

УДК 539.3
EDN DYJSCR (<https://elibrary.ru/dyjscr>)



ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДЕМПИРУЮЩИХ СВОЙСТВ МЕТАЛЛИЧЕСКОЙ ЛЕНТЫ 3М НА БАЗЕ РЕШЕНИЯ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ДИНАМИКИ ТРЕХСЛОЙНОГО СТЕРЖНЯ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ*

Рабинский Л.Н., Бабайцев А.В., Шестеркин П.С.

*ФГБОУ ВО «Московский авиационный институт (национальный
исследовательский университет)», г. Москва, Россия*

АННОТАЦИЯ

Одним из методов увеличения сроков эксплуатации циклически нагруженных элементов конструкций различного назначения является улучшение демпфирующих свойств. Существуют различные способы повышения демпфирования, один из которых – использование демпфирующих лент. В работе исследуется влияние демпфирующей ленты 3М на динамические характеристики трехслойной консольной балки. Представлены результаты экспериментальных исследований собственных частот и логарифмических декрементов при свободных колебаниях алюминиевой балки-пластинки без демпфирующих слоев (однослойная балка) и с наклеенными на лицевые поверхности демпфирующими слоями (трехслойная балка). Динамические характеристики вычислены на основе анализа амплитудно-частотных характеристик, полученных методом быстрого преобразования Фурье. Физические константы образцов предварительно определены в статических испытаниях.

Для заданной трехслойной балки Эйлера-Бернулли теоретически определена ее низшая собственная частота, проведено ее сравнение с частотой, вычисленной на основе модели Тимошенко. Для определения декремента трехслойной балки с демпфирующими слоями получено численное решение обратной задачи.

Ключевые слова: демпфирующая лента; трехслойная балка; собственные частоты; логарифмический декремент

DETERMINATION OF THE DAMPING PROPERTIES OF A 3M METAL TAPE BASED ON THE SOLUTION OF THE INVERSE PROBLEM OF THE DYNAMICS OF A THREE-LAYER ROD AND EXPERIMENTAL DATA

Rabinsky L.N., Babaitsev A.V., Shesterkin P.S.

Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, Russia

ABSTRACT

One of the methods for increasing the service life of stress-cycled structural elements for various purposes is to improve the damping capacity. There are various ways to increase damping, one of which is the use of damping layers. The article investigates the effect of 3M damping tape on the three-layer clamped-free beam dynamic characteristics. The results

* Работа проводилась при финансовой поддержке государственного проекта Министерства образования и науки РФ «Код проекта FSFF-2020-0016».

of natural frequencies experimental studies and logarithmic decrements for free vibrations of an aluminum beam-plate without damping layers (single-layer beam) and with damping layers glued to the front surfaces (three-layer beam) are presented. The dynamic characteristics are calculated based on the amplitude-frequency characteristics analysis obtained by the fast Fourier transform method. The samples' physical constants are predetermined in static tests. For a given three-layer Euler-Bernoulli beam, its lowest natural frequency is theoretically determined and compared with the frequency calculated on the basis of the Timoshenko model. To determine the three-layer beam decrement with damping layers, a numerical solution of the inverse problem is obtained.

Keywords: damping tape; three-layer beam; natural frequencies; logarithmic decrement

ВВЕДЕНИЕ

Анализ динамики механических систем с демпфированием имеет большое значение в различных отраслях техники [1]. Несмотря на то, что выбор модели демпфирования играет ключевую роль в динамических расчётах, в особенности для сложных конструкций [2-5], очень часто для описания процесса демпфирования используются простые классические модели [6-8]. Во многих случаях эти модели не позволяют описать динамику сооружения с необходимой точностью, так как на практике механизмы демпфирования колебаний отличаются большой сложностью [9,10]. Выбрать единую модель для реальных инженерных систем крайне сложно; в большинстве случаев используются различные приближения. В последние годы были предложены и исследованы более сложные модели демпфирования; так, в работе [11] исследован мгновенный отклик систем с распределёнными параметрами методом передаточных функций. Другие авторы работали над невязкими моделями демпфирования. В статье [12] проведено систематическое исследование механических систем с демпфированием.

МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЙ

В данной работе исследуются образцы без демпфирующих слоев, представляющие собой металлическую пластину габаритами $220 \text{ мм} \times 20 \text{ мм} \times 0,8 \text{ мм}$ и с демпфирующими слоями, когда с двух сторон пластины приклеивают демпфирующую ленту толщиной $0,14 \text{ мм}$. Металлическая пластина выполнена из алюминиевого сплава 1441, а демпфирующая лента разработана фирмой 3М марки 434. Толщина и состав слоя проверялся с использованием растрового электронного микроскопа, рис.1. Свойства материалов представлены в Таблице 1. Образцы без демпфирующих слоев представлены на рис.2а, а с демпфирующими слоями – на рис.2б. Для каждого варианта испытывалось по 5 однотипных образцов.

Механические характеристики, представленные в Таблице 1, определялись экспериментально. Представленные результаты для ленты 3М даны для металлизированной ленты. Испытания проводились на универсальной электромеханической машине Instron 5969. Скорость движения траверсы при кинематическом нагружении растяжением составляла 1 мм/мин . Деформации в испытаниях на растяжение измерялись с использованием видеоэкстензометра. Диаграмма деформирования для образцов из сплава 1441 и ленты 3М марки 434 представлена на рис.3.

