наклона спиралей.

α , градусы	\hat{c}_{1111} , МПа	\hat{c}_{1122} , МПа	\hat{c}_{2222} , МПа	\hat{c}_{1212} , МПа
25	1681.70	542.59	2496.21	543.28
28	1967.46	652.34	2308.14	653.20
29,75	2150.71	716.60	2194.42	717.60
30	2177.98	725.75	2177.98	726.77
32	2407.13	798.30	2045.15	799.46
35	2790.97	903.41	1843.16	904.79

Таким образом, в результате решения стандартных задач метода асимптотического усреднения мы получаем все необходимые значения компонент

тензора жёсткости ортотропного материала эквивалентной оболочки \hat{c}_{1111} , \hat{c}_{1122} , \hat{c}_{2222} , \hat{c}_{1212} как средние значения компонент тензора напряжений, связанных с направлением растяжения или сдвига. Переход к техническим константам \hat{E}_1 , \hat{E}_2 , \hat{G}_{12} , ν_{12} и ν_{21} , характеризующим материал в терминах модулей Юнга, сдвига и коэффициентов Пуассона, осуществляется стандартным образом (см. [16]), путём обращения тензора жёсткости и преобразования компонент тензора податливости $\{\hat{r}_{ijkl}\} = \{\hat{c}_{ijkl}\}^{-1}$.

В результате для эффективных модулей Юнга получаем следующие формулы, удобные для вычисления технических констант через компоненты тензора жёсткости

$$\hat{E}_1 = \hat{c}_{1111} - \nu_{12} \hat{c}_{1122}, \quad \nu_{12} = \frac{\hat{c}_{1122}}{\hat{c}_{2222}}, \quad \hat{E}_2 = \hat{c}_{2222} - \nu_{21} \hat{c}_{1122}, \quad \nu_{21} = \frac{\hat{c}_{1122}}{\hat{c}_{1111}}.$$

Здесь константы ν_{ij} (коэффициенты Пуассона) являются нормированными компонентами матрицы податливости \hat{r}_{ijij} , и имеют физический смысл соотношений между поперечной и продольной деформацией при одноосном напряжённо-деформированном состоянии

$$\nu_{12} = -\frac{\hat{r}_{1122}}{\hat{r}_{1111}}, \quad \nu_{21} = -\frac{\hat{r}_{1122}}{\hat{r}_{2222}}.$$

Эффективный модуль сдвига \hat{G}_{12} совпадает с оставшейся компонентой тензора жёсткости: $\hat{G}_{12} = \hat{c}_{1212}$.

Таблица 2.

Модули Юнга, сдвига и коэффициенты Пуассона для сетчатой цилиндрической оболочки при разных углах наклона спиралей.

α , градусы	\hat{E}_1 , МПа	\hat{E}_2 , МПа	\hat{G}_{12} , МПа	$\hat{\nu}_{12}$	$\hat{\nu}_{21}$
25	1563.77	2321.16	543.28	0.2174	0.3226
28	1783.10	2091.86	653.20	0.2826	0.3316
29,75	1916.71	1955.66	717.60	0.3265	0.3332
30	1936.16	1936.15	726.77	0.3332	0.3332
32	2095.53	1780.41	799.46	0.3903	0.3316
35	2348.17	1550.74	904.79	0.4901	0.3237

В таблице 2 представлены результаты вычисления технических модулей эквивалентной сплошной цилиндрической оболочки для разных углов наклона спиральных элементов. На рис.5 изображены графики этих модулей в зависимости от угла наклона спиральных элементов.

На основе этих графиков можно провести оптимизацию сетчатой конструкции и выбрать оптимальный угол наклона спиральных элементов. При угле $\alpha = 30^\circ$ приведённый материал эквивалентной оболочки становится практически изотропным, при остальных значениях угла наклона преобладает либо продольный модуль Юнга \hat{E}_2 , либо поперечный \hat{E}_1 , и эквивалентный материал становится ортотропным. В реальной конструкции был выбран угол чуть меньший оптимального и равный $\alpha = 29.75^\circ$ с расчётом на сжимаемость

конструкции в продольном направлении в рабочем состоянии, при котором реальный угол наклона спиралей в конструкции немного увеличивается.

