

УДК 539.4
EDN BUUAAT (<https://elibrary.ru/buuaat>)
DOI 10.33113/mkmk.ras.2023.29.02.02



СРАВНЕНИЕ РАЗЛИЧНЫХ ТИПОВ КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ПРИ ЧИСЛЕННОМ АНАЛИЗЕ ПРОЦЕССА УВЕЛИЧЕНИЯ ВНУТРЕННЕГО РАДИУСА МУФТЫ ИЗ СПЛАВА С ПАМЯТЬЮ ФОРМЫ

Саганов Е.Б.^{1,2}, Шарунов. А.В.²

¹ФГБУН Институт прикладной механики РАН, г. Москва, Россия

²ФГБОУ ВО «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)», г. Москва, Россия

АННОТАЦИЯ

Работа посвящена численному анализу процесса увеличения внутреннего радиуса цилиндрической муфты из сплава с памятью формы с использованием 3-х мерных и осесимметричных типов конечных элементов. Численное моделирование выполнено в программном комплексе Simulia Abaqus с применением технологии пользовательского материала. В качестве параметра вида напряженного состояния используется параметр, связанный с третьим инвариантом девиатора напряжений. В рамках работы принимается линейная зависимость материальных констант от параметра вида напряженного состояния.

Рассмотрение задачи ведется в рамках модели нелинейного деформирования СПФ при фазовых и структурных превращениях. Полученное решение учитывает влияние на поведение материала вида напряженного состояния.

В рамках работы произведен расчет напряженно-деформированного состояния толстостенной цилиндрической муфты в двух постановках:

1. При монотонном активном нагружении в низкотемпературном мартенситном фазовом состоянии (режим мартенситной неупругости).

2. В процессе прямого термоупругого превращения при действии постоянного внутреннего давления при ее охлаждении через интервал температур прямого мартенситного превращения.

В работе проведено сравнение использования 3-х мерных и осесимметричных типов конечных элементов при численном анализе процесса увеличения внутреннего радиуса толстостенной цилиндрической муфты. Помимо этого, определено влияние количества конечных элементов по сечению муфты на полученные в результате расчета зависимости для напряжений, перемещений и параметра вида напряженного состояния. Установлено, что использование осесимметричных элементов предпочтительнее для решения задач данного класса.

Результаты, полученные в ходе выполнения работы, могут быть успешно использованы при проектировании термомеханических соединительных муфт из СПФ.

Ключевые слова: сплавы с памятью формы; метод конечных элементов; прямое мартенситное превращение; мартенситная неупругость; муфта

COMPARISON OF VARIOUS TYPES OF FINITE ELEMENTS IN THE NUMERICAL ANALYSIS OF THE PROCESS OF INCREASING THE INNER RADIUS OF A SHAPE MEMORY ALLOY COUPLING

Saganov E.B.^{1,2}, Sharunov A.V.²

¹*Institute of Applied Mechanics of Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia*

²*Moscow aviation institute (national research university), Moscow, Russia*

ABSTRACT

The work is devoted to the numerical analysis of the process of increasing the inner radius of a cylindrical coupling made of shape memory alloy using 3-dimensional and axisymmetric types of finite elements. Numerical simulation was performed in the Simulia Abaqus software package using the technology of user-generated material. The parameter associated with the third invariant of the stress deviator is used as a parameter of the type of stress state. In the framework of the work, the linear dependence of the material constants on the parameter of the type of stress state is assumed.

The problem is considered within the framework of the model of nonlinear deformation of the SPF during phase and structural transformations. The resulting solution takes into account the influence of the type of stress state on the behavior of the material.

As part of the work, the stress-strain state of a thick-walled cylindrical coupling was calculated in two formulations:

1. Under monotonic active loading in low-temperature martensitic phase state (martensitic inelasticity mode).

2. In the process of direct thermoelastic transformation under the action of constant internal pressure when it is cooled through the temperature range of direct martensitic transformation.

The work compares the use of 3-dimensional and axisymmetric types of finite elements in the numerical analysis of the process of increasing the inner radius of a thick-walled cylindrical coupling. In addition, the influence of the number of finite elements along the coupling cross-section on the dependences obtained as a result of the calculation for stresses, displacements and the parameter of the type of stress state is determined. It is established that the use of axisymmetric elements is preferable for solving problems of this class.

The results obtained in the course of the work can be successfully used in the design of thermomechanical coupling couplings from SMA.

Keywords: shape memory alloys; finite element method; martensitic transformation; martensitic inelasticity; coupling

ВВЕДЕНИЕ

Разработка и проектирование устройств из СПФ [1], требует наличие достоверных решений краевых задач механики этих сплавов [2]. Получение подобных решений затруднено ввиду необходимости проведения связанного термомеханического анализа поведения СПФ. Кроме этого, напряженно – деформированное состояние (НДС) конструкции, содержащей СПФ, зависит от вида напряженного состояния [3], что должно учитываться при решении соответствующей краевой задачи.

Одним из подходов, позволяющим избежать отмеченных трудностей, является использование коммерческих пакетов конечно-элементного моделирования. Однако такой подход требует создания пользовательских моделей материалов, поскольку встроенные в коммерческие программные комплексы модели поведения СПФ [4-6] либо описывают только режимы сверхупругости и мартенситной неупругости, либо не учитывают зависимость накапливаемых при прямом превращении деформаций от величины

действующего напряжения и нелинейную зависимость температур фазового перехода от действующих напряжений.

Большинство работ [7-20] по решению краевых задач механики СПФ с применением метода конечных элементов (МКЭ) не учитывают зависимость процессов деформирования элементов конструкции из СПФ от параметра вида напряженного состояния. В работах [21-22] проведен анализ толстостенных цилиндрических оболочек из СПФ под действием внутреннего давления как в режиме мартенситной неупругости, так и в процессе прямого термоупругого превращения с учетом вышеописанного свойства в рамках модели нелинейного деформирования СПФ [23-26]. Однако в этих работах осесимметричная задача моделировалась трехмерным типом КЭ, что увеличивает временные и вычислительные затраты.

В данной работе проведено сравнение использования 3-х мерных и осесимметричных типов конечных элементов при численном анализе процесса увеличения внутреннего радиуса цилиндрической муфты из сплава с памятью формы, как в режиме мартенситной неупругости, так и в процессе прямого термоупругого превращения. Помимо этого, определено влияние количества конечных элементов по сечению муфты на полученные в результате расчета зависимости для напряжений, перемещений и параметра вида напряженного состояния.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассматривается задача увеличения внутреннего радиуса толстостенной цилиндрической оболочки из СПФ. Внешний радиус оболочки равен $b = 10$ мм, внутренний $a = 5$ мм.

Рассматриваются две постановки задачи:

1. Задача смоделирована 3-х мерным типом КЭ C3D8H [27].
2. Задача смоделирована 2-х мерным осесимметричным типом КЭ C3X4H [27].

Рассмотрение задачи увеличения внутреннего радиуса толстостенной цилиндрической оболочки из СПФ ведется в цилиндрической системе координат $r - \theta - z$.

