

УДК 539.42
EDN RLCWHU (<https://elibrary.ru/rlcwhu>)
DOI 10.33113/mkmk.ras.2023.29.01.01



МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ДЕФОРМИРУЕМОГО СЕТЧАТОГО УДАРНИКА С ДЕФОРМИРУЕМОЙ ПРЕГРАДОЙ*

Головешкин В.А.^{1,2}, Мягков Н.Н.¹

¹ФГБУН Институт прикладной механики РАН, г. Москва, Россия

²Московский технологический университет, г. Москва, Россия

АННОТАЦИЯ

Предложена аналитическая модель высокоскоростного взаимодействия деформируемого сетчатого ударника (сетки) с полубесконечной деформируемой преградой, которые моделируются жестко-пластичным телом. Рассматриваем т.н. «нормальный» удар сетки по преграде: полагаем, что в начальный момент и последующие моменты времени полотно сетки параллельно поверхности полупространства преграды, а вектор скорости сетки перпендикулярен поверхности преграды. Исследуется зависимость глубины внедрения сетки от скорости удара V_0 ($1 \div 5$ км/с) и геометрических параметров сетки, которые в данной задаче характеризуются одним безразмерным параметром γ ($0 \leq \gamma \leq 1$) равным отношению диаметра проволоки к периоду сетки. При взаимодействии сетчатого ударника с преградой существуют, вообще говоря, два режима проникания струн в преграду. Первый режим реализуется, когда зоны пластической деформации вокруг струн не перекрываются и струны внедряются в преграду независимо друг от друга. Второй – когда зоны пластической деформации перекрываются. Этот режим имеет место, когда апертура сетки сравнима или меньше диаметра струн, из которых сплетена сетка. Модель, предложенная в настоящей работе, воспроизводит оба вышеупомянутых режима проникания сетки в преграду, которые с помощью параметра γ могут быть условно разделены на два интервала $0 < \gamma < \gamma_*$ и $\gamma_* < \gamma < 1$. В рамках принятой модели значение $\gamma_* \approx 0.43$ является универсальным, не зависящим от материалов сетки и преграды. Результаты расчетов по предложенной модели позволяют оценить глубину кратера в преграде, образованного в результате соударения. Показано, что с увеличением параметра γ , глубина кратера по отношению к периоду сетки растет при $0 < \gamma < \gamma_*$ и уменьшается при $\gamma_* < \gamma < 1$. Глубина кратера по отношению к диаметру проволоки уменьшается с ростом γ , испытывая резкое падение в окрестности $\gamma = \gamma_*$. Пиковые значения глубины проникания по отношению к периоду сетки при $\gamma = \gamma_*$ растут с увеличением V_0 .

Ключевые слова: аналитическая модель; высокоскоростной удар; деформируемый сетчатый ударник; деформируемая преграда; глубина кратера

MODEL OF INTERACTION OF A DEFORMABLE MESH WITH A DEFORMABLE TARGET

Goloveshkin V.A.^{1,2}, Myagkov N.N.¹

* Работа была выполнена в рамках государственного задания ИППРИМ РАН, номер гос. регистрации: 121112200122-7.

¹*Institute of Applied Mechanics of Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia*

²*Moscow Technological University (MIREA), Moscow, Russia*

ABSTRACT

An analytical model of the high-velocity interaction of a deformable mesh with a semi-infinite deformable target, which are modeled by a rigid-plastic body, is proposed. We consider the so-called “normal” impact of the mesh on the target: we assume that at the initial moment and subsequent moments of time the mesh is parallel to the target surface, and the mesh velocity vector is perpendicular to the target surface. The dependence of the mesh penetration depth on the impact velocity V_0 (1÷5 km/s) and geometrical parameters of the mesh, which in this problem are characterized by one dimensionless parameter γ ($0 \leq \gamma \leq 1$) equal to the ratio of the wire diameter to the mesh period, is investigated. When the mesh interacts with the target, there are, generally speaking, two modes of string penetration into the target. The first mode is realized when the plastic deformation zones around the strings do not overlap and the strings penetrate into the target independently of each other. The second one is when the plastic deformation zones overlap. This mode occurs when the mesh aperture is comparable to or smaller than the diameter of the strings from which the mesh is woven. The model proposed in this paper reproduces both of the above modes of mesh penetration into the target, which can be conditionally divided into two intervals $0 < \gamma < \gamma_*$ and $\gamma_* < \gamma < 1$ using the parameter γ . Within the framework of the model under consideration, the value of the parameter $\gamma_* \approx 0.43$ is universal, independent of the materials of the mesh and target. The results of calculations using the proposed model make it possible to estimate the depth of the crater in the target formed. It is shown that with increasing parameter γ , the depth of the crater with respect to the mesh period increases with increasing γ at $0 < \gamma < \gamma_*$ and decreases at $\gamma_* < \gamma < 1$. The crater depth with respect to the wire diameter decreases with increasing γ , experiencing a sharp drop in the vicinity of $\gamma = \gamma_*$. Note that the peak values of the penetration depth with respect to the mesh period at $\gamma = \gamma_*$ increase with increasing V_0 .

Keywords: analytical model; high-velocity impact; deformable mesh projectile; deformable target; penetration; depth of the crater

ВВЕДЕНИЕ

Известно [1-2], что для защиты космического аппарата (КА) от метеороидов и космического мусора используется экранная схема построения защиты. При высоких скоростях соударения, характерных для космических условий, происходит интенсивная фрагментация ударника на экране, приводящая к перераспределению импульса, действующего на защищаемую стенку. Классическая схема реализации экранной защиты КА подразумевала использование сплошной алюминиевой пластины в качестве экрана. В настоящее время известно, что в качестве экрана также успешно могут быть использованы сетки и сотовые панели, изготовленные из различных композиционных материалов. Установлено [1-2], что использование сеточных экранов позволяет уменьшить общий вес защиты КА при неизменном уровне защищенности. Это объясняет интерес к сеткам, как эффективной экранной защите КА от метеороидов и космического мусора [1-11].

В настоящее время механика высокоскоростного взаимодействия ударника с сеткой изучена недостаточно. Эксперименты такого рода проводятся с помощью легкогазовой баллистической установки и являются весьма дорогостоящими [1-4]. В отличие от пластинки, которая в ударных экспериментах характеризуется одним геометрическим параметром – своей толщиной, сетка характеризуется двумя геометрическими параметрами – диаметром проволоки, из которой сплетена сетка, и размером (периодом) ячейки сетки. Таким образом для экспериментального исследования сетки требуется бóльший объем экспериментов, чем для пластинки.

В настоящее время доступно численное моделирование задач взаимодействия ударника с сеткой в 3D постановке (см., например, [3,4,6,7,9]). Тем не менее, для инженерных приложений представляет интерес построение аналитических моделей, использующих минимальное число параметров материалов ударника и сетки.

При взаимодействии струнного или сеточного экрана с преградой существуют два режима проникания струн в преграду. Первый режим реализуется, когда зоны пластической деформации вокруг струн не перекрываются, и струны внедряются в преграду независимо друг от друга. Второй – когда зоны пластической деформации перекрываются. Этот режим имеет место, когда диаметр струны d_w и апертура l_a (видимое на просвет расстояние между соседними струнами) являются величинами одного порядка.

