

УДК 539.4

DOI 10.33113/mkmk.ras.2021.27.04.511_522.06

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРЯМОГО МАРТЕНСИТНОГО ПРЕВРАЩЕНИЯ В СПЛАВАХ С ПАМЯТЬЮ ФОРМЫ С УЧЕТОМ ИХ РАЗНОПРОТИВЛЯЕМОСТИ*

Саганов Е.Б.

*ФГБУН Институт прикладной механики РАН, г. Москва, Россия
ФГБОУ ВО «Московский авиационный институт (национальный
исследовательский университет)», г. Москва, Россия*

АННОТАЦИЯ

Работа посвящена численному моделированию прямого мартенситного превращения (ПМП) в сплавах с памятью формы (СПФ) с учетом их разнотензионности. Под разнотензионностью понимается зависимость напряженно-деформированного состояния (НДС) этих сплавов от вида напряженного состояния. В качестве параметра вида напряженного состояния используется параметр, связанный с третьим инвариантом девиатора напряжений.

Численное моделирование ПМП выполнено с использованием метода конечных элементов. В качестве модели материала использовалась модель нелинейного деформирования СПФ при фазовых и структурных превращениях.

В ходе работы получена скоростная матрица жесткости, соответствующая процессу охлаждения образца из СПФ через интервал температур ПМП. Полученная в работе скоростная матрица жесткости учитывает переменность упругих моделей СПФ при фазовом переходе и зависимость накапливаемой фазовой деформации в процессе охлаждения от величины действующего напряжения. Процесс охлаждения рассматривается в однократно связанной постановке, с учетом влияния действующего напряжения на величины температур прямого превращения.

Верификация пользовательской модели материала выполнена на основе аналитического решения задачи о бруске из СПФ, находящегося под действием постоянного растягивающего напряжения и претерпевающего охлаждение через интервал температур ПМП.

В рамках работы произведен расчет НДС сферической толстостенной оболочки из СПФ, находящейся под действием постоянного внутреннего или внешнего давления при ее охлаждении через интервал температур ПМП. Установлено, что в процессе охлаждения оболочки как при действии постоянного внутреннего, так и внешнего давления параметр вида напряженного состояния не зависит от радиальной координаты оболочки. В случае действия внутреннего давления параметр вида напряженного состояния соответствует случаю чистого сжатия, при действии внешнего – чистого растяжения.

Ключевые слова: сплавы с памятью формы; прямое мартенситное превращение; разнотензионность; метод конечных элементов

NUMERICAL SIMULATION OF DIRECT MARTENSITE TRANSFORMATION IN SHAPE MEMORY ALLOYS WITH TENSION-COMPRESSION ASSYMETRY

* Работа выполнена при финансовом содействии РФФИ, проект №20-01-00240.

Saganov E.B.

Institute of Applied Mechanics of Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia
Moscow aviation institute (national research university), Moscow, Russia

ABSTRACT

The work is devoted to the numerical simulation of direct martensite transformation (DMT) in shape memory alloys (SMA) taking into account tension-compression asymmetry. Under tension-compression asymmetry is meant the dependence of the stress-strain state of these alloys on the type of stress state. The parameter associated with the third invariant of the stress deviator is used as a parameter of the type of stress state.

Numerical simulation of the DMT is performed using the finite element method. A model of nonlinear deformation of the SMA during phase and structural transformations was used as a material model.

In this work, a velocity stiffness matrix corresponding to the process of cooling a sample from an SMA through the temperature range of the DMT was obtained. The velocity stiffness matrix obtained in this work takes into account the variability of the elastic modules of the SMA during the phase transition and the dependence of the accumulated phase strain during cooling on the magnitude of the acting stress. The cooling process is considered in a coupled formulation, taking into account the effect of the acting stress on the values of the direct transformation temperatures.

The verification of the user material model is carried out based on an analytical solution to the problem of a beam made of an SMA under a constant tension stress and undergoing cooling through the temperature range of the DMT.

In the framework of this work, the calculation of the stress-strain state of a spherical thick-walled SMA shell under the action of constant internal or external pressure during its cooling through the temperatures of the DMT was performed. It was found that during the cooling of the shell under the action of constant internal or external pressure, the stress state parameter does not depend on the radial coordinate of the shell. In the case of the action of internal pressure, the parameter of the type of the stress state corresponds to the case of pure compression, with the action of external pressure, to pure tension.

Keywords: shape memory alloys; direct martensite transformation; tension-compression asymmetry; finite element method

ВВЕДЕНИЕ

Разработка и проектирование конструкций, содержащих СПФ [1] в качестве активного элемента управления [2], требует получения достоверных решений краевых неизотермических задач механики этих сплавов [3]. Получение подобных решений затруднено ввиду необходимости проведения связанного термомеханического анализа поведения СПФ. Кроме этого, НДС конструкции, содержащей СПФ, будет зависеть от вида напряженного состояния, так как данные сплавы являются разносопротивляющимися растяжению-сжатию. Ввиду вышеизложенного аналитические решения могут быть получены только для простейших краевых задач.