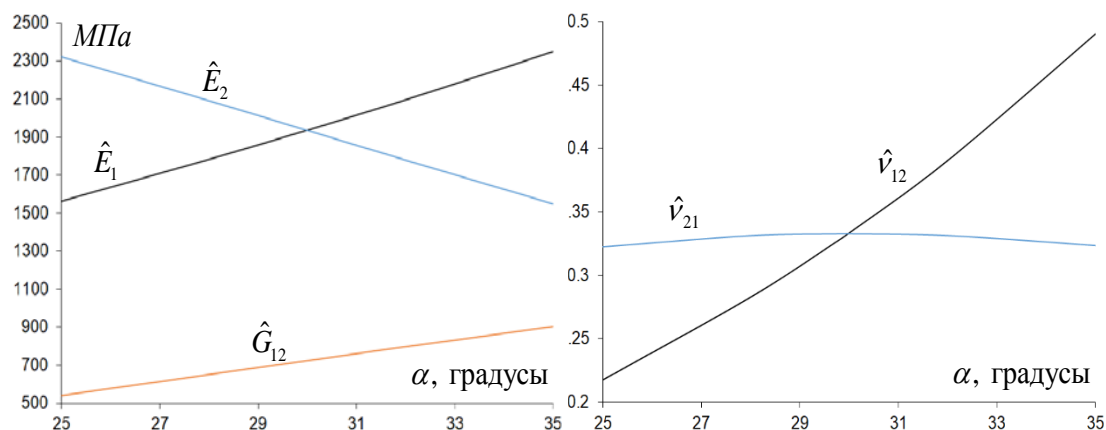


Рис.5. Графики модулей Юнга, сдвига и коэффициентов Пуассона для сетчатой цилиндрической оболочки при разных углах наклона спиральных элементов.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработана методика определения эффективных физико-механических характеристик композитной сетчатой оболочки, изготовленной из углерод-углеродного композиционного материала. Эта методика основана на методе асимптотического усреднения уравнений с быстро осциллирующими коэффициентами, и позволяет вместо исходной сетчатой конструкции рассматривать эквивалентную ей конструкцию в виде сплошной оболочки. На основе этой методики проведено численное исследование физико-механических свойств переходного отсека в виде цилиндрической сетчатой оболочки в зависимости от угла наклона спиралей в его конструкции. Показано, что при определённом угле наклона эквивалентная сплошная оболочка представляет собой изотропную конструкцию. Полученные результаты позволяют прогнозировать оптимальные геометрические характеристики сетчатых конструкций с учётом их жесткостных характеристик.

ЛИТЕРАТУРА

1. Васильев В.В., Протасов В.Д., Болотин В.В. и др. *Композиционные материалы: Справочник*. Под общ. ред. Васильева В.В., Тарнопольского Ю.М. – М.: Машиностроение, 1990. – 512 с.
2. Карпинос Д.М. (ред.) *Композиционные материалы. Справочник*. – Киев: Наукова думка, 1985. – 592 с.
3. Амбарцумян С.А. *Общая теория анизотропных оболочек*. – М.: Наука, 1974. – 448 с.
4. Амиро И.Я., Заруцкий В.А., Поляков П.С. *Ребристые цилиндрические оболочки*. – Киев: Наукова думка, 1973. – 248 с.
5. Образцов И.Ф., Васильев В.В., Бунаков В.А. *Оптимальное армирование оболочек вращения из композиционных материалов*. – М.: Машиностроение, 1977. – 144 с.

6. Васильев В.В., Пичхадзе Г.П. *Оболочки и пластинки из композиционного материала с пространственной схемой армирования* // Проектирование, расчет и испытания конструкций из композиционных материалов. – 1982. – Вып.9. – С. 83-90.
7. Васильев В.В., Бунаков В.А. *Проектирование сетчатых композитных цилиндрических оболочек, сжатых в осевом направлении* // Механика конструкций из композиционных материалов. – 2000. – Т.6. – №2. – С.68-77.
8. Васильев В.В., Склезнев А.А. *Продольные и изгибные колебания сетчатого композитного переходного отсека космического аппарата* // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2009. – Т.15. – №2. – С.242-255.
9. Шухов В.Г. *Строительная механика. Избранные труды.* – М.: Наука, 1977. – 192 с.
10. Бахвалов Н.С., Панасенко Г.П. *Осреднение процессов в периодических средах.* – М.: Наука. 1984. – 352 с.
11. Победря Б.Е. *Механика композиционных материалов.* – М.: Изд-во МГУ. 1984. – 336 с.
12. Bensoussan A., Lions J.L., Papanicolaou G. *Asymptotic analysis for periodic structures.* – Amsterdam: North-Holland Publ. Comp., 1978. – 700 p.
13. Власов А.Н., Мерзляков В.П. *Усреднение деформационных и прочностных свойств в механике скальных пород.* – М.: Изд-во Ассоциации строительных вузов, 2009. – 208 с.
14. ABAQUS. Standard ABAQUS scripting. Analysis user's manual. Ver. 6.12-3. RI: ABAQUS Inc, 2012.
15. Батэ К., Вилсон Е. *Численные методы анализа и метод конечных элементов.* – М.: Стройиздат, 1982. – 448 с.
16. Лехницкий С.Г. *Теория упругости анизотропного тела.* – Москва, Ленинград: Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1950. – 300 с.