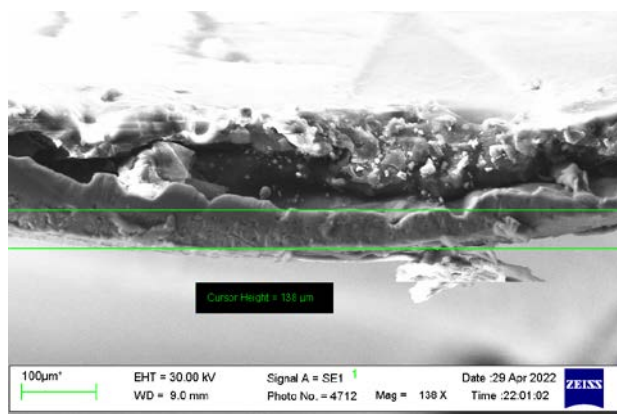


Рис.1. Микроскопия ленты ЗМ.



а



б

Рис.2. Образцы для испытания. а) образцы без демпфирующих слоев; б) образцы с приклеенными слоями демпфирующего материала.

Таблица 1.

Свойства слоев.

	Е, ГПа	ν	ρ , кг/м ³	h, мм
1441	79	0,33	2600	0,8
ЗМ 434	70	0,3	2700	0,14

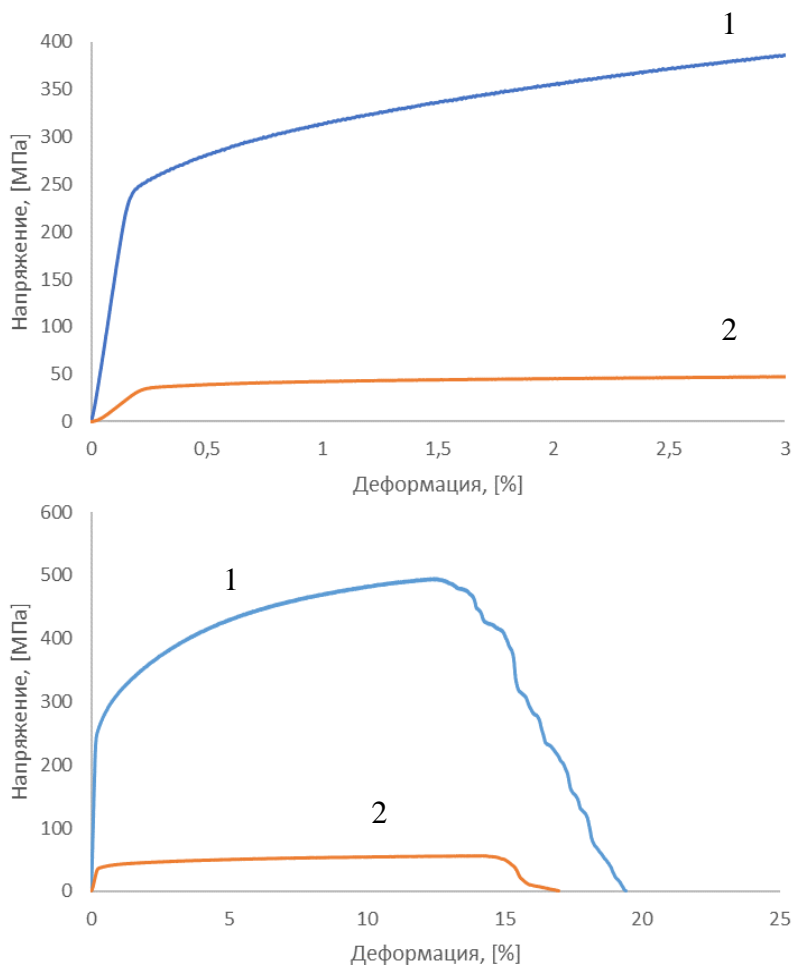


Рис.3. Диаграмма деформирования при растяжении (обозначения кривых: 1 – сплав 1441, 2 – лента 3М 434).

Динамические испытания проводились на образцах с различной длиной захвата. Образцы жестко закреплялись струбциной с одного конца, а на другом конце задавались нагрузки, приводящие к возникновению затухающих изгибных колебаний, преимущественно по первой собственной форме. Для возбуждения колебаний по поверхности образца либо ударяли металлическим ударником, либо задавалось начальное отклонение конца образца от положения равновесия. Регистрация колебаний проводилась с использованием лазерного датчика Laser Triangulation Sensors RF603HS.

Обработка результатов испытаний проводилась с использованием метода быстрого преобразования Фурье для получения амплитудно-частотной характеристики (АЧХ) реализуемых колебаний [13]. На получаемых АЧХ определялся пик, соответствующий первой резонансной частоте. Ширина найденного пика позволяет определить логарифмический декремент образца ζ на основании соотношения (ГОСТ 30630.1.8-2002, ASTM E756)

$$\zeta = \frac{\omega_2 - \omega_1}{2\omega_0},$$

где ω_0 – частота резонанса, и $\omega_1 < \omega_2$ – частоты вблизи резонанса, при которых значение амплитуды уменьшается в $\sqrt{2}$ раз по сравнению с амплитудой резонанса.