Существование двух режимов проникания струн в преграду качественно подтверждается имеющимися экспериментальными данными [6]. На рис.1, взятом из работы [6], сравниваются результаты двух баллистических экспериментов по взаимодействию полиэтиленового ударника со струнными экранами. В этих экспериментах скорости удара практически одинаковы, а различаются только апертуры струнных экранов. Видно, что в случае, когда l_a и d_w сравнимы (рис.1а), фронтальный выброс с поверхности ударника мал, т.е. струны слабо проникают в ударник. В случае, когда $l_a \gg d_w$ (рис.1б), фронтальный выброс значителен, что подтверждается глубокими и узкими каналами на свидетеле. В этом случае струны глубоко проникают в ударник.

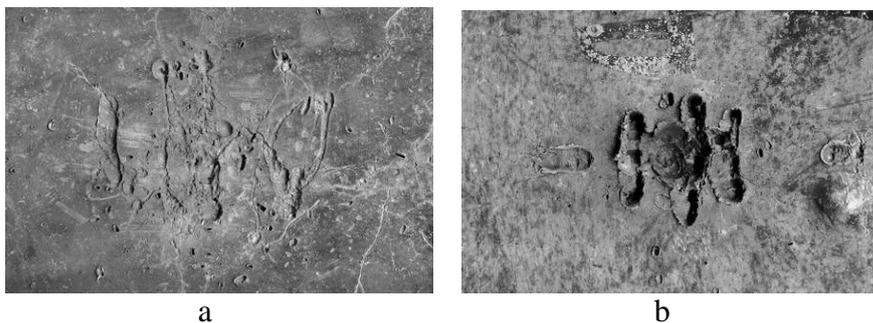


Рис.1. Повреждения поверхности свидетелей фрагментами полиэтиленового ударника после его взаимодействия со стальным струнным экраном [6]. Обозначено $\gamma = d_w / (l_a + d_w)$. Расположение струн вертикально по отношению к рисункам. Размер изображенной области 150 мм на 100 мм.
а) $l_a = 0.4$ мм, $d_w = 0.5$ мм, $V_0 = 2940$ м/с, $\gamma = 0.556$; б) $l_a = 3.1$ мм, $d_w = 0.5$ мм, $V_0 = 2970$ м/с, $\gamma = 0.139$.

Модель внедрения одиночной струны, соответствующая случаю $l_a \gg d_w$, была рассмотрена в работе [9]. Модель внедрения периодической системы струн, соответствующая случаю $l_a \sim d_w$, была рассмотрена в работе [10] в приближении плоской деформации. В работах [11,12] нами была построена модель высокоскоростного взаимодействия жесткой сетки с деформируемым ударником. В настоящей работе подход, развитый нами в этих работах, обобщается на задачу взаимодействия деформируемой сетки с деформируемым ударником для произвольных соотношений между параметрами сетки l_a и d_w . Для удобства задача обращается: сетка рассматривается как налетающий «ударник», а массивный ударник трактуется как полубесконечная «преграда» на пути сетки. Сетка, также, считается неограниченной в поперечном направлении, а плоскость сетки – параллельной поверхности полупространства преграды.

1. МОДЕЛЬ ДЕФОРМАЦИИ ПРЕГРАДЫ

Рассматриваемая здесь модель взаимодействия сетчатого ударника с преградой, является модификацией модели, предложенной нами ранее в работах [11,12]. При построении новой модели нами двигало желание уточнить модель путем учета возможности деформации самой сетчатой преграды, которая в упомянутых выше работах предполагалась жесткой и недеформируемой.

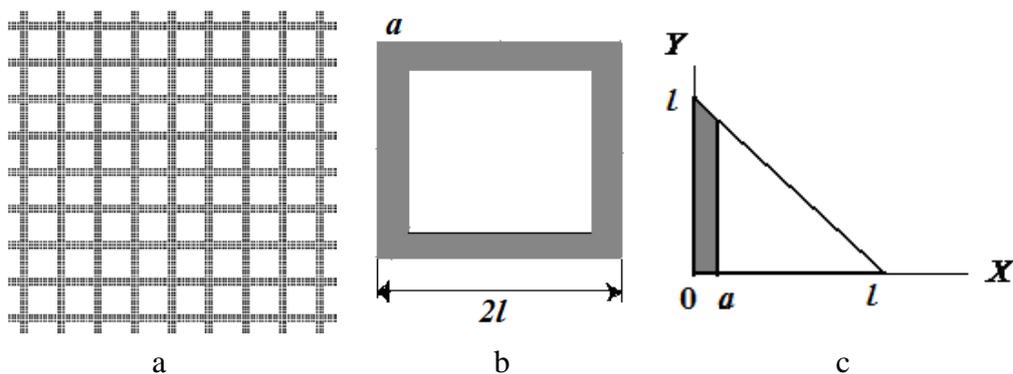


Рис.2. а) Фрагмент сетчатого ударника; б) ячейка сетки, где $2l$ – период сетки, равный $l_a + d_w$, l_a – апертура, a – радиус проволоки; в) $1/8$ ячейки сетки.

Сплошная преграда рассматривается как деформируемое полупространство, свойства которого моделируются жестко идеально-пластическим телом. Таким образом, для описания механических свойств материала преграды достаточно двух параметров, которыми являются предел текучести Y_t и плотность ρ_t . Сетчатый ударник состоит из несжимаемого деформируемого материала с плотностью ρ_s . Механические свойства последнего также моделируются жестко идеально-пластическим телом с пределом текучести Y_s . Он имеет вид неограниченного полотна (рис.2а), состоящего из квадратных ячеек размером $2l$ (рис.2б), образованных проволоками диаметром $d_w = 2a$ и лежащих в одной плоскости. Круглое поперечное сечение проволоки сетки заменяем прямоугольным сечением с основанием $2a$ и той же площадью, что и круг диаметром $2a$. Считаем, что во все моменты времени полотно сетки параллельно

Предполагаем, что жесткий материал преграды, поднявшийся в процессе движения выше уровня границы контакта сетки с преградой, покидает преграду и в дальнейшем движении не рассматривается. Поле скоростей в материале преграды строится по схеме, которая предложена в [11]. При ее построении приняты следующие предположения: 1) скорость u_z является линейной функцией координаты z и не зависит от других координат; 2) скорость u_y полагается линейной функцией y . Тогда, из условия несжимаемости и условия равенства нулю нормальной составляющей скорости на поверхностях $X=0$ и $X+Y=l$, получаем следующие соотношения для скоростей. (Подробные выкладки приведены в [11].)

$$u_x = \frac{U}{2h} \left[\frac{l^2}{(l-x)} - l \right] + \frac{U}{2h} x, \quad (2)$$

$$u_y = -\frac{U}{2h} \left[\frac{l^2}{(l-x)^2} - 1 \right] y, \quad (3)$$

$$u_z = -\frac{U}{h} (z+h). \quad (4)$$

Уравнение поверхности $z = f(x)$, которая разделяет жесткую и деформируемую зону, для поля скоростей (1)-(4) получается из условия непрерывности нормальной составляющей скорости для поля скоростей, заданных соотношениями (1) и (2)-(4). Вывод этого уравнения приведен в [11]. Уравнение поверхности имеет вид

$$f(x) = h \frac{l^2 - (l-b)^2}{(l-a)^2 - (l-b)^2} \left[\frac{l^2 - (l-a)^2}{l^2 - (l-x)^2} - 1 \right]. \quad (5)$$

Для дальнейшего анализа требуется определить полную мощность внутренних сил W и полную кинетическую энергию деформируемой преграды E .