Рассматриваемая задача решается при двух типах граничных условий:

1. Закрепление перемещений по торцам муфты от осевых смещений (деформации в осевом направлении равны нулю) - в дальнейшем модель 1.
2. Закрепление осевых перемещений по плоскости симметрии, перпендикулярной продольной оси оболочки (напряжения по торцам муфты в осевом направлении равны нулю) - в дальнейшем модель 2.

В качестве статических граничных условий выступает величина внутреннего давления, приложенная к внутренней поверхности цилиндрической оболочки.

Поскольку при решении задачи 3-х мерным типом КЭ рассматривается четверть цилиндрической оболочки, то необходимо вводить дополнительные закрепления, используя условия симметрии.

Ниже приведены КЭМ оболочки, смоделированные 3-х мерным типом КЭ (рис.1) и осесимметричными КЭ (рис.2) с отмеченными точками замера перемещений.

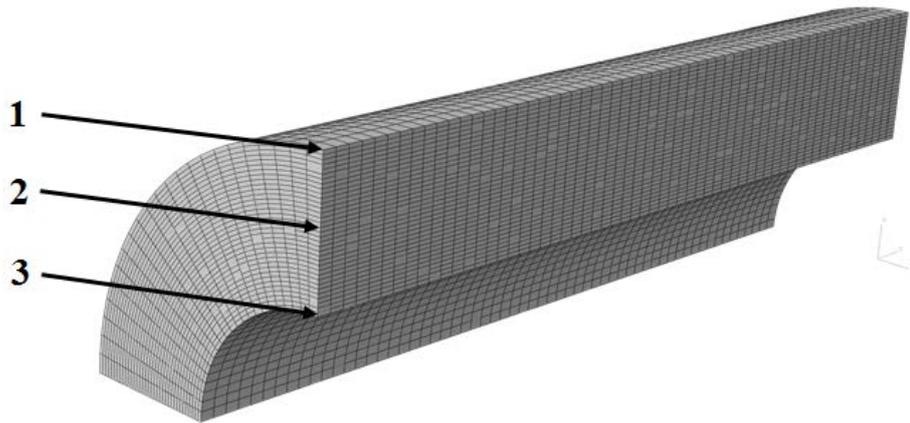


Рис.1. КЭМ оболочки, смоделированной объемными КЭ.

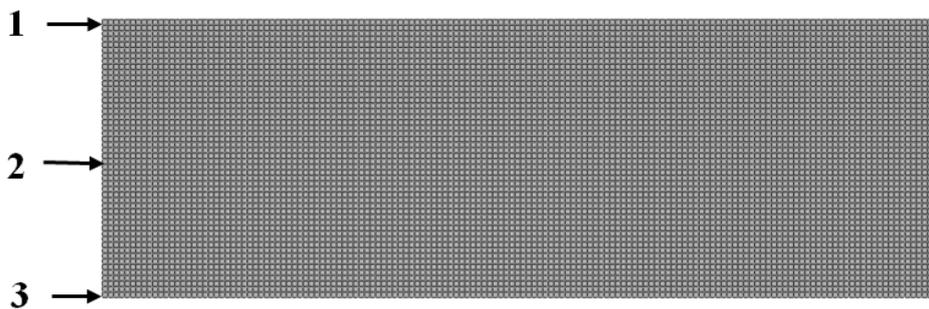


Рис.2. КЭМ оболочки, смоделированной плоскими осесимметричными КЭ.

1.1. Соотношения для описания нагружения в режиме мартенситной неупругости.

В рамках модели нелинейного деформирования СПФ при фазовых и структурных превращениях [23-26] реализованной в программном модуле, предполагается аддитивное представление тензора приращений полных деформаций, при их малости.

Связь между компонентами приращений девиатора напряжений и деформаций устанавливается следующим соотношением [28]

$$d\sigma'_{ij} = 2G_M d\varepsilon'_{ij} - \lambda \sigma'_{ij} \sigma'_{kl} d\varepsilon'_{kl},$$

$$\lambda = 9\rho_D(\mu_\sigma) \frac{G_M^2}{\sigma_i^2} \frac{F'(\sigma_i)}{(1 + 3G_M \rho_D(\mu_\sigma) F'(\sigma_i))},$$

$$F'(\sigma_i) = \frac{1}{\Gamma(\alpha(\mu_\sigma))} \left(\frac{\sigma_i}{\sigma_0(\mu_\sigma)} \right)^{\alpha(\mu_\sigma)-1} \exp\left(\frac{-\sigma_i}{\sigma_0(\mu_\sigma)} \right) \frac{1}{\sigma_0(\mu_\sigma)}.$$

Здесь $d\sigma'_{ij}$, $d\varepsilon'_{ij}$ – девиатор приращений напряжений и деформаций, G_M – модуль сдвига СПФ в мартенситном фазовом состоянии, ρ_D – верхняя граница интенсивности фазовых деформаций, σ_i – интенсивность напряжений, μ_σ – параметр вида напряженного состояния, $F'(\sigma_i)$ – плотность γ -распределения интенсивности микронапряжений образца из СПФ в мартенситном фазовом состоянии, $\alpha(\mu_\sigma)$, $\sigma_0(\mu_\sigma)$ – параметры материала, Γ – гамма функция.

Шаровая часть тензора приращений напряжений определяется по формуле, приведенной ниже

$$d\sigma_{kk} = K_M d\varepsilon_{kk}.$$

Здесь $d\varepsilon_{kk}$ – утроенный первый инвариант тензора приращений деформаций.

Приращение компонент тензора напряжений вычисляется следующим образом

$$d\sigma_{ij} = \frac{1}{3} d\sigma_{kk} \delta_{ij} + d\sigma'_{ij}.$$

Здесь δ_{ij} – дельта Кронекера.

При численном моделировании использованы следующие значения материальных констант, для случая $\mu_\sigma = 1$ (одноосного растяжения): $\rho'_D(\mu_\sigma) = 0.0608$, $\sigma'_0(\mu_\sigma) = 27.4$ МПа, $\alpha'(\mu_\sigma) = 6.45$, для случая $\mu_\sigma = -1$ (одноосного сжатия): $\rho^c_D(\mu_\sigma) = 0.02$, $\sigma^c_0(\mu_\sigma) = 18$ МПа, $\alpha^c(\mu_\sigma) = 16.08$ [3].

1.2. Соотношения для описания нагружения в процессе прямого превращения.

В рамках модели пользовательского материала возможность протекания структурного перехода в процессе прямого превращения не рассматривается. Связь между компонентами приращений тензора напряжений и деформаций устанавливается следующим соотношением [28]

$$d\sigma_{ij} = \left[2G(q) d\varepsilon'_{ij} + \frac{K(q) \delta_{ij} d\varepsilon_{kk}}{3} \right] - \left[2G(q) A_{ij}^+ + 3K(q) B \delta_{ij} \right] dq.$$

Здесь $G(q)$, $K(q)$ – модуль сдвига и утроенный объемный модуль.

$$\frac{1}{G(q)} = \frac{q}{G_M} + \frac{1-q}{G_A}, \quad \frac{1}{K(q)} = \frac{q}{K_M} + \frac{1-q}{K_A},$$

где G_A , G_M , K_A , K_M – модуль сдвига и утроенный объемный модуль аустенитной и мартенситной фазы соответственно.