Полученные результаты зависимости логарифмического декремента от амплитуды при длине образца равной 140 мм для собственной частоты, равной 34 Гц, представлены на рис.4.

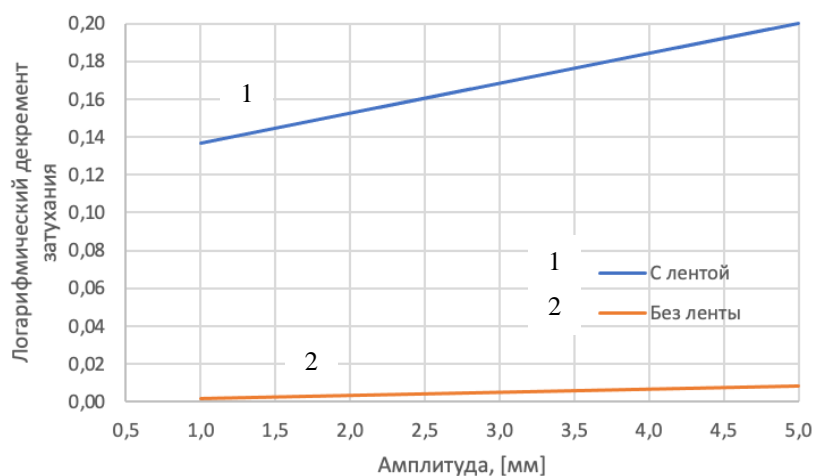


Рис.4. Зависимость коэффициента демпфирования от амплитуды.

АНАЛИТИЧЕСКОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ СОБСТВЕННОЙ ЧАСТОТЫ ИЗГИБНЫХ КОЛЕБАНИЙ СЛОИСТОЙ КОНСОЛЬНОЙ БАЛКИ

Рассмотрим слоистую балку длиной l , прямоугольного поперечного сечения, состоящего из трех слоев: одного несущего слоя из алюминиевого сплава 1441 и двух демпфирующих слоев из ленты 3М 434. Толщина несущего слоя равна $h = 0,8$ мм, а демпфирующего — $\delta = 0,14$ мм (Таблица 1). Схема слоистой балки представлена на рис.5.

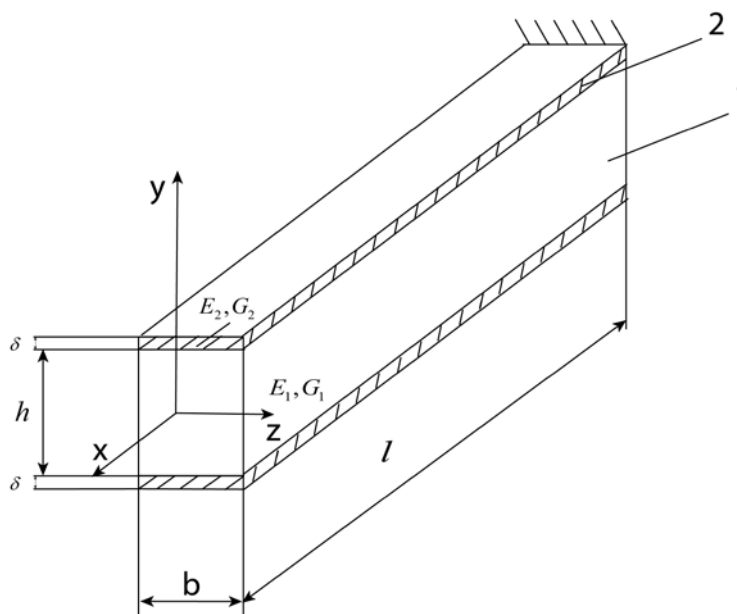


Рис.5. Слоистая балка с демпфирующими слоями.

Собственную частоту изгибных колебаний балки в первом приближении определим из уравнения движения (1), соответствующего модели Эйлера-Бернулли

$$\frac{\partial^4 W(t, x)}{\partial x^4} = a^2 \frac{\partial^2 W(t, x)}{\partial t^2}, \quad (1)$$

где $W(t, x)$ – прогиб балки, $a^2 = \frac{\rho h}{D}$, t, x – время и продольная координата балки,

$$D = \frac{1}{1-\mu^2} \left[E_1 \frac{h^3}{12} + 2E_2 \left(\frac{\delta^3}{12} + \delta \frac{h^2}{4} \right) \right]$$

– цилиндрическая жесткость, $\rho h = \rho_1 h + 2\rho_2 \delta$, ρ_1 и ρ_2 – плотности несущего и демпфирующего слоев, соответственно.