Полная мощность внутренних сил W включает следующие составляющие: W_1 – полная мощность внутренних сил в деформируемой зоне; W_2 – полная мощность внутренних сил при разрыве скорости на поверхности $z = -h$; W_3 – полная мощность внутренних сил при разрыве скорости на поверхности $z = f(x)$; W_4 – полная мощность внутренних сил при разрыве скорости на поверхности $z = 0$; W_5 – полная мощность внутренних сил при разрыве скорости на поверхности $x = b$. Таким образом, полная мощность внутренних сил равна $W = \sum_{i=1}^5 W_i$.

Мощность внутренних сил в единице объема w в деформируемой зоне равна $w = Y_t \sqrt{\frac{2}{3}} \sqrt{\varepsilon_x^2 + \varepsilon_y^2 + \varepsilon_z^2 + 2\varepsilon_{xy}^2 + 2\varepsilon_{xz}^2 + 2\varepsilon_{yz}^2}$ (где $\varepsilon_x, \dots, \varepsilon_{yz}$ – соответствующие компоненты тензора скоростей деформации), мощность внутренних сил w на разрывах скоростей на единицу площади поверхности разрыва равна $w = \frac{Y_t}{\sqrt{3}} [v]$, где $[v]$ – модуль разности касательной скорости на поверхности разрыва.

Тогда

W_1 – полная мощность внутренних сил в деформируемой зоне равна

$$W_1 = Y_t \sqrt{\frac{2}{3}} \int_0^a \left[\int_0^{l-x} \left(\int_{-h}^0 \sqrt{\Psi_1} dz \right) dy \right] dx + Y_t \sqrt{\frac{2}{3}} \int_a^b \left[\int_0^{l-x} \left(\int_{-h}^{f(x)} \sqrt{\Psi_1} dz \right) dy \right] dx,$$

$$\text{где } \Psi_1 = \varepsilon_x^2 + \varepsilon_y^2 + \varepsilon_z^2 + 2\varepsilon_{xy}^2 + 2\varepsilon_{xz}^2 + 2\varepsilon_{yz}^2 = \frac{U^2}{2h^2} \left[\frac{l^4}{(l-x)^4} + 3 + \frac{l^4}{(l-x)^6} y^2 \right].$$

W_2 – полная мощность внутренних сил при разрыве скорости на поверхности $z = -h$ равна

$$W_2 = \frac{Y_t}{\sqrt{3}} \int_0^b \left(\int_0^{l-x} [v] dy \right) dx,$$

$$\text{где } [v] = \frac{U}{2h} \left[\frac{l^2 - (l-x)^2}{(l-x)^2} \right] \sqrt{(l-x)^2 + y^2}.$$

W_3 – полная мощность внутренних сил при разрыве скорости на поверхности $z = f(x)$ равна

$$W_3 = \frac{Y_t}{\sqrt{3}} \int_a^b \left(\int_0^{l-x} [v] dy \right) \sqrt{1 + \left(\frac{df}{dx} \right)^2} dx,$$

где

$$[v] = \frac{U}{2h} \sqrt{\left[\frac{l^2 - (l-x)^2}{(l-x)} \right]^2 + \left[\frac{l^2 - (l-x)^2}{(l-x)^2} \right]^2 y^2 + 4h^2 \frac{b^2 (2l-b)^2}{(b-a)^2 (2l-a-b)^2} \frac{a^2 (2l-a)^2}{x^2 (2l-x)^2}}.$$

W_4 – полная мощность внутренних сил при разрыве скорости на поверхности $z = 0$ равна

$$W_4 = \frac{Y_t}{\sqrt{3}} \int_0^a \left(\int_0^{l-x} [v] dy \right) dx,$$

$$\text{где } [v] = \frac{U}{2h} \left[\frac{l^2 - (l-x)^2}{(l-x)^2} \right] \sqrt{(l-x)^2 + y^2}.$$

W_5 – полная мощность внутренних сил при разрыве скорости на поверхности $x = b$ равна

$$W_5 = \frac{Y_t}{\sqrt{3}} \int_{-h}^0 \left(\int_0^{l-b} [v] dy \right) dz,$$

$$\text{где } [v] = U \frac{l^2 - (l-a)^2}{(l-a)^2 - (l-b)^2}.$$

Полная мощность внутренних сил W равна

$$W = \sum_{i=1}^5 W_i.$$

В дальнейшем вместо h будем рассматривать величину \bar{h} , где $\bar{h} = h/l$. Черту при записи будем опускать.

Соответствующие вычисления [11] дают

$$W = \frac{Y_t}{\sqrt{3}} \frac{Ul^2}{12} \Phi(h; \gamma; \beta).$$

Значения β , h определяем из условия минимума мощности в области $0 < h < \infty$, $\gamma < \beta \leq 1$. В работе [11] показано, что это условие определяет β , h/l как функции γ . В Таблице 1 приведены результаты вычислений $\beta(\gamma)$, $h(\gamma)$ из работы [11].

Таблица 1.

γ	β	h	β/γ	h/γ
0.1	0.162	0.091	1.621	0.909
0.2	0.332	0.194	1.662	0.970
0.3	0.514	0.315	1.714	1.052
0.4	0.718	0.474	1.794	1.185
0.5	1.	0.778	2.000	1.557
0.6	1.	0.689	1.667	1.149
0.7	1.	0.593	1.429	0.847
0.8	1.	0.481	1.250	0.602
0.9	1.	0.339	1.111	0.377

Из Таблицы 1 видно, что при $\gamma > \gamma_*$ неподвижная зона в центре ячейки исчезает (параметр β становится равным 1) и течение охватывает всю ячейку (рис.3). Вычисления показывают, что $0.43 < \gamma_* < 0.44$. При $\gamma < \gamma_*$ отношение β/γ меняется в интервале от 1.6 до 1.85 и примерно равно 1.7. Отношение h/γ меняется в интервале от 0.8 до 1.3 и имеет порядок единицы.

Следовательно, функция $\Phi(h; \gamma; \beta)$ фактически является функцией γ . Обозначим $\Theta(\gamma) = \Phi[h(\gamma); \gamma; \beta(\gamma)]$. Тогда для полной мощности внутренних сил имеем

$$W = \frac{Y_t}{\sqrt{3}} \frac{Ul^2}{12} \Theta(\gamma). \quad (6)$$

Как показано в [11], данная функция на интервале $0.05 < \gamma < 0.9$ неплохо задается приближенным соотношением $\Theta(\gamma) \approx \Theta_{AP}(\gamma)$, где $\Theta_{AP}(\gamma) = 50\gamma(1.2 - \gamma)$ при $\gamma \leq \gamma_*$; $\Theta_{AP}(\gamma) = 18 - 35 \ln(1 - \gamma)$ при $\gamma > \gamma_*$.