Приращение параметра фазового состава dq определяется, как приведено ниже

$$dq = M \left[\frac{\sigma_i dt^+ + 3G(q) f_1 \sigma'_{ij} d\varepsilon'_{ij}}{\sigma_i + 3G(q) M f_5} \right], \quad M = \pi \sqrt{q(1-q)}.$$

Здесь σ'_{ij} , σ_i – девиатор напряжений и его интенсивность.

$$f_1 = \frac{\rho_D(\mu_\sigma)(\varphi_1 + \sigma_i \varphi'_1) + \Delta G \sigma_i / (3G_A G_M)}{\Delta S (M_s^0 - M_f^0)}, \quad f_3 = \frac{\Delta G \sigma_i^2}{3G_A G_M} + \rho_D(\mu_\sigma) \sigma_i \varphi_1,$$

$$f_5 = f_1 f_3, \quad \Delta G = G_A - G_M.$$

Здесь ΔS – скачок объемной плотности энтропии при переходе от мартенситной фазы к аустенитной, φ_1 – материальная функция, определяющая форму диаграммы прямого превращения.

$$A_{ij}^+ = \sigma'_{ij} \left(\frac{\Delta G}{2G_A G_M} + \frac{3 \rho_D(\mu_\sigma) \varphi_1}{2 \sigma_i} \right), \quad B = \frac{\Delta K \sigma_{kk}}{3K_A K_M},$$

$$\varphi_1 = 1 - \exp(-\sigma_i / \sigma_0(\mu_\sigma)), \quad \Delta K = K_A - K_M.$$

При численном моделировании использованы следующие значения материальных констант: модуль Юнга асугенитной фазы $E_A = 84000$ МПа, мартенситной – $E_M = 28000$ МПа, коэффициент Пуассона $\nu_A = \nu_M = 0.3$, $\Delta S = 0.32$ МПа/К, $M_s^0 = 313$ К, $M_f^0 = 293$ К. Для случая $\mu_\sigma = 1$ (одноосное растяжения): $\rho_D^t(\mu_\sigma) = 0.1047$, $\sigma_0^t(\mu_\sigma) = 322.6$ МПа, для случая $\mu_\sigma = -1$ (одноосное сжатия): $\rho_D^c(\mu_\sigma) = 0.07419$, $\sigma_0^c(\mu_\sigma) = 185.7$ МПа [3]. Считается, что охлаждение оболочки происходит медленно, при этом температура однородно распределена по сечению муфты и снижается с 330 до 293 К.

2. РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРИ НАГРУЖЕНИИ В РЕЖИМЕ МАРТЕНСИТНОЙ НЕУПРУГОСТИ

На рис.3-6 показано влияние количества конечных элементов по сечению толстостенной цилиндрической оболочки на результаты полученного численного решения.

На рис.3а,б приведены кривые на случай вычисления перемещений на внутренних точках цилиндрической оболочки – кривые 1 и внешних точках – кривые 2. Пунктирная линия соответствует решению задачи объемными 3-х мерными КЭ с 15 элементами по сечению толстостенной цилиндрической оболочки. Штриховая линия соответствует решению задачи 3-х мерными типами КЭ с 30 элементами по сечению оболочки, сплошная линия – решению, полученному с помощью осесимметричных КЭ с 50 элементами по сечению оболочки. Обозначения кривых на рис.4а,б-рис.6а,б соответствует рис.3.

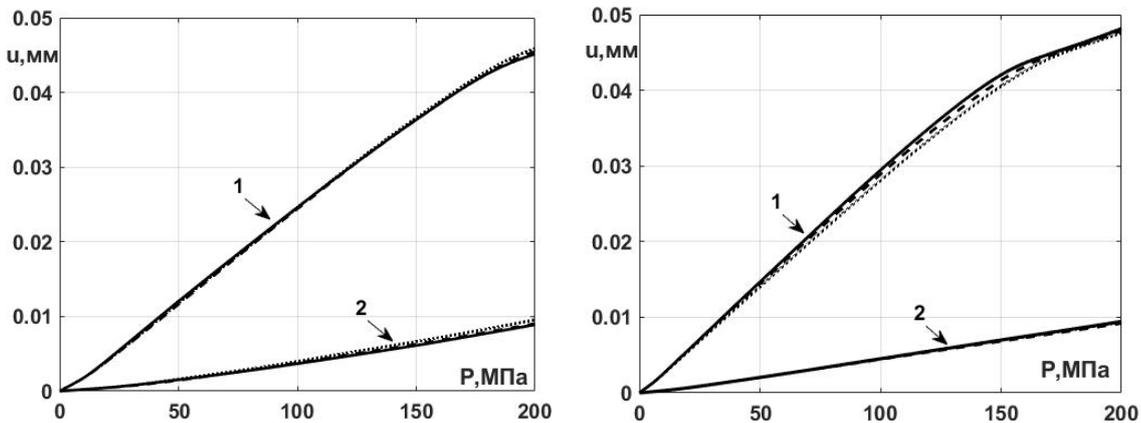


Рис.3. Зависимости $P - u$. а) модель 1; б) модель 2.

Из приведенных рисунков видно, что перемещение реперных точек цилиндрической оболочки больше для модели 2. При этом стоит отметить, что если для внешних точек зависимость близка к линейной, то для внутренних реперных точек цилиндрической оболочки видна нелинейность зависимости $P - u$.

На основании представленных рисунков видно, что при увеличении количества КЭ по сечению муфты зависимости $P - u$ становится более нелинейной. Также отметим, что результаты, полученные при моделировании цилиндрической оболочки плоскими осесимметричными КЭ, хорошо согласуются

с результатами, полученными при использовании объемных 3-х мерных КЭ. Однако использование осесимметричных элементов позволяет увеличить число КЭ по сечению муфты, что непосредственно сказывается на полученных результатах.

Ниже на рис.4а,б, 5а,б представлены эпюры радиальных σ_r и кольцевых σ_θ напряжений по сечению цилиндрической оболочки, построенные для различных значений $P = 50, 100, 150, 200$ МПа для рис.4а,б справа налево, а для рис.5а,б слева направо. $\xi = r/b$ – безразмерный радиус оболочки.