Для решения поставленной задачи представим прогиб балки в виде

$$W(t, x) = w(x) \sin(\omega t). \quad (2)$$

Тогда уравнение относительно амплитуды $w(x)$, следующее из (1) и (2), будет иметь вид

$$\frac{d^4 w(x)}{dx^4} + k^4 w(x) = 0. \quad (3)$$

В уравнении (3) $k^4 = a^2 \omega^2$. Решение уравнения (3) будет, в свою очередь, иметь вид

$$w(x) = c_1 \sin(kx) + c_2 \cos(kx) + c_3 \operatorname{sh}(kx) + c_4 \operatorname{ch}(kx). \quad (4)$$

Удовлетворяя крайевым условиям консольного закрепления в виде (5)

$$w(x)|_{x=0} = 0 \quad \left. \frac{dw(x)}{dx} \right|_{x=0} = 0 \quad \left. \frac{d^2 w(x)}{dx^2} \right|_{x=l} = 0 \quad \left. \frac{d^3 w(x)}{dx^3} \right|_{x=l} = 0 \quad (5)$$

получим трансцендентное уравнение (6) для определения собственной частоты

$$\cos(kl) \operatorname{ch}(kl) = -1 \quad (6)$$

наименьший положительный корень которого – $kl = 1,875$; низшую собственную частоту изгибных колебаний балки определим в виде

$$\omega = \omega_k = \frac{1,875^2}{al^2}. \quad (7)$$

Для вычисления собственной частоты второго приближения используем модель Тимошенко [14]

$$\rho F \frac{\partial^2 W(t, x)}{\partial t^2} - GF^1 \frac{\partial^2 W(t, x)}{\partial x^2} + GF^1 \frac{\partial \varphi(t, x)}{\partial x} = 0, \quad (8)$$

$$\rho J \frac{\partial^2 \varphi(t, x)}{\partial t^2} - D \frac{\partial^2 \varphi(t, x)}{\partial x^2} + GF^1 \left[\varphi(t, x) - \frac{\partial W(t, x)}{\partial x} \right] = 0. \quad (9)$$

В уравнениях (8) и (9) φ – угол наклона нейтральной линии, обусловленный изгибом, F – площадь поперечного сечения, $F^1 = 1,2F$, G – модуль сдвига, J – момент инерции сечения. Выражая из системы уравнений (8)-(9) угол φ , получаем одно уравнение движения (10) относительно поперечного перемещения

$$\frac{\rho h}{D} \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} + \frac{\partial^4 W}{\partial x^4} - \frac{\rho h}{D} \left(\frac{J}{F} + \frac{D}{GF^1} \right) \frac{\partial^4 W}{\partial x^2 \partial t^2} + \frac{\rho h}{D} \frac{J \rho}{GF^1} \frac{\partial^4 W}{\partial t^4} = 0. \quad (10)$$

Представим решение уравнения (10) в виде

$$W(x, \tau) = w(x) \sin(\omega \tau), \quad (11)$$

где $t = \tau/\omega_\kappa$, $\varpi = \omega/\omega_\kappa$, тогда для определения собственной частоты по Тимошенко получаем обыкновенное дифференциальное уравнение (12)

$$\frac{d^4 w(x)}{dx^4} + a^2 b^2 \varpi^2 \frac{d^2 w(x)}{dx^2} + a^2 \varpi^2 (c^2 \varpi^2 - 1) w(x) = 0. \quad (12)$$

В этом выражении

$$a^2 = \frac{\rho h}{D} = \frac{(\rho_1 h + 2\rho_2 \delta)(1 - \mu^2)}{E_1 h^3/12 + 2E_2 (\delta^3/12 + \delta h^2/4)},$$

$$b^2 = \frac{J}{F} + \frac{D}{hG_1 + 2\delta G_2}; \quad \frac{J}{F} = \frac{h^3/12 + 2(\delta^3/12 + \delta h^2/4)}{h + 2\delta}, \quad (13)$$

$$\frac{D}{GF^1} = \frac{E_1 \frac{h^3}{12} + 2E_2 \left(\frac{\delta^3}{12} + \delta \frac{h^2}{4} \right)}{(1 - \mu^2)(hG_1 + 2\delta G_2)} \quad c^2 = \frac{\frac{h^3}{12} \rho_1 + 2\rho_2 \left(\frac{\delta^3}{12} + \delta \frac{h^2}{4} \right)}{hG_1 + 2\delta G_2}.$$

Используя подстановку Эйлера $w(x) = Ae^{\lambda x}$, получаем характеристическое уравнение четвертого порядка

$$\lambda^4 + a^2 b^2 \varpi^2 \lambda^2 + a^2 \varpi^2 (c^2 \varpi^2 - 1) = 0. \quad (14)$$

Решение уравнения (13) будет иметь вид

$$\lambda^2 = \frac{-a^2 b^2 \varpi^2 \pm \varpi a \sqrt{\varpi^2 (a^2 b^4 - 4c^2) + 4}}{2} \approx \begin{cases} -\frac{\varpi a}{2} (2 + ab^2 \varpi) = -\alpha^2 = -\varpi a \\ \frac{\varpi a}{2} (2 - ab^2 \varpi) = \alpha^2 = \varpi a \end{cases}. \quad (15)$$

При пренебрежении в выражении (15) слагаемыми высшего порядка малости получим

$$\lambda_{1,2}^2 = \pm \alpha^2; \quad \lambda_{1,2} = \pm \alpha, \quad \lambda_{3,4} = \pm i\alpha \quad (16)$$