Одним из способов устранения отмеченных трудностей является применение метода конечных элементов (МКЭ). Однако такой подход требует создания пользовательских моделей материалов, так как встроенные в коммерческие программные комплексы модели поведения СПФ [4-6] не учитывают зависимость накапливаемых фазовых деформаций от величины

действующего напряжения, нелинейную зависимость температур фазового перехода от действующего напряжения и разнсопротивляемость этих сплавов.

Большинство работ [7-14] по решению неизотермических краевых задач механики СПФ с применением МКЭ не учитывают разнсопротивляемость этих сплавов. Кроме этого, решение неизотермических задач затруднено ввиду необходимости явной записи касательной матрицы жесткости, связанной с переменностью упругих модулей и развитием мартенситных элементов в процессе охлаждения. Решением отмеченной проблемы могут быть подходы численного обращения касательной матрицы податливости [15,16], однако данный метод является неэффективным с точки зрения вычислительных ресурсов.

В работе [17] выполнено обращение соотношений модели нелинейного деформирования СПФ при фазовых и структурных превращениях [18,19]. Это позволяет записать в явном виде касательную матрицу жесткости для случая прямого мартенситного превращения.

В данной работе разработана модель пользовательского материала СПФ, описывающая его поведение при охлаждении через интервал температур ПМП. Верификация полученной модели осуществлена на основе аналитического решения для бруса из СПФ, находящегося под действием одноосного растяжения и претерпевающего охлаждение через интервал температур ПМП. Также решена краевая задача о ПМП в толстостенной сферической оболочке из СПФ, находящейся под действием постоянного внутреннего или внешнего давления. Решение задачи строится в трехмерной по пространству и в однократно связанной термомеханической постановке с учетом разнсопротивляемости СПФ.

1. СИСТЕМА ОПРЕДЕЛЯЮЩИХ СООТНОШЕНИЙ

В работе [17] получены определяющие соотношения модели нелинейного деформирования СПФ при фазовых и структурных превращениях, разрешенные относительно приращений напряжений.

В случае прямого мартенситного превращения, не сопровождающегося структурным переходом, приращение компонент скоростного тензора напряжений принимают следующий вид

$$d\sigma_{ij} = \left[2G(q)d\varepsilon'_{ij} + \frac{K(q)\delta_{ij}d\varepsilon_{kk}}{3} \right] - \left[2G(q)A_{ij}^+ + 3K(q)B\delta_{ij} \right] dq. \quad (1)$$

Здесь $d\varepsilon'_{ij}$ – скоростной девиатор деформаций, δ_{ij} – дельта Кронекера, $d\varepsilon_{kk}$ – утроенный первый инвариант скоростного тензора деформаций, $G(q)$, $K(q)$ – модуль сдвига и утроенный объемный модуль

$$\frac{1}{G(q)} = \frac{q}{G_A} + \frac{1-q}{G_M}, \quad \frac{1}{K(q)} = \frac{q}{K_A} + \frac{1-q}{K_M}, \quad (2)$$

q – параметр фазового состава – объемная доля мартенситной фазы, нижний индекс A соответствует значению модулей в аустенитной фазе, M – в мартенситной.

Приращение параметра фазового состава определяется как приведено ниже

$$dq = M \left[\frac{\sigma_i dt^+ + 3G(q)f_1 \sigma'_{ij} d\varepsilon'_{ij}}{\sigma_i + 3G(q)Mf_5} \right], \quad M = \pi \sqrt{q(1-q)}. \quad (3)$$

Здесь σ'_{ij} , σ_i – девиатор напряжений и его второй инвариант.

$dt^+ = \frac{-dT}{M_s^0 - M_f^0}$, где dT – приращение температуры, M_s^0 , M_f^0 – температуры

начала и окончания прямого мартенситного превращения в отсутствие напряжений

$$f_1 = \frac{\rho_D (\varphi_1 + \sigma_i \varphi'_1) + \Delta G \sigma_i / (3G_A G_M)}{\Delta S (M_s^0 - M_f^0)}, \quad f_3 = \frac{\Delta G \sigma_i^2}{3G_A G_M} + \rho_D \sigma_i \varphi_1, \quad (4)$$

$$f_5 = f_1 f_3,$$

ρ_d – верхняя граница интенсивности фазовых деформаций, ΔS – скачек объемной плотности энтропии при переходе от мартенситной фазы к аустенитной, φ_1 – материальная функция, определяющая форму диаграммы прямого превращения

$$A_{ij}^+ = \sigma'_{ij} \left(\frac{\Delta G}{2G_A G_M} + \frac{3}{2} \frac{\rho_D \varphi_1}{\sigma_i} \right), \quad B = \frac{\Delta K \sigma_{kk}}{3K_A K_M}, \quad \varphi_1 = 1 - \exp(-\sigma_i / \sigma_0), \quad (5)$$

$$\Delta K = K_A - K_M, \quad \Delta G = G_A - G_M.$$

Температура начала фазового перехода при действии напряжений определяются как приведено ниже

$$M_s^\sigma = M_s^0 + \frac{\rho_D \varphi_1 \sigma_i + Z(\sigma_{ij})}{\Delta S}, \quad Z(\sigma_{ij}) = \frac{\sigma_{kk}^2 \Delta K}{6K_A K_M} + \frac{\sigma_i^2 \Delta G}{6G_A G_M}. \quad (6)$$