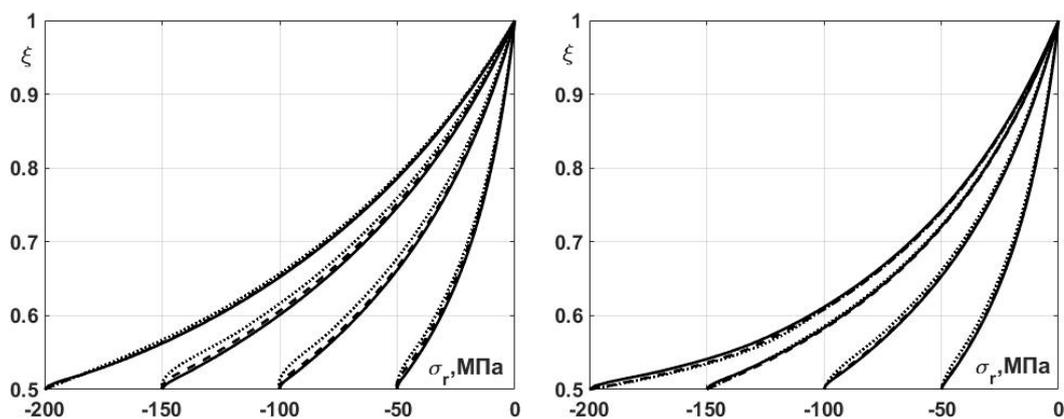


Рис.4. Эпюры $\sigma_r - \xi$. а) модель 1, б) модель 2.

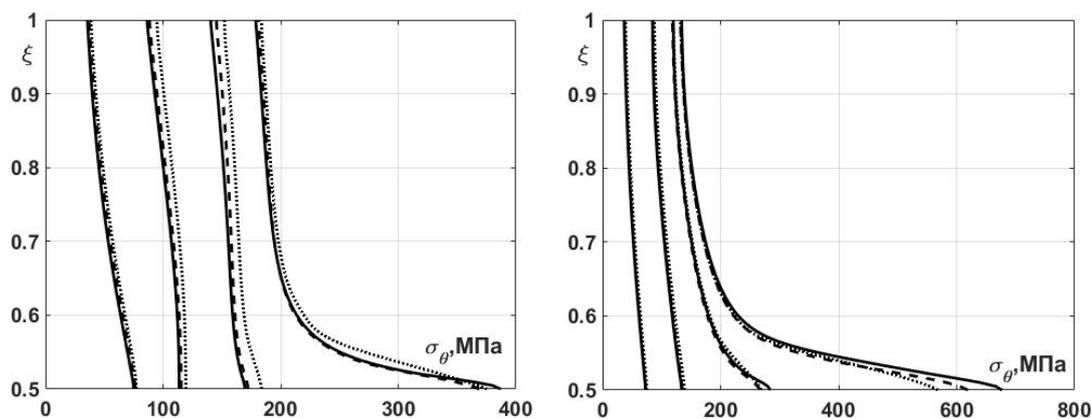


Рис.5. Эпюры $\sigma_\theta - \xi$. а) модель 1, б) модель 2.

Из рис.4а,б и рис.5а,б видно что эпюры радиальных σ_r и кольцевых σ_θ напряжений по сечению цилиндрической оболочки имеют нелинейный характер. Исходя из приведенных данных, можно заключить, что результаты для σ_θ полученные при моделировании задачи плоскими осесимметричными КЭ (50 КЭ по сечению) и объемными 3-х мерными КЭ (30 КЭ по сечению) при увеличении давления P от 0 до 150 МПа, хорошо согласуются между собой. На рис.5а,б стоит отметить, что при увеличении P от 150 до 200 МПа наблюдается резкий рост σ_θ вблизи внутренней поверхности оболочки. Величина σ_θ возрастает с увеличением количества КЭ по сечению.

На рис.6а,б представлены распределения параметра вида напряженного состояния по сечению толстостенной цилиндрической оболочки. Кривые 1

соответствуют величине $P = 50$ МПа, кривые 2 – $P = 100$ МПа, кривые 3 – $P = 150$ МПа, кривые 4 – $P = 200$ МПа.

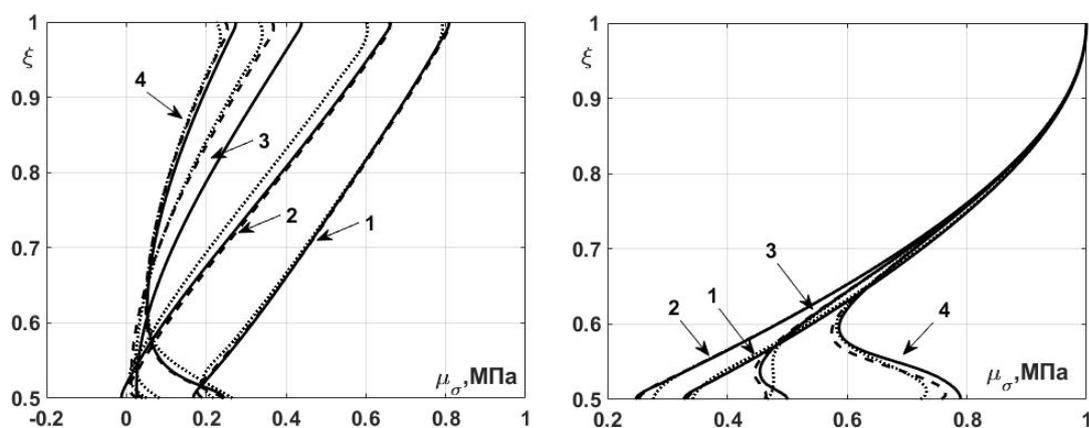


Рис.6. Зависимости $\xi - \mu_{\sigma}$. а) модель 1, б) модель 2.

На рис.6а,б видно, что полученные решения хорошо согласуются между собой, а распределение параметра вида напряженного состояния нелинейно по сечению муфты. Отмечено, что при росте величины P от 100 до 200 МПа наблюдается резкий рост значения параметра вида напряженного состояния вблизи внутреннего радиуса муфты.

Кроме того, следует отметить, что при значении давления $P > 100$ МПа, наблюдается влияние количеств КЭ по сечению муфты на величину и характер распределения параметра вида напряженного состояния.