и решение уравнения (12) будет иметь вид

$$w(x) = c_1 \sin(\alpha x) + c_2 \cos(\alpha x) + c_3 \operatorname{sh}(\alpha x) + c_4 \operatorname{ch}(\alpha x). \quad (17)$$

Граничные условия консольного закрепления будут иметь вид (18)

$$w(x)|_{x=0} = 0, \quad \varphi(x)|_{x=0} = 0, \quad M_z(x)|_{x=l} = 0, \quad Q_y(x)|_{x=l} = 0. \quad (18)$$

Краевые условия (18) для балки Тимошенко можно записать в виде [15]

$$w(x)|_{x=0} = 0,$$

$$\frac{d}{dx} \left[(1 + A\varpi^2) w(x) + \frac{d^2 w(x)}{dx^2} \right] \Big|_{x=0} = 0,$$

$$\left(\varpi^2 B w(x) + \frac{d^2 w(x)}{dx^2} \right) \Big|_{x=l} = 0, \quad (19)$$

$$\frac{d}{dx} \left[C w(x) - \varpi^2 B \frac{dw(x)}{dx} - \frac{d^2 w(x)}{dx^2} \right] \Big|_{x=l} = 0.$$

Подставляя выражение (16) в краевые условия (19), получаем систему однородных алгебраических уравнений относительно произвольных постоянных

$$\begin{aligned}
c_2 + c_4 &= 0, \\
(1 + A\varpi^2 - \alpha^2)c_1 + (1 + A\varpi^2 + \alpha^2)c_3 &= 0, \\
\sin(\alpha l)(B\varpi^2 - \alpha^2)c_1 + \cos(\alpha l)(B\varpi^2 - \alpha^2)c_2 + \\
&+ \operatorname{sh}(\alpha l)(B\varpi^2 + \alpha^2)c_3 + \operatorname{ch}(\alpha l)(B\varpi^2 + \alpha^2)c_4 = 0, \\
\left[\sin(\alpha l)B\varpi^2\alpha + (\alpha^2 + C)\cos(\alpha l) \right] c_1 + \\
&+ \left[\cos(\alpha l)B\varpi^2\alpha - (\alpha^2 + C)\sin(\alpha l) \right] c_2 + \\
&+ \left[(C - \alpha^2)\operatorname{ch}(\alpha l) - B\varpi^2\alpha\operatorname{sh}(\alpha l) \right] c_3 + \\
&+ \left[(C - \alpha^2)\operatorname{sh}(\alpha l) - B\varpi^2\alpha\operatorname{ch}(\alpha l) \right] c_4 = 0.
\end{aligned} \tag{20}$$

Здесь введены обозначения

$$A = \frac{D}{GF^1} \frac{\rho}{\psi G} \omega_k^2, \quad B = \omega_k^2 \frac{\rho_1 h + 2\rho_2 \delta}{G_1 h + 2G_2 \delta}, \quad C = \frac{\rho}{E}.$$

Приравнявая определитель системы (20) нулю, получим трансцендентное уравнение (19) для собственной частоты

$$\Phi(kl, \sin(kl), \cos(kl), \operatorname{sh}(kl), \operatorname{ch}(kl)) = 0. \tag{21}$$

Выражение (21) в развернутом виде имеет громоздкий вид и здесь не приводятся. Численное решение уравнения (21) дает наименьший положительный корень $kl = 1,731$. Сравнивая это решение с результатами, полученными для балки Эйлера-Бернулли, можно сделать вывод, что решения достаточно близки и дальнейшее решение задачи на определение низшей собственной частоты изгибных колебаний вполне можно получить на базе модели Бернулли.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ФИЗИЧЕСКИХ КОНСТАНТ ЛЕНТЫ ЗМ НА ОСНОВЕ ЧИСЛЕННО-АНАЛИТИЧЕСКОГО РЕШЕНИЯ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ

Для определения коэффициентов демпфирования решим обратную задачу. Для этого в коэффициенты для демпфирующих полос введем комплексный модуль сдвига $G_{2,3} = G_2(1 + iG_*)$, где $G_* \in (0,1)$ тогда выражения для коэффициентов уравнения (13) примут вид

$$\begin{aligned}
b^2 &= \frac{J}{F} + \frac{D}{hG_1 + 2\delta G_2(1 + iG_*)} = \frac{J}{F} + \frac{D(hG_1 + 2\delta G_2 - i2\delta G_2 G_*)}{(hG_1 + 2\delta G_2)^2 - (2\delta G_2 G_*)^2} = \alpha_1 + i\beta_1, \\
\alpha_1 &= \frac{J}{F} + \frac{D(hG_1 + 2\delta G_2)}{(hG_1 + 2\delta G_2)^2 - (2\delta G_2 G_*)^2}, \quad \beta_1 = -\frac{2\delta G_2 G_*}{(hG_1 + 2\delta G_2)^2 - (2\delta G_2 G_*)^2}, \\
c^2 &= \frac{\frac{h^3}{12}\rho_1 + 2\rho_2\left(\frac{\delta^3}{12} + \delta\frac{h^2}{4}\right)}{hG_1 + 2\delta G_2(1 + iG_*)} =
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{\left[\frac{h^3}{12} \rho_1 + 2\rho_2 \left(\frac{\delta^3}{12} + \delta \frac{h^2}{4} \right) \right] (hG_1 + 2\delta G_2 - i2\delta G_2 G_*)}{(hG_1 + 2\delta G_2)^2 - (2\delta G_2 G_*)^2} = \alpha_2 + i\beta_2, \\
\alpha_2 &= \frac{\left[\frac{h^3}{12} \rho_1 + 2\rho_2 \left(\frac{\delta^3}{12} + \delta \frac{h^2}{4} \right) \right] (hG_1 + 2\delta G)}{(hG_1 + 2\delta G_2)^2 - (2\delta G_2 G_*)^2}, \\
\beta_2 &= -\frac{\left[\frac{h^3}{12} \rho_1 + 2\rho_2 \left(\frac{\delta^3}{12} + \delta \frac{h^2}{4} \right) \right] 2\delta G_2 G}{(hG_1 + 2\delta G_2)^2 - (2\delta G_2 G_*)^2},
\end{aligned} \tag{22}$$