Полную кинетическую энергию E представим в виде

$$E = E_1 + E_2 + E_3,$$

где $E_1 + E_2$ – кинетическая энергия деформируемой среды; E_3 – кинетическая энергия жесткой зоны.

Тогда $E_1 + E_2$ – кинетическая энергия деформируемой среды равна

$$E_1 + E_2 = \int_0^a \left[\int_0^{l-x} \left(\int_{-h}^0 edz \right) dy \right] dx + \int_a^b \left[\int_0^{l-x} \left(\int_{-h}^{f(x)} edz \right) dy \right] dx,$$

где $e = \frac{1}{8} \rho \frac{U^2}{h^2} \left[\frac{l^4}{(l-x)^2} - l^2 - 2xl + x^2 + y^2 \frac{l^4}{(l-x)^4} - 2y^2 \frac{l^2}{(l-x)^2} + y^2 + 4(z+h)^2 \right]$.

E_3 – кинетическая энергия жесткой зоны равна

$$E_3 = \frac{1}{2} \rho U_b^2 \int_a^b \left[\int_0^{l-x} \left(\int_{f(x)}^0 dz \right) dy \right] dx.$$

Соответствующие вычисления приводят к следующему соотношению для полной кинетической энергии E

$$E = \frac{1}{2} \rho U^2 l^3 \Psi(h, \beta, \gamma).$$

Так как $\beta = \beta(\gamma)$, $h = h(\gamma)$ – функции γ , то $\Psi(h, \beta, \gamma)$ фактически является функцией γ .

Обозначим

$$\Omega(\gamma) = \Psi[h(\gamma), \beta(\gamma), \gamma].$$

Как показано в [11], данная функция на интервале $0.05 < \gamma < 0.9$ неплохо задается приближенным соотношением $\Omega(\gamma) \approx \Omega_{AP}(\gamma)$, где $\Omega_{AP}(\gamma) = 2.2\gamma^2 + 0.9\gamma^3$

при $\gamma \leq \gamma_*$; $\Omega_{AP}(\gamma) = -0.33 \frac{\ln(1-\gamma)}{1-\gamma} + 0.33 \frac{\gamma}{1-\gamma}$ при $\gamma > \gamma_*$, где $\gamma_* \approx 0.43$.

Таким образом, полная кинетическая энергия системы равна

$$E_p = \frac{1}{2} \rho_l l^3 \Omega U^2. \tag{7}$$

Поскольку мы предполагаем, что материал преграды, поднявшийся выше нижней границы сетки, покидает преграду и в дальнейшем движении системы не участвует, нам требуется оценить поток уносимой энергии. Обозначим K_b – поток кинетической энергии частиц, покинувших преграду. В силу условия

несжимаемости, поток массы частиц, покинувших преграду $\frac{dm_b}{dt}$ равен

$$\frac{dm_b}{dt} = \frac{\rho_t}{8} \left[(l-a)^2 - (l-b)^2 \right] (U + U_b).$$

Так как скорость частиц, покидающих преграду, равна U_b , имеем

$$\begin{aligned} K_b &= \frac{1}{16} \rho_t \frac{\left[l^2 + (l-b)^2 \right] \left[l^2 - (l-a)^2 \right]^2}{\left[(l-a)^2 - (l-b)^2 \right]^2} U^3 = \\ &= \frac{1}{16} \rho_t l^2 \frac{\left[1 + (1-\beta)^2 \right] \left[1 - (1-\gamma)^2 \right]^2}{\left[(1-\gamma)^2 - (1-\beta)^2 \right]^2} U^3. \end{aligned}$$

Так как $\beta = \beta(\gamma)$, имеем

$$K_b = \frac{1}{2} \rho_t l^2 H(\gamma) U^3,$$

$$\text{где } H(\gamma) = \frac{1}{8} \frac{\left[1 - (1 - \beta(\gamma))^2\right] \left[1 - (1 - \gamma)^2\right]^2}{\left[(1 - \gamma)^2 - (1 - \beta(\gamma))^2\right]^2}.$$

Отметим, что, как показано в [11], данная функция на интервале $0.05 < \gamma < 0.9$ неплохо задается приближенным соотношением $H(\gamma) \approx H_{AP}(\gamma)$,

$$\text{где } H_{AP}(\gamma) = \frac{2}{25} \gamma (2 - \gamma)^2 \frac{3.5 - 2\gamma}{(1 - \gamma)^2} \text{ при } \gamma \leq \gamma_*; \quad H_{AP}(\gamma) = \frac{1}{8} \frac{\gamma^2 (2 - \gamma)^2}{(1 - \gamma)^4} \text{ при } \gamma > \gamma_*.$$

Из баланса энергии имеем

$$\frac{dE_p}{dt} + W + K_b = N, \quad (8)$$

где N – мощность внешних сил на границе контакта ударника и преграды.

2. МОДЕЛЬ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ УДАРНИКА И ПРЕГРАДЫ

При построении уравнений движения ударника с учетом растекания используется методика, принятая в [13]. Обозначим V – скорость задней стенки ударника, U – скорость лицевой стороны струны (т.е. поверхности контакта струны с преградой). В [13] показано, что напряжение σ , возникающее на поверхности контакта струны с преградой, может быть оценено выражением

$$\sigma \approx \sigma_s + \rho_s \frac{(v - u)^2}{2}. \quad (9)$$

Напряжение (9) можно рассматривать как внешнюю силу, действующую на преграду. Обозначим N как мощность этих сил, действующих на преграду. С учетом (9), принимая во внимание, что тыльная сторона струны не нагружена, приближенно можно положить

$$N = U \left(\sigma_s + \rho_s \frac{(V - U)^2}{2} \right) l^2 \gamma (2 - \gamma). \quad (10)$$

Уравнение баланса энергии для преграды имеет вид

$$\frac{dE}{dt} + W = N, \quad (11)$$

где E – кинетическая энергия, W – мощность внутренних сил.

Изменение глубины внедрения S и скорость U связаны соотношением

$$\frac{dS}{dt} = U. \quad (12)$$

Для построения полной математической модели необходимы некоторые предположения относительно профиля поля скоростей в струне. Аналогично [13] примем следующую модель. Полагаем, что массовая скорость в направлении удара в струне постоянна и равна V за исключением малой области шириной Δ около контактной поверхности струна-ударник. В этой области происходит пластическое течение материала струны, а скорость изменяется от величины U на поверхности контакта до значения V . Тогда торможение задней стенки определяется по аналогии с известными моделями внедрения стержней в преграду. Уравнение торможения имеет вид

$$\frac{dV}{dt} = -\frac{\sigma_s}{\delta\rho_s}, \quad (13)$$

где δ – текущий продольный размер ударника.