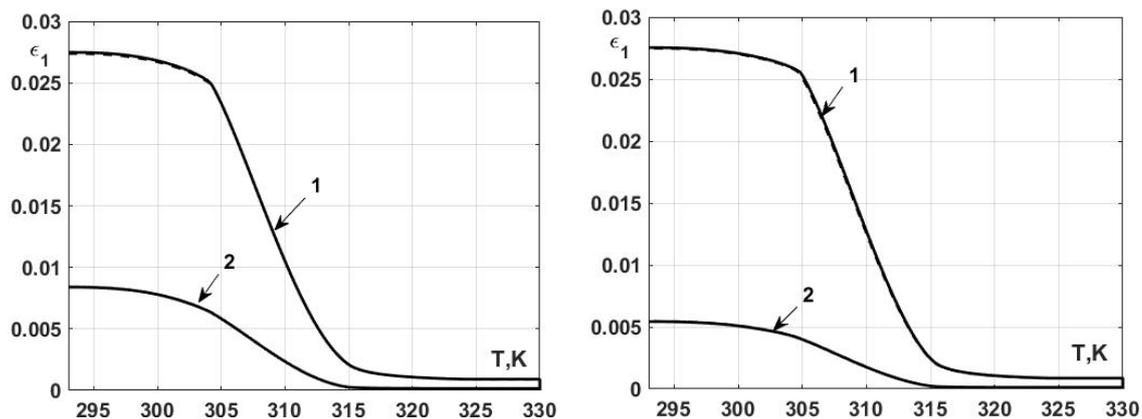
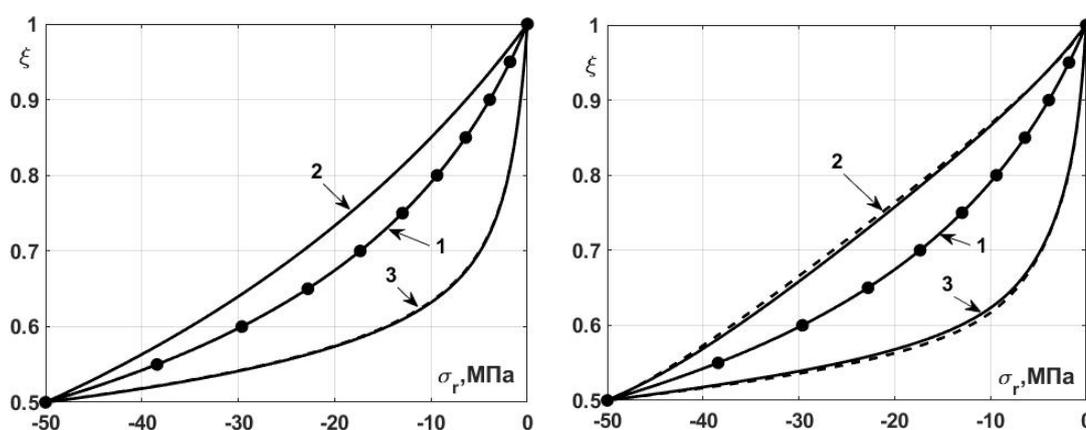
3. РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРИ НАГРУЖЕНИИ В ПРОЦЕССЕ ПРЯМОГО ПРЕВРАЩЕНИЯ

Ниже приведены результаты для процесса раздачи толстостенной цилиндрической оболочки внутренним давлением $P = 50$ МПа.

На рис.7а,б представлены зависимости радиальных деформаций ε_r от текущей температуры оболочки T . Кривые 1 соответствуют вычислению в точке 3 (внутренний радиус), кривые 2 – в точке 1 (внешний радиус). На рис.7а,б-рис.11а,б сплошная линия соответствует решению задачи объемными 3-х мерными КЭ с 30 элементами по сечению оболочки, штриховая линия – решению, полученному с помощью осесимметричных КЭ с 50 элементами по сечению оболочки.

На основании рис.7а,б можно заключить, что накопленная в процессе охлаждения радиальная деформация в точке 1 меньше для модели 2. Кроме того следует отметить, что результаты, полученные для двух различных типов КЭ хорошо согласуются между собой.

На рис.8а,б приведены эпюры радиальных напряжений σ_r . Здесь $\xi = r/b$ – безразмерный радиус оболочки. Кривые 1 соответствует упругому решению задачи (материал оболочки находится в аустенитном фазовом состоянии), кривые 2 – этапу охлаждения в тот момент, когда фронт фазового перехода достиг внешней поверхности муфты, кривые 3 – этапу охлаждения, когда все сечение оболочки перешло в мартенситную фазу и прямое превращение завершено, точки – аналитическому решению для упругого поведения.

Рис.7 Зависимости $T - \varepsilon_r$. а) модель 1, б) модель 2.Рис.8. Эпюры $\sigma_r - \xi$. а) модель 1, б) модель 2.

Как видно из приведенных рисунков, распределение σ_r по сечению оболочки является нелинейным. Упругое решение, полученное численным моделированием, хорошо согласуется с аналогичным решением полученным аналитическим путем. На момент, когда в каждой точке материала оболочки проходит фазовый переход, наблюдается рост $|\sigma_r|$ в каждой точке сечения оболочки по сравнению с упругим решением, как для случая модели 1, так и для модели 2. При окончании фазового перехода отмечается обратная тенденция, падение $|\sigma_r|$ в каждой точке сечения оболочки. Отметим, что для первой модели результаты при сравнении различных типов КЭ при решении задачи показали примерно одинаковый результат, в то время как для модели 2 имеются некоторые расхождения в кривых. Погрешность во второй модели не превышает 2%.

На рис.9а,б представлены эпюры кольцевых напряжений σ_θ . Порядок расположения и обозначения кривых соответствует рис.8.

Распределение σ_θ по сечению оболочки, как для модели 1, так и для модели 2, является нелинейным и меняется немонотонно в процессе прямого мартенситного фазового превращения. Когда все сечение оболочки испытывает фазовый переход, наблюдается рост σ_θ в верхней половине сечения и падение σ_θ в нижней, а на момент окончания прямого превращения данная тенденция становится обратной, т.е. в верхней половине сечения наблюдается падение σ_θ , а в нижней – резкий рост.

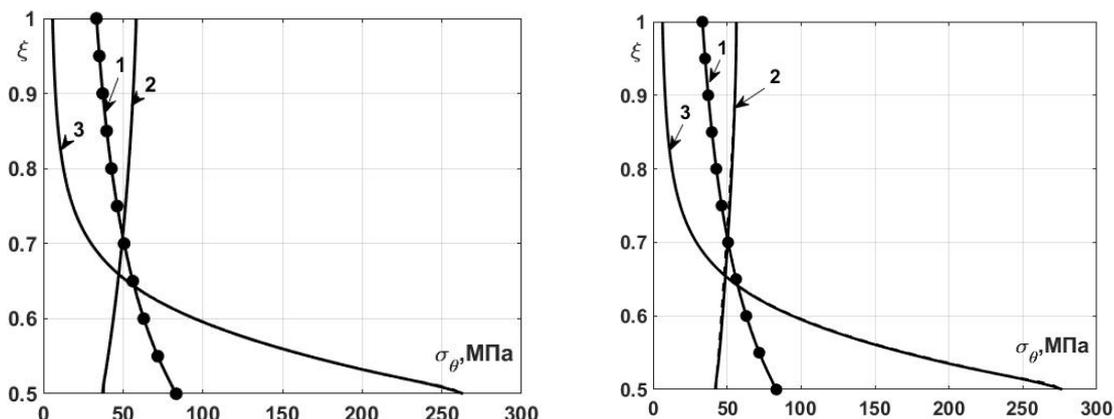


Рис.9. Эпюры $\sigma_\theta - \xi$. а) модель 1, б) модель 2.

На рис.10а,б представлена зависимость интенсивности напряжений σ_i от величины объемной доли мартенситной фазы q , определяемой на внутренней поверхности цилиндра. Кривые 1 соответствует реперной точке 3, кривые 2 – точке 2, кривые 3 – точке 1. Необходимо отметить, что точки $q = 0$ соответствуют полностью упругому решению в аустенитном состоянии только для сплошной линии.