Для учета разнсопротивляемости СПФ необходимо определить зависимость материальных параметров ρ_d и σ_0 от параметра вида напряженного состояния μ_σ . В работе предполагается линейная зависимость ρ_d и σ_0 от μ_σ . Параметр вида напряженного состояния определяется как приведено ниже [20]

$$\mu_\sigma = \frac{27}{2} \frac{J_3}{\sigma_i^3}. \quad (7)$$

Здесь J_3 – третий инвариант девиатора напряжений. Параметр μ_σ может принимать значения от -1 (чистое сжатие) до 1 (чистое растяжение). Случай, когда $\mu_\sigma = 0$ соответствует чистому сдвигу.

Более сложная модель определяющих соотношений [17], учитывающая возможность протекания структурного перехода, в данной работе не рассматривается.

На основе соотношений (1)-(7) разработана пользовательская модель материала, позволяющая проводить численное моделирование прямого мартенситного превращения в СПФ.

Верификация разработанного модуля выполнена путем сравнения аналитического решения задачи о бруске из СПФ, находящегося под действием постоянного растягивающего напряжения и претерпевающего охлаждение через интервал температур ПМП, с результатами численного моделирования.

Аналитическое решение представляет собой зависимость интенсивности полных деформаций ε_i от величины действующего напряжения и параметра q

$$\varepsilon_i = \frac{\sigma_i}{3G(q)} + \frac{\sigma_i}{3K(q)} + \rho_d \varphi_1 q.$$

Ниже приведено сравнение величины ε_i на момент окончания прямого превращения в зависимости от величины σ_i .

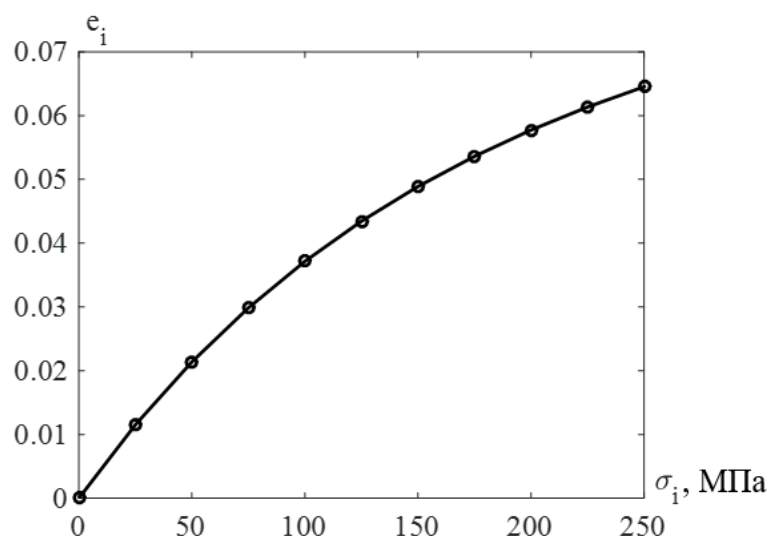


Рис.1.1. Зависимость $\varepsilon_i - \sigma_i$.

На рис.1.1 сплошная линия соответствует аналитическому решению, точки – численному моделированию с применением МКЭ. Как видно из приведенного рисунка результаты имеют хорошую согласованность между собой.

2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ РАЗДАЧИ И ОБЖАТИЯ СФЕРЫ ИЗ СПФ

В ходе работы рассмотрена задача о раздаче или обжатии толстостенной сферической оболочки. Решение задачи ведется в сферической системе координат $r - \theta - \varphi$. Внешний радиус оболочки $b = 10$ мм, внутренний – $a = 5$ мм. Задача рассматривается в трехмерной по пространству постановке с учетом влияния действующих напряжений на характерные температуры фазовых переходов.

В рамках задачи рассматривается следующий термомеханический процесс. В начальный момент времени сфера из СПФ находится в аустенитном фазовом состоянии. Далее к сфере прикладывается внутреннее или внешнее давление, происходит упругое деформирование оболочки. Значение достигнутого давления фиксируется. После следует охлаждение оболочки через интервал температур прямого мартенситного превращения. В результате происходит накопление неупругих фазовых деформаций, а также изменение упругих за счет переменности модуля Юнга при переходе от аустенитной фазы к мартенситной.