Кинематическое соотношение для изменения продольного размера в направлении движения представляется уравнением

$$\frac{d\delta}{dt} = -(V - U). \quad (14)$$

Уравнение (8) может быть представлено в виде

$$\begin{aligned} \frac{d\left(\frac{1}{2}\rho_l l^3 \Omega(\gamma) U^2\right)}{dt} + \frac{Y_t}{\sqrt{3}} \frac{U l^2}{12} \Theta(\gamma) + \frac{1}{2} \rho_l l^2 H(\gamma) U^3 = \\ = U \left(\sigma_s + \rho_s \frac{(V-U)^2}{2} \right) \frac{l^2}{2} \gamma(2-\gamma). \end{aligned} \quad (15)$$

Преобразуя, получаем

$$\frac{dU}{dt} + \frac{Y_t}{\rho_l l} \frac{1}{12\sqrt{3}} \frac{\Theta(\gamma)}{\Omega(\gamma)} + \frac{11}{2l} \frac{H(\gamma)}{\Omega(\gamma)} U^2 = \frac{1}{\rho_l l} \left(\sigma_s + \rho_s \frac{(V-U)^2}{2} \right) \frac{1}{2} \frac{\gamma(2-\gamma)}{\Omega(\gamma)}. \quad (16)$$

Система уравнений

$$\frac{dS}{dt} = U, \quad (17)$$

$$\frac{dV}{dt} = -\frac{\sigma_s}{\delta\rho_s}, \quad (18)$$

$$\frac{d\delta}{dt} = -(V - U), \quad (19)$$

$$\frac{dU}{dt} + \frac{Y_t}{\rho_l l} \frac{1}{12\sqrt{3}} \frac{\Theta(\gamma)}{\Omega(\gamma)} + \frac{11}{2l} \frac{H(\gamma)}{\Omega(\gamma)} U^2 = \frac{1}{\rho_l l} \left(\sigma_s + \rho_s \frac{(V-U)^2}{2} \right) \frac{1}{2} \frac{\gamma(2-\gamma)}{\Omega(\gamma)} \quad (20)$$

с начальными условиями $S = 0$, $\delta = \delta_0$, $V = V_0$, $U = 0$ при $t = 0$ определяют поведение системы до момента $\delta = 0$ – полное растекание струны.

3. ИССЛЕДОВАНИЕ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ

Введем безразмерные переменные $S = \bar{S}l$, $\delta = \bar{\delta}\delta_0$, $V = \bar{V}V_0$, $U = \bar{U}V_0$, $t = \bar{t}l/V_0$. В дальнейшем черту опускаем. Система уравнений (17)-(20) в безразмерных переменных примет вид

$$\frac{dS}{dt} = U, \quad (21)$$

$$\frac{dV}{dt} = -\frac{\sigma_s}{\rho_s V_0^2} \cdot \frac{l}{\delta_0} \frac{1}{\delta}, \quad (22)$$

$$\frac{d\delta}{dt} = -\frac{l}{\delta_0} (V - U), \quad (23)$$

$$\frac{dU}{dt} + \frac{\rho_s Y_t}{\rho_t \sigma_s} \frac{\sigma_s}{\rho_s V_0^2} \frac{1}{12\sqrt{3}} \frac{\Theta(\gamma)}{\Omega(\gamma)} + \frac{1}{2} \frac{H(\gamma)}{\Omega(\gamma)} U^2 = \frac{\rho_s}{\rho_t} \left(\frac{\sigma_s}{\rho_s V_0^2} + \frac{(V-U)^2}{2} \right) \frac{1}{2} \frac{\gamma(2-\gamma)}{\Omega(\gamma)}. \quad (24)$$

Введем безразмерные величины

$$\alpha = \frac{\sigma_s}{\rho_s V_0^2}, \quad \mu = \frac{\rho_s}{\rho_t}, \quad \kappa = \frac{\rho_s}{\rho_t} \cdot \frac{Y_t}{\sigma_s}, \quad \lambda = \frac{l}{\delta_0}. \quad (25)$$

Тогда система уравнений (21)-(24) примет вид

$$\frac{dS}{dt} = U, \quad (26)$$

$$\frac{dV}{dt} = -\frac{\alpha\lambda}{\delta} \quad (27)$$

$$\frac{d\delta}{dt} = -\lambda(V-U), \quad (28)$$

$$\frac{dU}{dt} + \kappa\alpha \frac{1}{12\sqrt{3}} \frac{\Theta(\gamma)}{\Omega(\gamma)} + \frac{1}{2} \frac{H(\gamma)}{\Omega(\gamma)} U^2 = \mu \left(\alpha + \frac{(V-U)^2}{2} \right) \frac{1}{2} \frac{\gamma(2-\gamma)}{\Omega(\gamma)}. \quad (29)$$

Система уравнений (26)-(29) с начальными условиями

$$V=1, \quad U=0, \quad S=0, \quad \delta=1 \quad \text{при} \quad t=0 \quad (30)$$

определяет решение задачи – функции $V(t)$, $U(t)$, $S(t)$, $\delta(t)$ до момента $\delta=0$ – полное растекание струны.

Решение системы (26)-(30) будем искать как функцию параметра S – глубины проникания. Тогда система уравнений преобразуется к следующему виду

$$\frac{dV}{dS} = -\alpha \frac{\lambda}{\delta U}, \quad (31)$$

$$\frac{d\delta}{dS} = -\frac{\lambda(V-U)}{U}, \quad (32)$$

$$\frac{dU}{dS} U + \kappa\alpha \frac{1}{12\sqrt{3}} \frac{\Theta(\gamma)}{\Omega(\gamma)} + \frac{1}{2} \frac{H(\gamma)}{\Omega(\gamma)} U^2 = \mu \left(\alpha + \frac{(V-U)^2}{2} \right) \frac{1}{2} \frac{\gamma(2-\gamma)}{\Omega(\gamma)} \quad (33)$$

с начальными условиями $V=1$, $U=0$, $\delta=1$ при $S=0$.

Поскольку $\alpha \ll 1$, то до полного растекания струны, как показано в [13], можно положить $V=1$, а систему можно переписать в виде

$$\frac{d\delta}{dS} = -\frac{\lambda(1-U)}{U}, \quad (34)$$

$$\frac{dU}{dS} U + \kappa\alpha \frac{1}{12\sqrt{3}} \frac{\Theta(\gamma)}{\Omega(\gamma)} + \frac{1}{2} \frac{H(\gamma)}{\Omega(\gamma)} U^2 = \mu \left(\alpha + \frac{(1-U)^2}{2} \right) \frac{1}{2} \frac{\gamma(2-\gamma)}{\Omega(\gamma)} \quad (35)$$

с начальными условиями $U=0$, $\delta=1$ при $S=0$. Момент полного растекания струны определяется из условия $\delta=0$.

Преобразуя систему (34), (35), получаем

$$\frac{d\delta}{dS} = -\frac{\lambda(1-U)}{U}, \quad (36)$$

$$\frac{dU}{dS} = \frac{1}{U} \mu \left(\alpha + \frac{(1-U)^2}{2} \right) \frac{1}{2} \frac{\gamma(2-\gamma)}{\Omega(\gamma)} - \frac{\kappa\alpha}{U} \frac{1}{12\sqrt{3}} \frac{\Theta(\gamma)}{\Omega(\gamma)} - \frac{1}{2} \frac{H(\gamma)}{\Omega(\gamma)} U. \quad (37)$$

Так как в правую часть системы (36), (37) явно не входит δ , то связь между δ и U может быть определена из решения дифференциального уравнения

$$\begin{aligned} \frac{dU}{d\delta} = & -\frac{1}{\lambda(1-U)} \mu \left(\alpha + \frac{(1-U)^2}{2} \right) \frac{1}{2} \frac{\gamma(2-\gamma)}{\Omega(\gamma)} + \frac{\kappa\alpha}{\lambda(1-U)} \frac{1}{12\sqrt{3}} \frac{\Theta(\gamma)}{\Omega(\gamma)} + \\ & + \frac{1}{2\lambda(1-U)} \frac{H(\gamma)}{\Omega(\gamma)} U^2 \end{aligned}$$

с начальным условием $U = 0$ при $\delta = 1$.