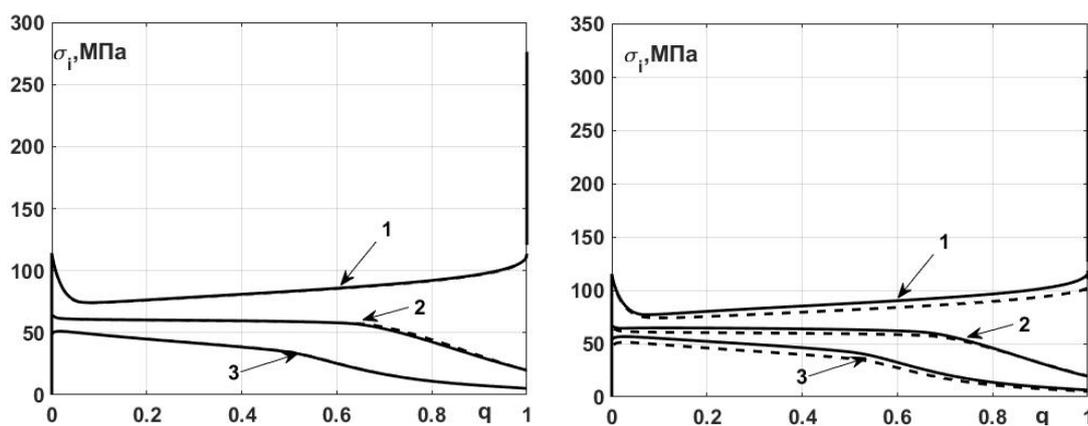


Рис.10. Зависимости $\sigma_i - q$. а) модель 1, б) модель 2.

Как видно из приведенных рис.10а,б σ_i в реперных точках сечения толстостенной цилиндрической оболочки из СПФ изменяется немонотонно в процессе охлаждения. В точке 3 наблюдается резкий рост σ_i после того, как прямое превращение завершилось на внутренней поверхности муфты. Резкий рост интенсивности напряжений на внутренней поверхности муфты после того, как фазовый переход в точках этой поверхности завершился, объясняется продолжением прямого фазового превращения в остальных точках оболочки, точнее движением фронта завершения фазового перехода от внутренней поверхности муфты к ее внешней поверхности. Это явление является конкретной реализацией эффекта «перенапряжения», обнаруженного впервые при решении задач о прямом превращении при изгибе и кручении элементов из СПФ в работах [29,30]. Из рис.10а,б можно заключить, что использование различных типов КЭ при решении данной краевой задачи дают схожие результаты. Однако для модели

2 наблюдается, что во всех реперных точках σ_i несколько меньше при решении задачи осесимметричными КЭ.

На рис.11а,б представлено распределение параметра вида напряженного состояния μ_σ по сечению оболочки для различных состояний рассматриваемого процесса. Точки соответствуют упругому решению задачи полученному аналитическим путем, кривые 1 – упругому численному решению задачи (материал муфты находится в аустенитном фазовом состоянии), 2 – этапу охлаждения до $T = 322$ К, 3 – $T = 316$ К, 4 – $T = 308$ К, 5 – $T = 300$ К, 6 – этапу завершения прямого превращения $T = 293$ К.

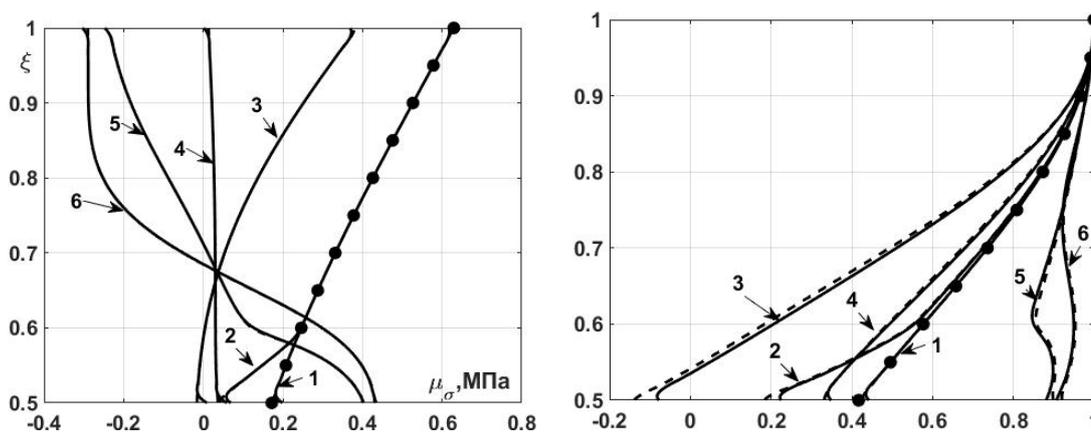


Рис.11. Зависимости $\mu_\sigma - \xi$. а) модель 1, б) модель 2.

Как видно из приведенных рисунков, распределение μ_σ по сечению оболочки является нелинейным и немонотонно меняется в процессе прямого мартенситного фазового превращения, как для модели 1, так и для модели 2. Следует отметить, что распределение параметра вида напряженного состояния при использовании осесимметричных КЭ не имеет резких загибов кривых при приближении к границам сечения толстостенной цилиндрической муфты.

ВЫВОДЫ

В рамках работы выполнено численное моделирование задачи толстостенной цилиндрической оболочки из СПФ путем накопления неупругих деформаций в процессе прямого термоупругого фазового превращения и нагружения в режиме мартенситной неупругости. Решение задачи получено с учетом влияния параметра вида напряженного состояния на поведение этих сплавов. Рассматривалось два типа граничных условий для данной краевой задачи.