дискриминант в выражении (15) примем в виде (23)

$$\begin{aligned}
\varpi^2 (a^2 b^4 - 4c^2) + 4 &= a^2 (\alpha_1 + i\beta_1)^2 - 4(\alpha_2 + i\beta_2) + 4 = \alpha_3 + i\beta_3, \\
\alpha_3 &= \varpi^2 (a^2 \alpha_1^2 - \beta_1^2 - 4\alpha_2) + 4, \quad \beta_3 = \varpi^2 (2a^2 \alpha_1 \beta_1 - 4\beta_2).
\end{aligned} \tag{23}$$

Тогда выражение (15) примет вид (24)

$$\lambda^2 = \frac{-a^2 (\alpha_1 + i\beta_1)^2 \varpi^2 \pm \varpi a \sqrt{\alpha_3 + i\beta_3}}{2} = \operatorname{Re}(\lambda^2) + i \operatorname{Im}(\lambda^2). \tag{24}$$

Решение этого уравнения будет

$$w(x) = c_1 e^{\eta_1 x} + c_2 e^{-\eta_1 x} + c_3 e^{\eta_2 x} + c_4 e^{-\eta_2 x}. \tag{25}$$

Удовлетворяя граничным условиям (16)-(17), получаем систему однородных алгебраических уравнений (26) относительно произвольных постоянных

$$\begin{aligned}
c_1 + c_2 + c_3 + c_4 &= 0, \\
(1 + A\varpi^2 + \eta_1^2) \eta_1 c_1 - (1 + A\varpi^2 + \eta_1^2) \eta_1 c_2 + \\
&= (1 + A\varpi^2 + \eta_2^2) \eta_2 c_3 - (1 + A\varpi^2 + \eta_2^2) \eta_2 c_4 = 0, \\
(B\varpi^2 + \eta_1^2) e^{\eta_1 l} c_1 + (B\varpi^2 + \eta_1^2) e^{-\eta_1 l} c_2 + \\
&+ (B\varpi^2 + \eta_2^2) e^{\eta_2 l} c_3 + (B\varpi^2 + \eta_2^2) e^{-\eta_2 l} c_4 = 0, \\
(C - \eta_1^2 - B\varpi^2 \eta_1) \eta_1 e^{\eta_1 l} c_1 + (C - \eta_1^2 - B\varpi^2 \eta_1) \eta_1 e^{-\eta_1 l} c_2 + \\
&+ (C - \eta_2^2 - B\varpi^2 \eta_2) \eta_2 e^{\eta_2 l} c_3 + (C - \eta_2^2 - B\varpi^2 \eta_2) \eta_2 e^{-\eta_2 l} c_4 = 0.
\end{aligned} \tag{26}$$

Приравнявая определитель системы (26) нулю, получим трансцендентное уравнение (27)

$$\tilde{\Phi}(\eta_1 l, \eta_2 l) = 0, \quad \eta_{1,2} = \eta_{1,2}(\omega; G_*), \quad \omega \in \mathbb{C}. \tag{27}$$

На рис.6 приведена зависимость левой части (27) от $\operatorname{Im}(\varpi^2)$ при фиксированном значении $\operatorname{Re}(\varpi^2)$.

$$I_m(\varpi^2) G_* = 0.23, \quad \operatorname{Re} \varpi = 1.7.$$

Варьируя коэффициент G_* в пределах от 0 до 1, получаем при постоянном значении $\operatorname{Re}(\varpi^2)$ по графику, приведенному на рис.6, параметр $\operatorname{Im} \varpi$, соответствующий корню уравнения (27) с наименьшей положительной

действительной частью. При этом $G_* = 0.23$. Далее по формуле (28) вычисляется логарифмический декремент

$$\tilde{\lambda} = 2\pi \frac{\text{Im } \varpi}{\text{Re } \varpi} = 2\pi \frac{0,04}{1,731} \approx 0,145. \quad (28)$$

Этот результат достаточно хорошо согласуется с экспериментальными данными (рис.4), что говорит об адекватности проделанных вычислений.