Преобразуем данное уравнение

$$\begin{aligned} 2\lambda(1-U) \frac{dU}{d\delta} = & \left[\frac{H(\gamma)}{\Omega(\gamma)} - \mu \frac{\gamma(2-\gamma)}{2\Omega(\gamma)} \right] U^2 + \left[\mu \frac{\gamma(2-\gamma)}{\Omega(\gamma)} \right] U + \\ & + \left[\kappa\alpha \frac{1}{6\sqrt{3}} \frac{\Theta(\gamma)}{\Omega(\gamma)} - \mu \frac{\gamma(2-\gamma)}{2\Omega(\gamma)} (2\alpha + 1) \right]. \end{aligned}$$

Тогда связь между δ и U определяется соотношением

$$\int_0^U \frac{2\lambda\Omega(\gamma)(1-x)dx}{\left[H(\gamma) - \frac{\mu}{2}\gamma(2-\gamma) \right] x^2 + \left[\mu\gamma(2-\gamma) \right] x + \left[\kappa\alpha \frac{1}{6\sqrt{3}} \Theta(\gamma) - \frac{\mu}{2}\gamma(2-\gamma)(2\alpha + 1) \right]} = \delta - 1.$$

Обозначим значение $U = U^*$ соответствующее значению $\delta = 0$.

Соответствующая этому значению глубина проникания сетки S^* определяется из соотношения

$$\int_0^{U^*} \frac{2\Omega(\gamma)xdx}{\mu \left(\alpha + \frac{(1-x)^2}{2} \right) \gamma(2-\gamma) - \kappa\alpha \frac{1}{6\sqrt{3}} \Theta(\gamma) - H(\gamma)x^2} = S^*.$$

После полного растекания сетки происходит движение по инерции. Уравнение имеет вид

$$\frac{dU}{dS} U + \kappa\alpha \frac{1}{12\sqrt{3}} \frac{\Theta(\gamma)}{\Omega(\gamma)} + \frac{1}{2} \frac{H(\gamma)}{\Omega(\gamma)} U^2 = 0 \quad (38)$$

с начальными условиями $U = U^*$ при $S = S^*$.

Интегрируя это уравнение, получаем

$$\int_{U^*}^U \frac{2\Omega(\gamma)xdx}{\kappa\alpha \frac{1}{6\sqrt{3}} \Theta(\gamma) + H(\gamma)x^2} = S^* - S.$$

Полная глубина проникания S_f определяется из условия остановки движения $U = 0$ соотношением

$$\int_{U^*}^0 \frac{2\Omega(\gamma)xdx}{\kappa\alpha \frac{1}{6\sqrt{3}} \Theta(\gamma) + H(\gamma)x^2} = S^* - S_f.$$

Последнее соотношение можно переписать в виде

$$S_f = S^* + \frac{\Omega(\gamma)}{H(\gamma)} \ln \frac{\kappa\alpha \frac{1}{6\sqrt{3}} \Theta(\gamma) + H(\gamma) U^{*2}}{\kappa\alpha \frac{1}{6\sqrt{3}} \Theta(\gamma)}. \quad (39)$$

4. ПРИМЕР

Результаты расчетов позволяют оценить глубину кратера в преграде, полученного в результате проникания сетки в преграду. Они показывают, что с увеличением параметра γ , характеризующего дискретность сетки, глубина кратера по отношению к периоду сетки растет с увеличением γ при $\gamma < \gamma_*$ и уменьшается при $\gamma_* < \gamma < 1$. Глубина кратера по отношению к диаметру проволоки уменьшается с ростом γ , испытывая резкое падение в окрестности $\gamma = \gamma_*$. В качестве примера на рис.4 показаны зависимости глубин кратера от параметра γ при ударе стальной сетки по алюминиевой преграде для различных начальных скоростей удара. Видно, что пиковые значения S_f/l при $\gamma_* = 0.43$ растут с увеличением начальной скорости удара V_0 . Отметим, что значение параметра $\gamma = 1$ соответствует сплошной пластинке (апертура сетки обращается в ноль), в этом случае $S_f = 0$ ввиду несжимаемости материала преграды. Параметры, которые брали для расчетов, приведены в Таблице 2.

Таблица 2.

Параметры жестко-пластичного материала сетки и преграды [14].

	Плотность	Предел текучести
Сетка (нержавеющая сталь)	$\rho_s = 7890 \text{ кг/м}^3$	$Y_s = 0.74 \text{ ГПа}$
Преграда (сплав алюминия 1100)	$\rho_t = 2700 \text{ кг/м}^3$	$Y_t = 0.1 \text{ ГПа}$

Из предыдущего абзаца ясно, что представленная модель качественно согласуется с экспериментами по взаимодействию ударника с сеточным экраном [6], представленными на рис.1.

К сожалению, экспериментальные данные, показывающие глубину внедрения сетки в массивную преграду в зависимости от скорости удара, в настоящее время в литературе отсутствуют. Поэтому, результаты представленной аналитической модели для глубины кратера при малом значении $\gamma = 0.1$, соответствующем независимому внедрению проволок ячейки сетки, частично сравниваются с известными экспериментами [14] по внедрению стального ударника в толстую алюминиевую преграду. Результат такого сравнения представлен на рис.5. Видно, что при скоростях удара $V_0 \geq 2 \text{ км/с}$ зависимость нормированной глубины кратера, образованного при внедрении стальной сетки в алюминиевую преграду, от V_0 качественно согласуется с аналогичной зависимостью, полученной в эксперименте для компактного стального ударника.

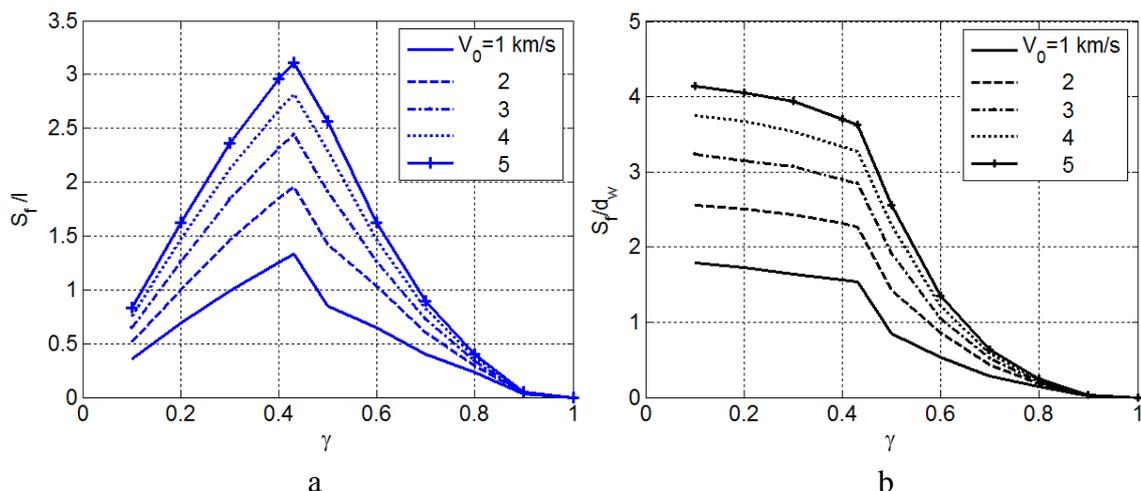


Рис.4. а) Зависимость глубины кратера, нормированной на половину периода сетки, (S_f/l) , от параметра γ , характеризующего дискретность сетки, для скоростей удара от 1 до 5 км/с. Материал сетки – сталь, материал преграды – алюминий. Пиковые значения S_f/l соответствуют $\gamma_* = 0.43$; б) то же самое для глубины кратера, нормированной на диаметр проволоки, (S_f/d_w) .