Ниже приведена конечно-элементная модель (КЭМ) сферы, выполненная с учетом симметрии задачи. В качестве статических граничных условий выступает величина внутреннего или внешнего давления. Считается, что охлаждение сферы происходит медленно и температура однородно распределена по сечению оболочки. Закрепление КЭМ является статически определимым с учетом симметрии задачи.

На рис.2.1 цифрами отмечены точки замера, перемещения, напряжений, деформаций и внутренних переменных состояния. Точка 1 соответствует внешнему радиусу, 2 – середине сечения, 3 – внутреннему радиусу оболочки.

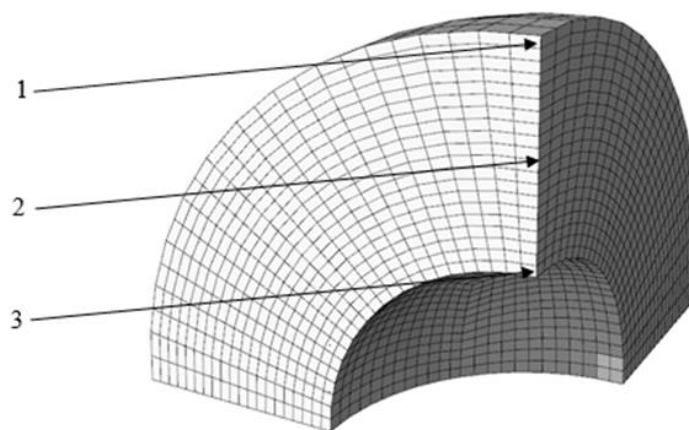


Рис.2.1. КЭМ сферической оболочки.

При численном моделировании использованы следующие значения материальных констант: модуль Юнга асугенитной фазы $E_A = 84000$ МПа, мартенситной – $E_M = 28000$ МПа, коэффициент Пуассона $\nu_A = \nu_M = 0.3$, $\Delta S = 320250$ МПа/К, $M_s^0 = 313$ К, $M_f^0 = 293$ К. Для случая $\mu_\sigma = 1$ (одноосное растяжения): $\rho_d^t = 0.1047$, $\sigma_0^t = 322.6$ МПа, для случая $\mu_\sigma = -1$ (одноосное сжатия): $\rho_d^c = 0.07419$, $\sigma_0^c = 185.7$ МПа [20].

3. РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

Раздача и обжатие оболочки происходит давлением 100 МПа. Температура оболочки снижается с 340 до 293 К.

На рис.3.1 представлены зависимости суммарных перемещений U от величины объемной доли мартенситной фазы q . Верхняя пара кривых соответствует замеру перемещений в точке 3 (внутренний радиус), нижняя в точке 1 (внешний радиус), сплошные линии – случай действия внутреннего давления, штриховые – внешнего.

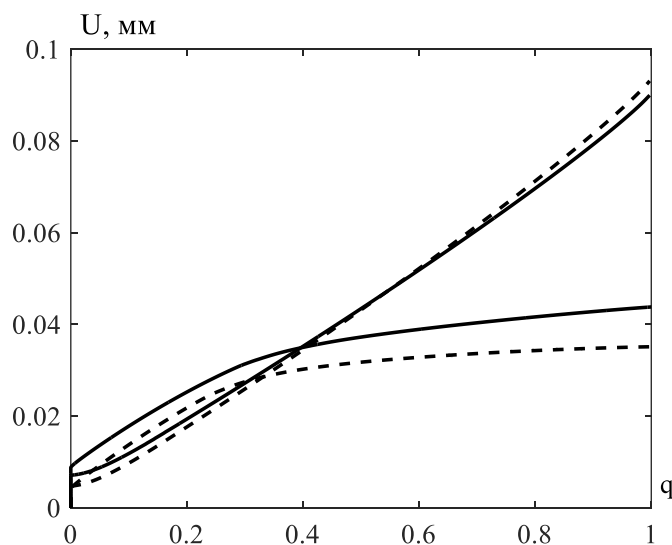


Рис.3.1. Зависимость $q-U$.

Из рис.3.1 следует, что зависимость $q-U$ для реперной точки 3 весьма близка к линейным, для точки 1, напротив является нелинейной. Суммарные перемещения реперной точки 3 больше аналогичных перемещений точки 1 как для случая действия внутреннего, так и внешнего давления.

При решении задачи установлено, что в случае действия внутреннего давления параметр $\mu_\sigma = -1$, при действии внешнего $\mu_\sigma = 1$. Распределение параметра μ_σ по сечению сферы из СПФ является однородным и не зависит от величины действующего напряжения и текущей температуры оболочки.