$\tilde{\Phi}(\eta_1 l, \eta_2 l)$

$G_* = 0.23, \text{Re } \varpi = 1.7$

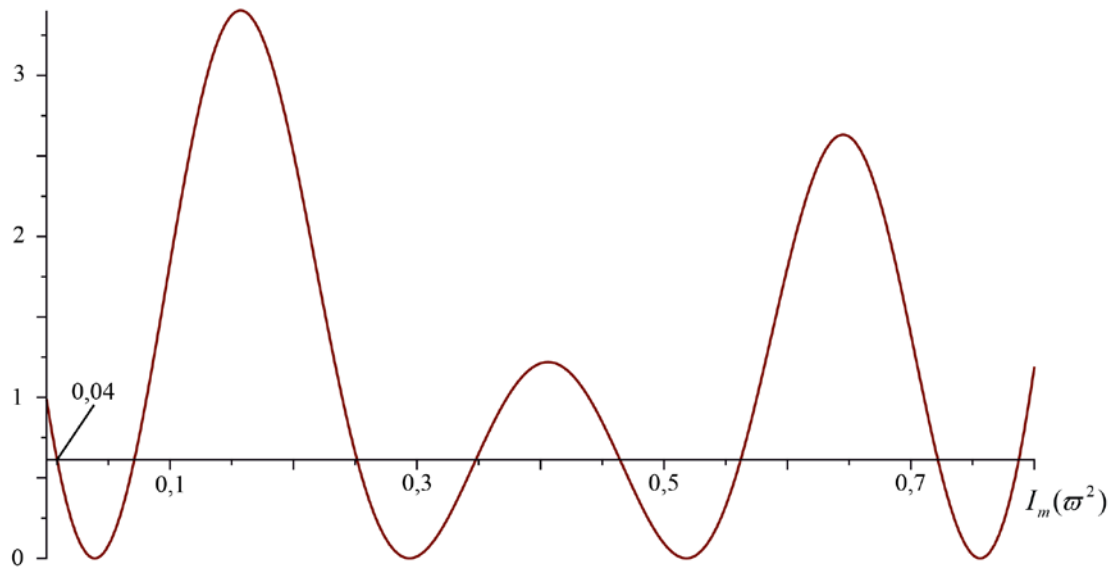


Рис.6. Нули трансцендентного уравнения от мнимой части частоты.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Представлены результаты статических и динамических испытаний образцов без и с демпфирующими лентами. Определены динамические характеристики трехслойных балок. Установлена зависимость изменения коэффициента демпфирования от амплитуды для образцов с и без демпфирующих лент для разных амплитуд.

Для проверки проведенных экспериментальных исследований решается обратная задача по определению логарифмического декремента затухания. Показано, что для определения собственной частоты балки достаточно использовать балку Кирхгофа, для определения коэффициента демпфирования балку Тимошенко.

ЛИТЕРАТУРА

1. Соломатов В.И., Бобрышев А.Н., Химмлер К.Г. *Полимерные композиционные материалы в строительстве*. – М.: Стройиздат, 1988. – 312 с.
2. Wu G., Yang J.-M. *The mechanical behavior of GLARE laminates for aircraft structures* // Jom. – 2005. – Vol.57. – No.1. – Pp.72-79.
3. Jakubczak P., Bienias J., Surowska B. *Interlaminar shear strength of fibre metal laminates after thermal cycles* // Composite Structure. – 2018. – Vol.206. – Pp.876-887.

4. Vogeslang L.B., Volt A. *Development of Fibre Metal Laminates for Advanced Aerospace Materials* // J. of Mater Processing Technol. – 2000. – Vol.103. – Pp.1-5.
5. Bai S.L., Djafari V., Andréani M., François D. *In site study of short-beam shear tests for composite materials* // Composites Science and Technology. – 1995. – Vol.55. – Iss.4. – Pp.343-348.
6. Sinmazçelik T., Avcu E., Bora M. Ö., Çoban O. *A review: Fibre metal laminates, background, bonding types and applied test methods* // Materials and Design. – 2011. – Vol.32. – Iss.7. – Pp.3671-3685.
7. Kotik H.G., Perez-Ipiña J.E. *Short-beam shear fatigue behavior of fiber metal laminate (GLARE)* // Intern. J. of Fatigue. – 2017. – Vol.95. – Pp.236-242.
8. Ганбаров А.Б. *Обоснование и разработка вибродемпфирующего покрытия с упруго-волоконистой структурой: дис. ... канд. техн. наук: 01.04.06.* – Воронеж, 2004. – 130 с.
9. Антипов В.В., Добрянский В.Н., Короленко В.А., Лурье С.А., Серебренникова Н.Ю., Соляев Ю.О. *Оценка эффективных механических характеристик слоистого алюмокомпозитного пластика в условиях одноосного растяжения* // Вестник Московского авиационного института. – 2018. – Т.25, №2. – С.221-229.
10. Carlsson L.A., Adams D.F., Pipes R.B. *Experimental characterization of advanced composite materials.* – CRC press, 2014.
11. Kubit A., Trzepiecinski T., Klonica M., Hebda M., Pytel M. *The influence of temperature gradient thermal shock cycles on the interlaminar shear strength of fibre metal laminate composite determined by the short beam test* // Composites Part B: Engineering. – 2019. – Vol.176. – 107217.
12. Megahed M., Abd El-baky M.A., Alsaedy A.M., Alshorbagy A.E. *An experimental investigation on the effect of incorporation of different nanofillers on the mechanical characterization of fiber metal laminate* // Composites Part B: Engineering. – 2019. – Vol.176. – 107277.
13. Rao S.S. *Mechanical Vibrations.* – Addison-Wesley, MA. – 2019.
14. Григолюк Э.И., Селезов И.Т. *Механика деформируемых твердых тел. Том 5. Неклассические теории колебаний стержней пластин и оболочек. Итоги науки и техники.* – М.: ВИНТИ, 1973. – 272 с.
15. Lydik S.Jacobsen. *Transactions of the ASME* // J. of Applied Mechanics. –1938. – Vol.5. – No.1. – Pp.A1-A6.