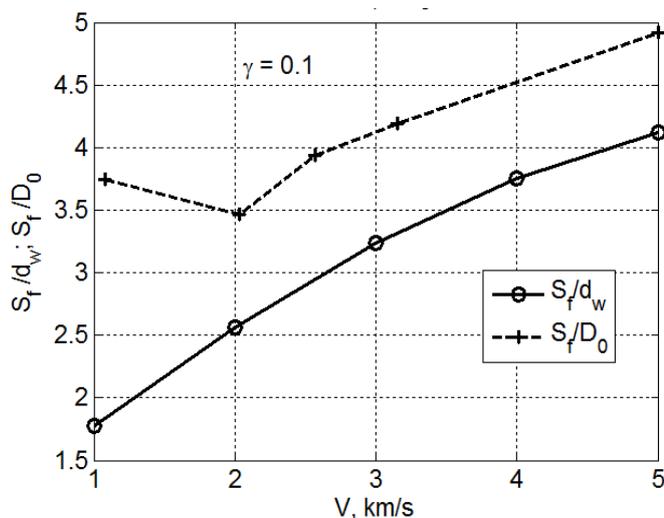


Рис.5. Глубина проникания стальной сетки ($\gamma = 0.1$), нормированной на диаметр проволоки (S_f/d_w) , сравнивается с экспериментальной [14] глубиной проникания компактного стального ударника, нормированной на начальный диаметр ударника (S_f/D_0) , в алюминиевую преграду.

ВЫВОДЫ

Предложена аналитическая модель высокоскоростного взаимодействия деформируемого сетчатого ударника (сетки) с полубесконечной деформируемой преградой. Механическое поведение материала сетчатого ударника и деформируемой преграды моделируется жестко идеально-пластическим

законом поведения при условии несжимаемости, поэтому для описания поведения материалов сетки и преграды используются только предел текучести и плотность.

В модели предполагается, что до встречи с преградой и в последующем процессе движения полотно сетки параллельно поверхности преграды, а скорость направлена перпендикулярно этой поверхности. Ввиду периодической структуры сетки и симметрии ячейки, мы рассматриваем течение, сопровождающее внедрение только для $1/8$ ячейки.

При исследовании процесса взаимодействия принимается гипотеза, что материал преграды, поднявшийся в процессе движения выше уровня границы контакта сетки с преградой, покидает преграду и в дальнейшем движении не рассматривается.

Представленная модель показывает, что проникание сетки в преграду, которое сопровождается образованием кратера, включает два этапа. Первый этап – это непосредственное взаимодействие сетки и преграды. Он длится до полного растекания материала сетки и выноса его за пределы преграды. Второй этап – это движение по инерции, при котором также происходит углубление кратера до его полной остановки.

В рамках предложенной модели зависимость решения от геометрии сетки определяется одним параметром γ , равным отношению диаметра проволоки к периоду сетки ($0 \leq \gamma \leq 1$). Предложенная модель позволяет исследовать процесс как при малых значениях γ , когда внедрение соседних проволок практически не влияет друг на друга и пластическая деформация преграды охватывает лишь часть ячейки ($0 < \gamma < \gamma_*$, где $\gamma_* \approx 0.43$), так и для случая $\gamma_* < \gamma < 1$ – когда апертура сетки (видимое на просвет расстояние между проволоками) сравнима или меньше диаметра проволоки и пластическая деформация распространяется по всей ячейке. Важно отметить, что в рамках принятой модели значение параметра $\gamma_* \approx 0.43$ является универсальным, не зависящим от материалов сетки и преграды.

Результаты расчетов по предложенной модели позволяют оценить глубину кратера в преграде, образованного в результате соударения. Показано, что с увеличением параметра γ , глубина кратера по отношению к периоду сетки растет с увеличением γ при $0 < \gamma < \gamma_*$ и уменьшается при $\gamma_* < \gamma < 1$. Глубина кратера по отношению к диаметру проволоки уменьшается с ростом γ , испытывая резкое падение в окрестности $\gamma = \gamma_*$. В качестве примера на рис.4 показаны зависимости глубин кратера от параметра γ при ударе стальной сетки по алюминиевой преграде для различных начальных скоростей удара. Видно, что пиковые значения S_f/l при $\gamma_* = 0.43$ растут с увеличением V_0 . Отметим, что значение параметра $\gamma = 1$ соответствует сплошной пластинке (апертура сетки обращается в ноль), в этом случае $S_f = 0$ ввиду несжимаемости материала преграды.

Из вышеизложенного видно, что представленная модель качественно согласуется с экспериментами по взаимодействию ударника с сеточным экраном [6], представленными на рис.1.

Экспериментальные данные, показывающие глубину внедрения сетки в массивную преграду в зависимости от скорости удара, в настоящее время

в литературе отсутствуют. Поэтому, результаты представленной аналитической модели для глубины кратера при малых γ , частично сравниваются с известными экспериментами [14] по внедрению стального ударника в толстую алюминиевую преграду. Результат такого сравнения представлен на рис.5. Видно, что при скоростях удара $V_0 \geq 2$ км/с зависимость нормированной глубины кратера, образованного при внедрении стальной сетки в алюминиевую преграду, от V_0 качественно согласуется с аналогичной зависимостью, полученной в эксперименте для компактного стального ударника.