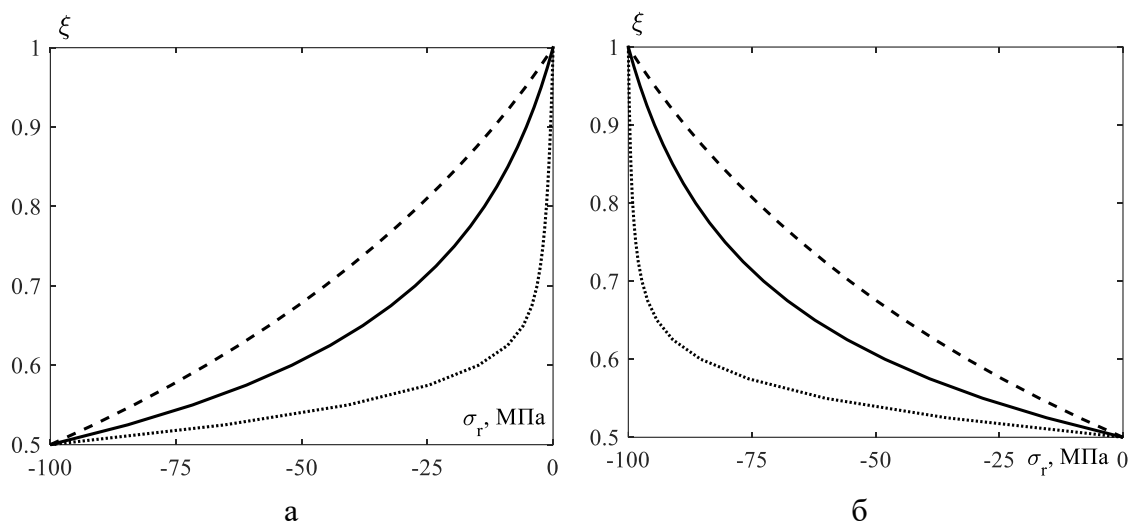


Рис.3.2. Эпюры $\sigma_r - \xi$. а) внутреннее давление; б) внешнее давление.

На рис.3.2а,б приведены эпюры радиальных напряжений σ_r . Здесь $\xi = r/b$ – безразмерный радиус оболочки. Сплошная линия соответствует упругому решению задачи (материал сферы находится в аустенитном фазовом состоянии), штриховая – этапу охлаждения, когда все сечение сферы испытывает фазовый переход, пунктирная – этапу охлаждения, когда все сечение сферы перешло в мартенситную фазу и прямое превращение завершено.

Как видно из приведенных рисунков распределение σ_r по сечению сферы является нелинейным. На момент, когда все сечение оболочки испытывает фазовый переход, наблюдается рост $|\sigma_r|$ в каждой точке сечения сферы при действии внутреннего давления и падение σ_r при действии внешнего давления по сравнению с упругим решением. При окончании фазового перехода отмечается обратная тенденция, падение $|\sigma_r|$ в каждой точке сечения оболочки при действии внутреннего давления и рост при действии внешнего. Следует отметить, что на момент окончания прямого превращения при действии внутреннего давления верхняя половина сечения оболочки испытывает разгрузку, в то время как при действии внешнего величина $|\sigma_r|$ стремится к значению действующего давления.

На рис.3.3а,б представлены эпюры кольцевых напряжений σ_θ . Порядок расположения и обозначения кривых соответствует рис.3.2а,б. Распределение σ_θ по сечению оболочки является нелинейным и меняется в процессе охлаждения сферы из СПФ немонотонно как в случае действия внутреннего, так и внешнего

давления. На момент, когда все сечение сферы испытывает фазовый переход, наблюдается рост $|\sigma_\theta|$ в верхней половине сечения и падение $|\sigma_\theta|$ в нижней. На момент окончания прямого превращения данная тенденция становится обратной. В верхней половине сечения сферы наблюдается падение $|\sigma_\theta|$, а в нижней – резкий рост.

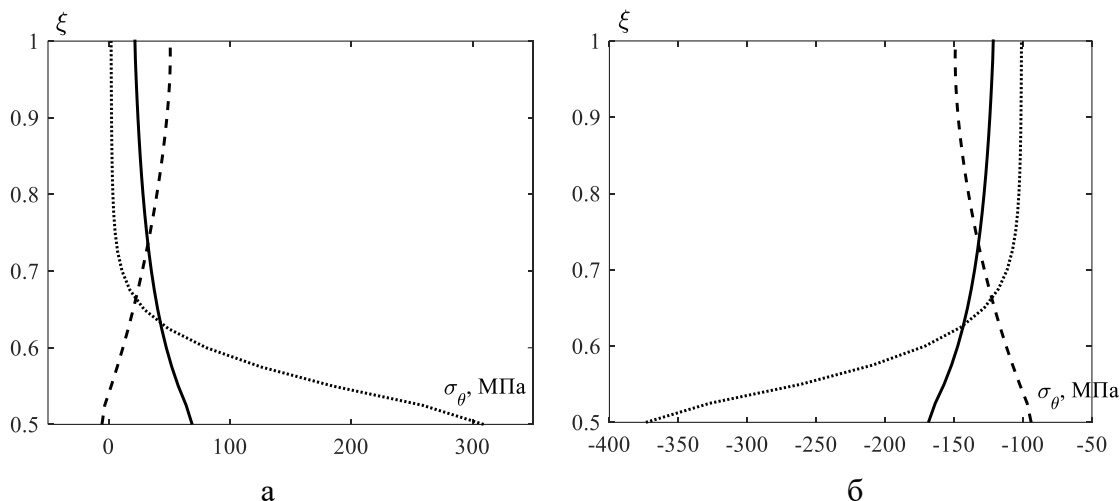


Рис.3.3. Эпюры $\sigma_\theta - \xi$. а) внутреннее давление; б) внешнее давление.