В ходе проведенного сравнения объемных 3-х мерных КЭ и плоских осесимметричных элементов при решении данных краевых задач было установлено, что предпочтительнее использовать осесимметричные КЭ, поскольку они уменьшают ресурсные и временные затраты при решении данного класса задач. Кроме того, использование осесимметричных элементов позволяет увеличить количество КЭ по сечению толстостенной цилиндрической оболочки, что непосредственно сказывается на полученных результатов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Лихачев В.А., Кузьмин С.Л., Каменцева З.П. *Эффект памяти формы*. – Л.: Изд-во Ленингр. ун-та, 1987. – 216 с.
2. Мовчан А.А., Казарина С.А., Машихин А.Е., Мишустин И.В., Саганов Е.Б., Сафронов П.А. *Краевые задачи механики для сплавов с памятью формы* // Ученые записки Казанского университета. – 2015. – Т.157. – С.97-110.
3. Мовчан А.А., Казарина С.А., Сильченко А.Л. *Экспериментальная идентификация модели нелинейного деформирования сплавов с памятью формы при фазовых и структурных превращениях* // Деформация и разрушение материалов. – 2018. – №12. – С.2-11.
4. Boyd J.G., Lagoudas D.C. *A thermodynamical constitutive model for shape memory materials. Part I. The monolithic shape memory alloy* // International Journal of Plasticity. – 1996. – Vol.12. – No.6. – Pp.805-842.
5. Brinson L.C. *One-dimensional constitutive behavior of shape memory alloys: thermomechanical derivation with non-constant material functions and redefined martensite internal variable* // Journal of Intelligent Material Systems and Structures. – 1993. – Vol.4. – No.2. – Pp.229-242.
6. Arghavani J., Auricchio F., Naghdabadi R., Relai A., Sohrabpour S. *A 3-D phenomenological constitutive model for shape memory alloys under multiaxial loadings* // International Journal of Plasticity. – 2010. – Vol.26. – No.7. – Pp.976-991.
7. Fernandes R., Boyd J., Lagoudas D., El-Borgi S. *Two-dimensional finite element analysis of frictional sliding between a rigid cylinder and a shape memory alloy half-space* // Mechanics of Materials. – 2020. – Vol.143. – Pp.1-18.
8. Young S-Y., Nam T-H. *Finite element calculation of B2-B19 transformation of TiNiCu shape memory alloy* // Journal of Alloys and Compounds. – 2013. – Vol.577. – Pp.115-118.
9. Christ D., Reese S. *Finite-element modeling of shape memory alloy – A comparison between small-strain and large-strain formulations* // Materials Science and Engineering. – 2008. – Vol.481. – Pp.343-346.
10. Stebner A., Brinson L. *Explicit finite element implementation of an improved three dimensional constitutive model for shape memory alloys* // Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering. – 2013. – Vol.257. – Pp.17-35.
11. Armattoo K., Haboussi M., Zineb T. *A 2D finite element based on a nonlocal constitutive model describing localization and propagation of phase transformation in shape memory alloy thin structures* // International Journal of Solids and Structures. – 2014. – Vol.51. – Pp.1208-1220.
12. Terriault P., Viens F., Brailovski V. *Non-isothermal finite element modeling of a shape memory alloy actuator using ANSYS* // Computational Materials Science. – 2006. – Vol.36. – Pp.397-410.
13. Xu L., Solomou A., Vaxevanis T., Lagoudas D. *Finite strain constitutive modeling for shape memory alloys considering transformation-induced plasticity and two-way shape memory effect* // International Journal of Solids and Structures. – 2021. – Vol.221 – Pp.42-59.
14. Nushtaev D.V., Zhavoronok S.I. *Dynamics of martensite phase transitions in shape memory beams under buckling and postbuckling conditions* // IFAC. – 2018. – Vol.51. – No.2. – Pp.873-878.
15. Ruiz-Pinilla J., Montoya-Coronado L., Ribas C., Cladera A. *Finite element modeling of RC beams externally strengthened with iron-based shape memory alloy*

- (Fe-SMA) strips, including analytical stress-strain curves for Fe-SMA // Engineering Structures. – 2020. – Vol.223. – No.15. – 12.
16. Saleeb A., Natsheh S., Owusu-Danquah J. *Efficiency of finite element analyses of 55NiTi SMA actuators: Solid versus beam and shell modeling* // Finite Elements in Analysis and Design. – 2017. – Vol.136. – Pp.58-69.
 17. Porenta L., Lavrencic M., Dujc J., Brojan M., Tusek J. *Modeling large deformations of thin-walled SMA Structures by shell finite elements* // Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation. – 2021. – Vol.101. – 29.
 18. Zhou B., Kang Z., Wang Z., Xue S. *Finite element method on shape memory alloy structure and its applications* // Chinese Journal of Mechanical Engineering. – 2019. – Vol.32. – 11.
 19. Ho H., Choi E., Park S. *Investigating stress distribution of crimped SMA fibers during pullout behavior using experimental testing and a finite element model* // Composite Structures. – 2021. – Vol.272. – 16.
 20. Xolin P., Collard C., Engels-Deutsch M., Zineb T. *Finite element and experimental structural analysis of endodontic rotary file made of Cu-based single crystal SMA considering a micromechanical behavior model* // International Journal of Solids Structures. – 2021. – Vol.221. – 17.
 21. Саганов Е.Б. *Решение задачи о толстостенном цилиндре из сплава с памятью формы, находящемся под давлением, с учетом разносопротивляемости* // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2019. – Т.25. – №4. – С.563-573.
 22. Саганов Е.Б., Шарунов А.В. *Численный анализ процесса раздачи цилиндрической оболочки из сплава с памятью формы, использующего эффект накопления деформаций прямого превращения с учетом влияния вида напряженного состояния* // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2022. – Т.28. – №4. – С.437-448.
 23. Мовчан А.А. *Модель влияния фазового механизма деформирования на структурный в сплавах с памятью формы* // Деформация и разрушение материалов. – 2019. – №7. – С.14-23.
 24. Мовчан А.А. *Феноменологическая модель изменения фазово-структурных деформаций в сплавах с памятью формы* // Известия российской академии наук. Механика твердого тела. – 2020. – №4. – С.140-151.
 25. Мовчан А.А. *Объединенная модель фазово-структурного деформирования сплавов с памятью формы* // Деформация и разрушение материалов. – 2020. – №11. – С.2-10.
 26. Мовчан А.А. *Модель неупругого деформирования сплавов с памятью формы* // Деформация и разрушение материалов. – 2021. – №3. – С.8-17.
 27. Золочевский А.А., Беккер А.А. *Введение в ABAQUS*. – Харьков, 2011. – 49 с. ISBN: 978-966-2262-27-8.
 28. Мовчан А.А. *Определяющие соотношения модели нелинейного деформирования сплавов с памятью формы, разрешенные относительно приращений напряжений* // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2021. – Т.27. – №3. – С.343-359.
 29. Мовчан А.А. *Учет переменности упругих модулей и влияния напряжений на фазовый состав в сплавах с памятью формы* // Известия АН. Механика твердого тела. – 1998. – №1. – С.79-90.

30. Мовчан А.А. Кручение призматических стержней из сплавов с памятью формы // Механика твердого тела. – 2000. – №6. – С.143-154.