ЛИТЕРАТУРА

1. Francesconi A., Higashide M., Mandeville J.C., Meshcheryakov S. et al. *Characterization of Ejecta from HVI on Spacecraft outer Surfaces* // IADC WG3, 2013.
Retrieved from https://www.iadc-home.org/documents_public/view/page/3/id/107#u
2. Безруков Л.Н., Гадасин И.М., Киселев А.И. и др. *О физических принципах построения защиты модуля «ЗАРЯ» Международной космической станции от ударного повреждения частицами околоземной среды* // Космонавтика и ракетостроение. – 2000. – Т.18. – С.140-151.
3. Gerasimov A.V., Dobritsa D.B., Pashkov S.V. et al. *Theoretical and experimental study of a method for the protection of spacecraft from high-speed particles* // Cosmic Res. – 2016. – Vol.54. – Pp.118-126.
4. Myagkov N.N., Kalmykov P.N., Lapichev N.V. et al. *Studies of the Fragmentation of Spherical Aluminum Projectiles on a Heavy Mesh at Velocities of up to 7 km/s.* // J. of Experimental and Theoretical Physics. – 2021. – Vol.132. – Pp.177-188.
5. Semenov A., Bezrukov L., Malkin A. et al. *Impact fragmentation dependence on geometrical parameter of single mesh bumpers* // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2006. – Т.12. – №2. – С.256-262.
6. Myagkov N.N., Shumikhin T.A., Bezrukov L.N. *Experimental and Numerical Study of Peculiarities at High-Velocity Interaction between a Projectile and Discrete Bumpers* // Int. J. Impact Engn. – 2010. – Vol.37. – Pp.980-994.
7. Мягков Н.Н., Сулимов А.В., Шумихин Т.А. *Численное моделирование высокоскоростного взаимодействия ударника с дискретными экранами* // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2008. – Т.14. – №4. – С.532-546.
8. Myagkov N.N. *Scaling Invariance and Characteristics of the Cloud of Spherical Projectile Fragmentation Products upon High-Velocity Impact on a Thin Mesh Shield* // J. of Experimental and Theoretical Physics. – 2018. – Vol.126. – Pp.50-63.
9. Головешкин В.А., Мягков Н.Н. *Модель взаимодействия жесткой струны с деформируемой преградой* // Деформация и разрушение материалов. – 2018. – №11. – С.7-14.
10. Goloveshkin V.A., Myagkov N.N. *Estimating parameters of fragments forming at penetration of periodic system of strings into a semi-infinite target* // Int. J. Impact Engn. – 2013. – Vol.61. – Pp.13-23.
11. Головешкин В.А., Мягков Н.Н. *Модель взаимодействия жесткой сетки ударника с деформируемой преградой* // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2022. – Т.28. – №2. – С.151-174.

12. Goloveshkin V.A., Myagkov N.N., Shumikhin T.A. *Model of interaction of a rigid mesh with a deformable target* // *Meccanica*. – 2021. – Vol.56. – Pp.179-193. DOI: 10.1007/s11012-020-01272-5.
13. Myagkov N.N., Goloveshkin V.A., Shumikhin T.A., Sulimov A.V. *On hypervelocity penetration of the mesh-bumper strings into a projectile* // *Int. J. Impact Engng.* – 2009. – Vol.36. – Pp.468-475.
14. Valerio-Flores O.L., Murr L.E., Hernandez V.S. et al. *Observations and simulations of the low velocity-to-hypervelocity impact crater transition for a range of penetrator densities into thick aluminum targets* // *J. of Materials Science*. – 2004. – Vol.39. – Pp.6271-6289.

REFERENCES

1. Francesconi A., Higashide M., Mandeville J.C., Meshcheryakov S. et al. *Characterization of Ejecta from HVI on Spacecraft outer Surfaces*. IADC WG3, 2013.
Retrieved from https://www.iadc-home.org/documents_public/view/page/3/id/107#u
2. Bezrukov L.N., Gadasin I.M., Kiselev A.I. et al. *O fizicheskikh printsipakh postroeniya zashhity modulya «ZARYA» Mezhdunarodnoj kosmicheskoy stantsii ot udarnogo povrezhdeniya chastitsami okolozemnoj sredy [About the physical bases of building the protection of the ISS module “Zarya” against impact damage by near-earth space debris fragments]*. *Kosmonavtika i raketostroenie*, 2000, Vol.18, Pp.140-151.
3. Gerasimov A.V., Dobritsa D.B., Pashkov S.V. et al. *Theoretical and experimental study of a method for the protection of spacecraft from high-speed particles*. *Cosmic Res.*, 2016, Vol.54, Pp.118-126. DOI: 10.1134/S0010952516020015.
4. Myagkov N.N., Kalmykov P.N., Lapichev N.V. et al. *Studies of the Fragmentation of Spherical Aluminum Projectiles on a Heavy Mesh at Velocities of up to 7 km/s*. *Journal of Experimental and Theoretical Physics*, 2021, Vol.132, Pp.177-188. DOI: 10.1134/S1063776121020138.
5. Semenov A., Bezrukov L., Malkin A. et al. *Impact fragmentation dependence on geometrical parameter of single mesh bumpers*. *Mekhanika kompozitsionnykh materialov i konstruksii*, 2006, Vol.12, No.2, Pp.256-262.
6. Myagkov N.N., Shumikhin T.A., Bezrukov L.N. *Experimental and Numerical Study of Peculiarities at High-Velocity Interaction between a Projectile and Discrete Bumpers*. *Int. J. Impact Engng.*, 2010, Vol.37, Pp.980-994.
7. Myagkov N.N., Sulimov A.V., Shumikhin T.A. *Chislennoe modelirovanie vysokoskorostnogo vzaimodejstviya udarnika s diskretnymi ehkranami [Numerical Simulation of High-Velocity Interaction of a Projectile with Discrete Bumpers]*. *Mekhanika kompozitsionnykh materialov i konstruksii*, 2008, Vol.14, No.4, Pp.532-546.
8. Myagkov N.N. *Scaling Invariance and Characteristics of the Cloud of Spherical Projectile Fragmentation Products upon High-Velocity Impact on a Thin Mesh Shield*. *Journal of Experimental and Theoretical Physics*, 2018, Vol.126, Pp.50-63. DOI: 10.1134/S1063776117120068.
9. Goloveshkin V.A., Myagkov N.N. *Model' vzaimodejstviya zhestkoj struny s deformiruemoj pregradoj [Model of the interaction of a rigid string with a deformable target]*. *Deformatsiya i razrushenie materialov*, 2018, No.11, Pp.7-14.

10. Goloveshkin V.A., Myagkov N.N. *Estimating parameters of fragments forming at penetration of periodic system of strings into a semi-infinite target*. Int. J. Impact Engn., 2013, Vol.61, Pp.13-23.
11. Goloveshkin V.A., Myagkov N.N. *Model' vzaimodejstviya zhestkoj setki udarnika s deformiruemoj pregradoj [Model of interaction of a rigid mesh with a deformable target]*. Mekhanika kompozitsionnykh materialov i konstruktsii, 2022, Vol.28, No.2, Pp.151-174.
12. Goloveshkin V.A., Myagkov N.N., Shumikhin T.A. *Model of interaction of a rigid mesh with a deformable target*. Meccanica, 2021, Vol.56, Pp.179-193.
DOI: 10.1007/s11012-020-01272-5.
13. Myagkov N.N., Goloveshkin V.A., Shumikhin T.A., Sulimov A.V. *On hypervelocity penetration of the mesh-bumper strings into a projectile*. Int. J. Impact Engng., 2009, Vol.36, Pp.468-475.
14. Valerio-Flores O.L., Murr L.E., Hernandez V.S. et al. *Observations and simulations of the low velocity-to-hypervelocity impact crater transition for a range of penetrator densities into thick aluminum targets*. Journal of Materials Science, 2004, Vol.39, Pp.6271-6289.

Поступила в редакцию 8 ноября 2022 года.

Сведения об авторах:

Головешкин Василий Адамович – д.т.н., проф., в.н.с., ФГБУН Институт прикладной механики РАН, г. Москва, Россия

Мягков Николай Николаевич – д.ф.-м.н., зав. лаб., ФГБУН Институт прикладной механики РАН, г. Москва, Россия; e-mail: nn_myagkov@mail.ru