На рис.3.4 представлена зависимость интенсивности напряжений σ_i от величины объемной доли мартенситной фазы q для случая действия внутреннего давления. Сплошная линия соответствует реперной точке 3, штриховая – точке 2, пунктирная – точке 1. Необходимо отметить, что точки $q=0$ соответствуют полностью упругому решению в аустенитном состоянии только для сплошной линии. В случае действия внешнего давления кривые практически совпадают и в данной работе не приводятся.

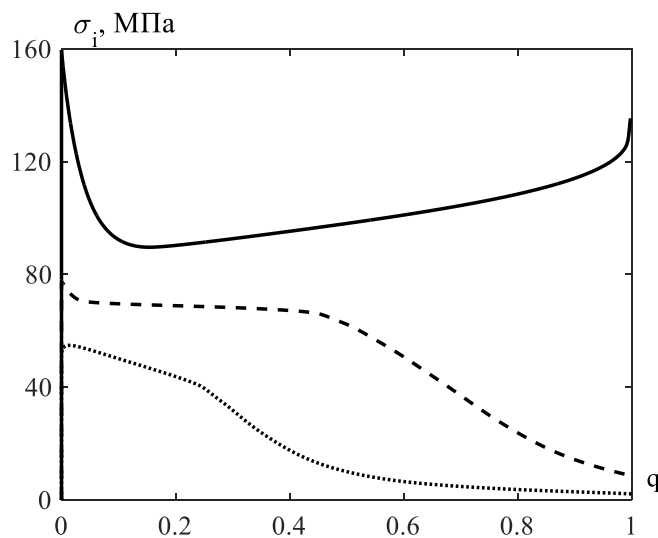


Рис.3.4. Зависимость $\sigma_i - q$. Внутреннее давление.

На основе рис.3.4 можно заключить, что в процессе охлаждения сферы из СПФ σ_i в реперных точках сечения изменяется немонотонно. Кроме этого, в точке 1 наблюдается рост σ_i . На основании этого можно заключить, что при решении краевых задач о прямом превращении в сфере из СПФ, находящейся под действием постоянного внутреннего или внешнего давления, нельзя применять положение об активных процессах пропорционального нагружения и использовать конечные соотношения, связывающие величины σ_i , ε_i , q . Кроме этого, данный класс задач следует рассматривать с учетом возможности протекания структурного перехода.

ВЫВОДЫ

В ходе работы разработана пользовательская модель материала, позволяющая проводить численное моделирование явления прямого мартенситного превращения в СПФ с учетом их разноспротивляемости с применением МКЭ. Выполнена верификация отмеченной модели материала. В рамках работы решена краевая задача о толстостенной сферической оболочке из СПФ, находящейся под действием постоянного внутреннего или внешнего давления и претерпевающей охлаждение через интервал температур прямого мартенситного превращения. Установлено, что в случае действия как внутреннего, так внешнего давлений, параметр вида напряженного состояния имеет однородное распределение по сечению оболочки. В случае действия внутреннего давления параметр вида напряженного состояния соответствует случаю чистого сжатия, при действии внешнего давления – чистого растяжения. В ходе работы установлено, что в процессе охлаждения сферы из СПФ радиальные и кольцевые напряжения перераспределяются, что влечет за собой немонотонное изменение интенсивности напряжений. На основании этого делается вывод о невозможности применения при решении краевых задач о прямом превращении в сфере из СПФ, находящейся под действием постоянного давления, положения об активных процессах пропорционального нагружения. Кроме этого, при решении отмеченного выше класса задач необходимо учитывать возможность протекания структурного перехода.

ЛИТЕРАТУРА

1. Лихачев В.А., Кузьмин С.Л., Каменцева З.П. *Эффект памяти формы*. – Л.: Изд-во Ленингр. ун-та, 1987. – 216 с.
2. Icardi U., Ferrero L. *Preliminary study of and adaptive wing with shape memory alloy torsion actuators* // *Materials and Design*. – 2009. – Vol.30. – No.10. – Pp.4200-4210.
3. Мовчан А.А., Казарина С.А., Машихин А.Е., Мишустин И.В., Саганов Е.Б., Сафронов П.А. *Краевые задачи механики для сплавов с памятью формы* // *Ученые записки Казанского университета*. – 2015. – Т.157. – С.97-110.
4. Boyd J.G., Lagoudas D.C. *A thermodynamical constitutive model for shape memory materials. Part I. The monolithic shape memory alloy* // *Intern. J. of Plasticity*. – 1996. – Vol.12. – No.6. – Pp.805-842.
5. Brinson L.C. *One-dimensional constitutive behavior of shape memory alloys: thermomechanical derivation with non-constant material functions and redefined*