REFERENCES

1. Likhachev V.A., Kuz'min S.L., Kamentseva Z.P. *Ehffekt pamyati formy [Shape memory effect]*. Leningrad, Izdatel'stvo Leningradskogo universiteta, 1987, 216 p.
2. Movchan A.A., Kazarina S.A., Mashihin A.E., Mishustin I.V., Saganov E.B., Safronov P.A. *Kraevye zadachi mekhaniki dlya splavov s pamyat'yu formy [Boundary-value problems of mechanics of shape memory alloy]*. Uchenye zapiski Kazanskogo universiteta, 2015, Vol.157, Pp.97-110.
3. Movchan A.A., Kazarina S.A., Sil'chenko A.L. *Ehksperimental'naya identifikatsiya modeli nelinejnogo deformirovaniya splavov s pamyat'yu formy pri fazovykh i strukturnykh prevrashheniyakh [Experimental identification of the model of nonlinear deformation of shape memory alloys during phase and structural transformations]*. Deformatsiya i razrushenie materialov, 2018, Iss.12, Pp.2-11.
4. Boyd J.G., Lagoudas D.C. *A thermodynamical constitutive model for shape memory materials. Part I. The monolithic shape memory alloy*. International Journal of Plasticity, 1996, Vol.12, No.6, Pp.805-842.
5. Brinson L.C. *One-dimensional constitutive behavior of shape memory alloys: thermomechanical derivation with non-constant material functions and redefined martensite internal variable*. Journal of Intelligent Material Systems and Structures, 1993, Vol.4, No.2, Pp.229-242.
6. Arghavani J., Auricchio F., Naghdabadi R., Relai A., Sohrabpour S. *A 3-D phenomenological constitutive model for shape memory alloys under multiaxial loadings*. International Journal of Plasticity, 2010, Vol.26, No.7, Pp.976-991.
7. Fernandes R., Boyd J., Lagoudas D., El-Borgi S. *Two-dimensional finite element analysis of frictional sliding between a rigid cylinder and a shape memory alloy half-space*. Mechanics of Materials, 2020, Vol.143, Pp.1-18.
8. Young S-Y., Nam T-H. *Finite element calculation of B2-B19 transformation of TiNiCu shape memory alloy*. Journal of Alloys and Compounds, 2013, Vol.577, Pp.115-118.
9. Christ D., Reese S. *Finite-element modeling of shape memory alloy – A comparison between small-strain and large-strain formulations*. Materials Science and Engineering, 2008, Vol.481, Pp.343-346.
10. Stebner A., Brinson L. *Explicit finite element implementation of an improved three dimensional constitutive model for shape memory alloys*. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2013, Vol.257, Pp.17-35.
11. Armattoe K., Haboussi M., Zineb T. *A 2D finite element based on a nonlocal constitutive model describing localization and propagation of phase transformation in shape memory alloy thin structures*. International Journal of Solids and Structures, 2014, Vol.51, Pp.1208-1220.
12. Terriault P., Viens F., Brailovski V. *Non-isothermal finite element modeling of a shape memory alloy actuator using ANSYS*. Computational Materials Science, 2006, Vol.36, Pp.397-410.
13. Xu L., Solomou A., Baxevanis T., Lagoudas D. *Finite strain constitutive modeling for shape memory alloys considering transformation-induced plasticity and two-way shape memory effect*. International Journal of Solids and Structures, 2021, Vol.221, Pp.42-59.

14. Nushtaev D.V., Zhavoronok S.I. *Dynamics of martensite phase transitions in shape memory beams under buckling and postbuckling conditions*. IFAC, 2018, Vol.51, No.2, Pp.873-878.
15. Ruiz-Pinilla J., Montoya-Coronado L., Ribas C., Cladera A. *Finite element modeling of RC beams externally strengthened with iron-based shape memory alloy (Fe-SMA) strips, including analytical stress-strain curves for Fe-SMA*. Engineering Structures, 2020, Vol.223, No.15, 12.
16. Saleeb A., Natsheh S., Owusu-Danquah J. *Efficiency of finite element analyses of 55NiTi SMA actuators: Solid versus beam and shell modeling*. Finite Elements in Analysis and Design, 2017, Vol.136, Pp.58-69.
17. Porenta L., Lavrencic M., Dujc J., Brojan M., Tusek J. *Modeling large deformations of thin-walled SMA Structures by shell finite elements*. Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, 2021, Vol.101, 29.
18. Zhou B., Kang Z., Wang Z., Xue S. *Finite element method on shape memory alloy structure and its applications*. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2019, Vol.32, 11.
19. Ho H., Choi E., Park S. *Investigating stress distribution of crimped SMA fibers during pullout behavior using experimental testing and a finite element model*. Composite Structures, 2021, Vol.272, 16.
20. Xolin P., Collard C., Engels-Deutsch M., Zineb T. *Finite element and experimental structural analysis of endodontic rotary file made of Cu-based single crystal SMA considering a micromechanical behavior model*. International Journal of Solids Structures, 2021, Vol.221, Pp.17.
21. Saganov E.B. *Reshenie zadachi o tolstostennom tsilindre iz splava s pamyat'yu formy, nakhodyashhemsya pod davleniem, s uchetom raznosoprotivlyaemosti [Solution of the problem of a thick – walled cylinder under pressure from shape memory taking into account of tension – compression asymmetry]* Mekhanika kompozitsionnykh materialov i konstruksii, 2019, Vol.25, No.4, Pp.563-573.
22. Saganov E.B., Sharunov A.V. *Chislennyj analiz protsessa razdachi tsilindricheskoj obolochki iz splava s pamyat'yu formy, ispol'zuyushhego ehffekt nakopleniya deformatsij pryamogo prevrashheniya s uchetom vliyaniya vida napryazhennogo sostoyaniya [Numerical analysis of the process of expansion of a cylindrical coupling from shape memory alloy using the effect of accumulation of direct transformation deformations taking into account the influence of type of stress state]* Mekhanika kompozitsionnykh materialov i konstruksii, 2022, Vol.28, No.4. Pp.437-448.
23. Movchan A.A. *Model for the Effect of the Phase Mechanism of Deformation on the Structural Mechanism in Shape Memory Alloys*. Russian Metallurgy (Metally), 2020, No.4, Pp.282-290.
24. Movchan A.A. *Phenomenological Model of Changes in Phase-Structural Deformations in Shape Memory Alloys*. Mechanics of Solids, 2020, Vol.55, No.4, Pp.573-583.
25. Movchan A.A. *Joint Model for the Phase-Structural Deformation of Shape Memory Alloys*. Russian Metallurgy (Metally), 2021, No.4, Pp.333-340.
26. Movchan A.A. *Shape memory alloys inelastic straining model*. Russian Metallurgy (Metally), 2021, No.10, Pp.1203-1212.
27. Zolochevskiy A.A., Bekker A.A. *Vvedenie v ABAQUS [Introduction to ABAQUS]*. Khar'kov, 2011, 49 p. ISBN: 978-966-2262-27-8.

28. Movchan A.A. *Opredelyayushhie sootnosheniya modeli nelinejnogo deformirovaniya splavov s pamyat'yu formy, razreshennye otnositel'no prirashhenij napryazhenij* [Constitutive relations of the model of nonlinear deformation of shape memory alloys, resolved with respect to stress increments] *Mekhanika kompozitsionnykh materialov i konstruksii*, 2021, Vol.27, No.3. Pp.343-359.
29. Movchan A.A. *Consideration of the elastic modulus variability and the effect of stresses on the phase composition in shape memory alloys*. *Mechanics of solids*, 1998, Vol.33, No.1, Pp.64-72.
30. Movchan A.A. *Torsion of the shape memory alloy prismatic rods*. *Mechanics of solids*, 2000, Vol.35, No.6, Pp.119-128.

Поступила в редакцию 21 марта 2023 года.

Сведения об авторах:

Саганов Евгений Борисович – к.т.н., н.с., ФГБОУ ВО «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)», г. Москва, Россия; e-mail: saganoff@yandex.ru

Шарунов Алексей Валерьевич – асп., ФГБОУ ВО «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)», г. Москва, Россия; e-mail: aleksej-sharunov@yandex.ru