REFERENCES

1. Solomatov V.I., Bobryshev A.N., Himmler K.G., Solomatova V.I. *Polimernye kompozitsionnye materialy v stroitel'stve [Polymer composite materials in construction].* Moskva, Strojizdat, 1988, 312 p.
2. Wu G., Yang J.-M. *The mechanical behavior of GLARE laminates for aircraft structures.* Jom, 2005, Vol.57, No.1, Pp.72-79.
3. Jakubczak P., Bienias J., Surowska B. *Interlaminar shear strength of fiber metal laminates after thermal cycles.* Composite Structure, 2018, Vol.206, Pp.876-887.
4. Vogeslang L.B., Volt A. *Development of Fiber Metal Laminates for Advanced Aerospace Materials.* J. of Mater Processing Technol., 2000, Vol.103, Pp.1-5.
5. Bai S.L., Djafari V., Andréani M., François D. *In site study of short-beam shear tests for composite materials.* Composites Science and Technology, 1995, Vol.55, Iss.4, Pp.343-348.

6. Sinmazçelik T., Avcu E., Bora M. Ö., Çoban O. *A review: Fiber metal laminates, background, bonding types and applied test methods*. Materials and Design, 2011, Vol.32, Iss.7, Pp.3671-3685.
7. Kotik H.G., Ipiná J.E.P. *Short-beam shear fatigue behavior of fiber metal laminate (GLARE)*. Int J Fatig 2017; 95:236-42.
8. Ganbarov A.B. *Obosnovanie i razrabotka vibrodempfiruyushhego pokrytiya s uprugovo-voloknistoï strukturoï: dissertatsiya kandidata tekhnicheskikh nauk: 01.04.06 [Substantiation and development of a vibration-damping coating with an elastic-fibrous structure: PhD in Tech. Science: 01.04.06]*. Voronezh, 2004, 130 p.
9. Antipov V.V., Dobryansky V.N., Korolenko V.A., Lurie S.A., Serebrennikova N.Yu., Solyaev Yu.O. *Otsenka ehffektivnykh mekhanicheskikh kharakteristik sloistogo alyumostekloplastika v usloviyakh odnoosnogo rastyazheniya [Evaluation of the effective mechanical characteristics of laminated alumina-glass-reinforced plastic under uniaxial tension]*. Vestnik Moskovskogo aviatsionnogo institute, 2018, Vol.25, No.2, Pp.221-229.
10. Carlsson L.A., Adams D.F., Pipes R.B. *Experimental characterization of advanced composite materials*. CRC press, 2014.
11. Kubit A., Trzepieciniski T., Klonica M., Hebda M., Pytel M. *The influence of temperature gradient thermal shock cycles on the interlaminar shear strength of fiber metal laminate composite determined by the short beam test*. Composites Part B: Engineering, 2019, Vol.176, 107217.
12. Megahed M., Abd Elbaky M.A., Alsaedy A.M., Alshorbagy A.E. *An experimental investigation on the effect of incorporation of different nanofillers on the mechanical characterization of fiber metal laminate*. Composites Part B: Engineering, 2019, Vol.176, 107277.
13. Rao S.S. *Mechanical Vibrations*. Addison-Wesley, MA, 2019.
14. Grigolyuk E.I., Selezov I.T. *Mekhanika deformiruemyykh tverdykh tel. Tom 5. Neklassicheskie teorii kolebanij sterzhnej plastin i obolochek. Itogi nauki i tekhniki [Mechanics of deformable solids. Volume 5. Non-classical theories of oscillations of plates' rods and shells. Itogi Nauki i Tekhniki]*. Moskva, VINITI, 1973, 272 p.
15. Lydik S. *Jacobsen Transactions of the ASME. J. of Applied Mechanics*, 1938, Vol.5, No.1, Pp.A1-A6.

Поступила в редакцию 30 июня 2022 года.

Сведения об авторах:

Рабинский Лев Наумович – д.ф.-м.н., проф., зам.дир., Институт общинженерной подготовки (Институт №9), ФГБОУ ВО «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)», г. Москва, Россия

Бабайцев Арсений Владимирович – доц., н.с., ФГБОУ ВО «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)», г. Москва, Россия

Шестеркин Павел Сергеевич – асп., ФГБОУ ВО «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)», г. Москва, Россия; e-mail: blackshoot.92@mail.ru