- martensite internal variable* // J. of Intelligent Material Systems and Structures. – 1993. – Vol.4. – No.2. – Pp.229-242.
6. Arghavani J., Auricchio F., Naghdabadi R., Relai A., Sohrabpour S. *A 3-D phenomenological constitutive model for shape memory alloys under multiaxial loadings* // Intern. J. of Plasticity. – 2010. – Vol.26. – No.7. – Pp.976-991.
 7. Fernandes R., Boyd J., Lagoudas D., El-Borgi S. *Two-dimensional finite element analysis of frictional sliding between a rigid cylinder and a shape memory alloy half-space* // Mechanics of Materials. – 2020. – Vol.143. – Pp.1-18.
 8. Young S-Y., Nam T-H. *Finite element calculation of B2-B19 transformation of TiNiCu shape memory alloy* // J. of Alloys and Compounds. – 2013. – Vol.577. – Pp.115-118.
 9. Christ D., Reese S. *Finite-element modeling of shape memory alloy – A comparison between small-strain and large-strain formulations* // Materials Science and Engineering. – 2008. – Vol.481. – Pp.343-346.
 10. Stebner A., Brinson L. *Explicit finite element implementation of an improved three dimensional constitutive model for shape memory alloys* // Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering. – 2013. – Vol.257. – Pp.17-35.
 11. Armattoe K., Haboussi M., Zineb T. *A 2D finite element based on a nonlocal constitutive model describing localization and propagation of phase transformation in shape memory alloy thin structures* // Intern. J. of Solids and Structures. – 2014. – Vol.51. – Pp.1208-1220.
 12. Terriault P., Viens F., Brailovski V. *Non-isothermal finite element modeling of a shape memory alloy actuator using ANSYS* // Computational Materials Science. – 2006. – Vol.36. – Pp.397-410.
 13. Xu L., Solomou A., Baxevanis T., Lagoudas D. *Finite strain constitutive modeling for shape memory alloys considering transformation-induced plasticity and two-way shape memory effect* // Intern. J. of Solids and Structures. – 2021. – Vol.221 – Pp.42-59.
 14. Nushtaev D.V., Zhavoronok S.I. *Dynamics of martensite phase transitions in shape memory beams under buckling and postbuckling conditions* // IFAC. – 2018. – Vol.51. – No.2. – Pp.873-878.
 15. Nushtaev D.V., Zhavoronok S.I. *Abnormal buckling of thin-walled bodies with shape memory effects under thermally induced phase transitions* / In: Recent Developments in the Theory of Shells. Advanced Structured Materials. – Berlin: Springer, 2019. – Vol.110. – Pp.227-250.
 16. Мовчан А.А. *Определяющие соотношения модели нелинейного деформирования сплавов с памятью формы, разрешенные относительно приращений напряжений* // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2021. – Т.27. – №3. – С.343-359.
 17. Мовчан А.А., Сильченко Л.Г., Сильченко Т.Л. *Учет явления мартенситной неупругости при обратном фазовом превращении в сплавах с памятью формы* // Известия РАН. Механика твердого тела. – 2011. – №2. – С.44-56.
 18. Мовчан А.А., Казарина С.А. *Материалы с памятью формы как объект механики деформируемого твердого тела: экспериментальные исследования, определяющие соотношения, решение краевых задач* // Физическая мезомеханика. – 2012. – Т.15. – №1. – С.105-116.
 19. Lexcellent Ch., Boubakar M., Bouvet Ch., Calloch S. *About modeling the shape memory alloy behavior based on the phase transformation surface identification*

under proportional loading and anisothermal conditions // Intern. J. of Solids and Structures. – 2006. – Vol.43. – Pp.613-626.

20. Мовчан А.А., Казарина С.А., Сильченко А.Л. *Экспериментальная идентификация модели нелинейного деформирования сплавов с памятью формы при фазовых и структурных превращениях // Деформация и разрушение материалов. – 2018. – №12. – С.2-11.*