REFERENCES

1. Vasil'ev V.V., Protasov V.D., Bolotin V.V. et al. *Kompozitsionnye materialy: Spravochnik [Composite materials: Reference].* Pod obshhej redaktsiej Vasil'eva V.V., Tarnopol'skogo Yu.M. Moskva, Mashinostroenie, 1990, 512 p.
2. Karpinos D.M. (red.) *Kompozitsionnye materialy: Spravochnik [Composite materials. Reference].* Kiev, Naukova dumka, 1985, 592 p.
3. Ambarcumyan S.A. *Obshhaya teoriya anizotropnykh obolochek [General theory of anisotropic shells].* Moskva, Nauka, 1974, 448 p.
4. Amiro I.YA., Zaruckij V.A., Polyakov P.S. *Rebristye tsilindricheskie obolochki [Ribbed cylindrical shells].* Kiev, Naukova dumka, 1973, 248 p.
5. Obrazcov I.F., Vasil'ev V.V., Bunakov V.A. *Optimal'noe armirovanie obolochek vrashheniya iz kompozitsionnykh materialov [Optimal reinforcement of rotation shells made of composite materials].* Moskva, Mashinostroenie, 1977, 144 p.
6. Vasil'ev V.V., Pichkhadze G.P. *Obolochki i plastinki iz kompozitsionnogo materiala s prostranstvennoj skhemoj armirovaniya [Shells and plates made of composite material with a spatial reinforcement scheme].* Proektirovanie, raschet i ispytaniya konstruksij iz kompozitsionnykh materialov, 1982, Iss.9, Pp.83-90.
7. Vasil'ev V.V., Bunakov V.A. *Proektirovanie setchatykh kompozitnykh tsilindricheskikh obolochek, szhatykh v osevom napravlenii [Design of mesh*

- composite cylindrical shells compressed in the axial direction*]. *Mekhanika konstruksij iz kompozitsionnykh materialov*, 2000, Vol.6, No.2, Pp.68-77.
8. Vasil'ev V.V., Skleznev A.A. *Prodol'nye i izgibnye kolebaniya setchatogo kompozitnogo perekhodnogo otseka kosmicheskogo apparata [Longitudinal and bending vibrations of the mesh composite transition compartment of the spacecraft]*. *Mekhanika kompozitsionnykh materialov i konstruksii*, 2009, Vol.15, No.2, Pp.242-255.
 9. Shuhov V.G. *Stroite'naya mekhanika. Izbrannye trudy [Construction mechanics. Selected works]*. Moskva, Nauka, 1977, 192 p.
 10. Bahvalov N.S., Panasenko G.P. *Osrednenie protsessov v periodicheskikh sredakh [Averaging of processes in periodic environments]*. Moskva, Nauka, 1984, 352 p.
 11. Pobedrya B.E. *Mekhanika kompozitsionnykh materialov [Mechanics of composite materials]*. Moskva, Izdatel'stvo MGU, 1984, 336 p.
 12. Bensoussan A., Lions J.L., Papanicolaou G. *Asymptotic analysis for periodic structures*. Amsterdam, North-Holland Publ. Comp., 1978, 700 p.
 13. Vlasov A.N., Merzlyakov V.P. *Usrednenie deformatsionnykh i prochnostnykh svoystv v mekhanike skal'nykh porod [Averaging of deformation and strength properties in rock mechanics]*. Moskva, Izdatel'stvo Assotsiatsii stroitel'nykh vuzov, 2009, 208 p.
 14. ABAQUS. Standard ABAQUS scripting. Analysis user's manual. Ver. 6.12-3. RI: ABAQUS Inc, 2012.
 15. Bate K., Vilson E. *Chislennyye metody analiza i metod konechnykh ehlementov [Numerical methods of analysis and the finite element method]*. Moskva, Strojizdat, 1982, 448 p.
 16. Lekhnickij S.G. *Teoriya uprugosti anizotropnogo tela [Theory of elasticity of an anisotropic body]*. Moskva, Leningrad, Gosudarstvennoe izdatel'stvo tekhniko-teoreticheskoy literatury, 1950, 300 p.

Поступила в редакцию 03 апреля 2023 года.

Сведения об авторах:

Власов Александр Николаевич – д.т.н., дир., ФГБУН Институт прикладной механики РАН, г. Москва, Россия; e-mail: bah1955@ya.ru

Волков-Богородский Дмитрий Борисович – к.ф.-м.н., в.н.с., ФГБУН Институт прикладной механики РАН, г. Москва, Россия; e-mail: v-b1957@yandex.ru

Уткин Юрий Алексеевич – асп., ФГБУН Институт прикладной механики РАН, г. Москва, Россия