REFERENCES

1. Likhachev V.A., Kuz'min S.L., Kamentseva Z.P. *Ehffekt pamyati formy [Shape memory effect].* Leningrad, Izdatel'stvo Leningradskogo universiteta, 1987, 216 p.
2. Icardi U., Ferrero L. *Preliminary study of and adaptive wing with shape memory alloy torsion actuators.* Materials and Design, 2009, Vol.30, No.10, Pp.4200-4210.
3. Movchan A.A., Kazarina S.A., Mashihin A.E., Mishustin I.V., Saganov E.B., Safronov P.A. *Kraevye zadachi mekhaniki dlya splavov s pamyat'yu formy [Boundary-value problems of mechanics of shape memory alloy].* Uchenye zapiski Kazanskogo universiteta, 2015, Vol.157, Pp.97-110.
4. Boyd J.G., Lagoudas D.C. *A thermodynamical constitutive model for shape memory materials. Part I. The monolithic shape memory alloy.* Intern. J. of Plasticity, 1996, Vol.12, No.6, Pp.805-842.
5. Brinson L.C. *One-dimensional constitutive behavior of shape memory alloys: thermomechanical derivation with non-constant material functions and redefined martensite internal variable.* J. of Intelligent Material Systems and Structures, 1993, Vol.4, No.2, Pp.229-242.
6. Arghavani J., Auricchio F., Naghdabadi R., Relai A., Sohrabpour S. *A 3-D phenomenological constitutive model for shape memory alloys under multiaxial loadings.* Intern. J. of Plasticity, 2010, Vol.26, No.7, Pp.976-991.
7. Fernandes R., Boyd J., Lagoudas D., El-Borgi S. *Two-dimensional finite element analysis of frictional sliding between a rigid cylinder and a shape memory alloy half-space.* Mechanics of Materials, 2020, Vol.143, Pp.1-18.
8. Young S-Y., Nam T-H. *Finite element calculation of B2-B19 transformation of TiNiCu shape memory alloy.* J. of Alloys and Compounds, 2013, Vol.577, Pp.115-118.
9. Christ D., Reese S. *Finite-element modeling of shape memory alloy – A comparison between small-strain and large-strain formulations.* Materials Science and Engineering, 2008, Vol.481, Pp.343-346.
10. Stebner A., Brinson L. *Explicit finite element implementation of an improved three dimensional constitutive model for shape memory alloys.* Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2013, Vol.257, Pp.17-35.
11. Armattoe K., Haboussi M., Zineb T. *A 2D finite element based on a nonlocal constitutive model describing localization and propagation of phase transformation in shape memory alloy thin structures.* Intern. J. of Solids and Structures, 2014, Vol.51, Pp.1208-1220.
12. Terriault P., Viens F., Brailovski V. *Non-isothermal finite element modeling of a shape memory alloy actuator using ANSYS.* Computational Materials Science, 2006, Vol.36, Pp.397-410.
13. Xu L., Solomou A., Baxevanis T., Lagoudas D. *Finite strain constitutive modeling for shape memory alloys considering transformation-induced plasticity and two-*

- way shape memory effect. Intern. J. of Solids and Structures, 2021, Vol.221, Pp.42-59.
14. Nushtaev D.V., Zhavoronok S.I. *Dynamics of martensite phase transitions in shape memory beams under buckling and postbuckling conditions*. IFAC, 2018, Vol.51, No.2, Pp.873-878.
 15. Nushtaev D.V., Zhavoronok S.I. *Abnormal buckling of thin-walled bodies with shape memory effects under thermally induced phase transitions*. In: Recent Developments in the Theory of Shells. Advanced Structured Materials. Berlin, Springer, 2019, Vol.110, Pp.227-250.
 16. Movchan A.A. *Opredelyayushhie sootnosheniya modeli nelinejnogo deformirovaniya splavov s pamyat'yu formy, razreshennye otnositel'no prirashhenij napryazhenij [Constitutive relations of the model of nonlinear deformation of shape memory alloys, resolved with respect to stress increments]*. Mekhanika kompozitsionnykh materialov i konstruksii, 2021, Vol.27, No.3, Pp.343-359.
 17. Movchan A.A., Sil'chenko L.G., Sil'chenko T.L. *Taking into account of the martensite inelasticity in reverse phase transformation in shape memory alloys*. Mechanics of Solids, 2011, Vol.46, No.2, Pp.194-203.
 18. Movchan A.A., Kazarina S.A. *Shape memory materials as an object of solid state mechanics: experimental study, constitutive relations, solution of boundary value problems*. Physical Mesomechanics, 2012, Vol.15, No.3-4, Pp.214-223.
 19. Lexcellent Ch., Boubakar M., Bouvet Ch., Calloch S. *About modeling the shape memory alloy behavior based on the phase transformation surface identification under proportional loading and anisothermal conditions*. Intern. J. of Solids and Structures, 2006, Vol.43, Pp.613-626.
 20. Movchan A.A., Kazarina S.A., Sil'chenko A.L. *Ehksperimental'naya identifikatsiya modeli nelinejnogo deformirovaniya splavov s pamyat'yu formy pri fazovykh i strukturnykh prevrashheniyakh [Experimental identification of the model of nonlinear deformation of shape memory alloys during phase and structural transformations]*. Deformatsiya i razrushenie materialov, 2018, No.12, Pp.2-11.

Поступила в редакцию 03 сентября 2021 года.

Сведения об авторе:

Саганов Евгений Борисович – к.т.н., инж., ФГБОУ ВО «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)», г. Москва, Россия, e-mail: saganoff@yandex.ru