

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ УПРУГИХ ПОСТОЯННЫХ ПЕРИОДИЧЕСКИХ СЕТЧАТЫХ КОМПОЗИТНЫХ СТРУКТУР

Федоров Л.В.

*АО «ВПК «НПО Машиностроения», г. Реутов, Россия*

### АННОТАЦИЯ

В настоящее время в ракетной и космической технике находят широкое применение сетчатые композитные пластины и оболочки, образованные системой ребер. Такие конструкции, изготовленные из современных материалов, обеспечивают высокую весовую эффективность. В статье рассматривается один из вариантов получения осредненных упругих характеристик сетчатых композитных конструкций, обладающих регулярной периодической структурой. Если на поверхности оболочки или пластины, образованной системой ребер, имеется периодически повторяющийся элемент, транслируя который можно получить всю поверхность, то возможно заменить реальную дискретную структуру некоторой условной гладкой с приведенными упругими характеристиками. Такая замена является особенно актуальной при проведении расчетов на стадии проектирования. В работе для получения упругих постоянных сетчатых структур используется теорема Гельмгольца, с помощью которой в упругом теле связываются перемещения близких точек. Потенциальную энергию деформации ячейки периодичности можно выразить через энергию составляющих ее ребер. Энергию деформации самих ребер можно записать через кинематические факторы на концах ребер. С помощью теоремы Гельмгольца перемещения на краях ребер можно связать с перемещениями и деформациями сплошной среды. Представляя энергию деформации исходной системы ребер как сумму энергий всех ячеек, можно в итоге получить выражение для удельной потенциальной энергии деформации сплошной среды. Далее, используя теорему Кастильяно, можно найти выражения для связи между усилиями и деформациями такой среды. Полученные физические соотношения позволяют далее получить выражения для силовых факторов непосредственно в ребрах. В работе рассмотрены структуры, состоящие из нескольких систем ребер.

**Ключевые слова:** сетчатые композитные конструкции; упругие характеристики

## ELASTIC STIFFNESS COEFFICIENTS OF REGULAR GRID COMPOSITE STRUCTURES

Fedorov L. V.

*JSC «MIC «NPO Mashinostroyeniya», Reutov, Russia*

### ABSTRACT

Composite lattice plates and shells consisting of system of unidirectional ribs and fabricated by filament winding are characterized with high weight efficiency and are used in aerospace structures. The paper concerns with a possible approach to obtain the efficient stiffness characteristics of lattice structures with a dense and periodic system of ribs. In case the lattice structure is formed by ribs forming periodic system of elementary cells translating which we can describe the whole structure, the real structure can be simulated with a smooth structure

characterized by efficient stiffness characteristics. This simulation is of a special interest for the problems of design of lattice structures. The approach proposed in the paper is based on the Helmholtz theorem which allows us to link the displacements of the adjacent points in a solid. Applying this approach, the strain energy can be expressed first in terms of the cell energy and then through the displacements of the end cross-sections of the ribs in the cell and finally through the displacements and strains in the solid element simulating the cell. The strain energy of the lattice structure can be then obtained summing up the energies of the cells. Constitutive equations including efficient stiffness coefficients are derived with the aid of the Castigliano theorem. These equations allow us to determine the forces and the moments acting in the ribs. Lattice structures formed by several systems of ribs with different orientations are considered and analyzed.

**Keywords:** composite lattice structures; efficient elastic characteristics

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Сетчатые конструкции могут изготавливаться как из традиционных металлических материалов, так и из современных композитов [1-3]. Использование этих конструкций позволяет получить высокую прочность и жесткость при хорошей весовой эффективности. Характерной особенностью конструкций с регулярной системой подкрепления является наличие периодически повторяющейся структуры – элементарной ячейки, которая в общем случае может состоять из ребер различных семейств. Это позволяет заменить дискретную систему ребер на некоторую условно сплошную среду с соответствующими характеристиками. Такая замена является особенно актуальной при задачах проектирования. В настоящей работе представлен подход, который позволяет получить усредненные упругие характеристики для достаточно общего случая расположения периодических подкрепляющих элементов.

## 2. ОСНОВНЫЕ СООТНОШЕНИЯ

Рассматривается структура, образованная семейством ребер (далее спиральных), уложенных под углами  $\pm\varphi$  на расстоянии  $a$  друг от друга, и семейством кольцевых ребер, показанных на рис. 1.

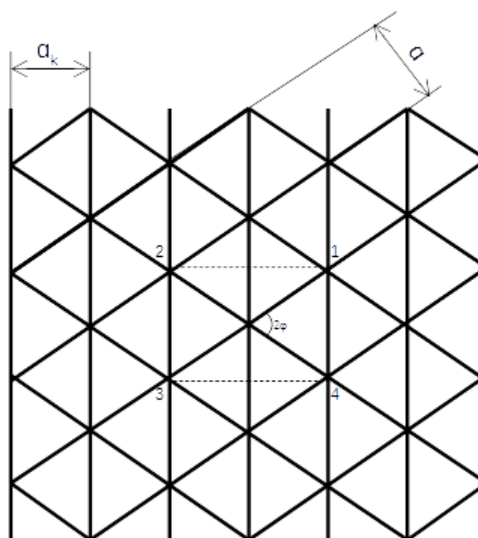


Рис. 1.

Жесткости на растяжение-сжатие и изгиб спиральных ребер равны  $EF$  и  $EJ$ . Соответственно, для кольцевых ребер  $(EF)_k$  и  $(EJ)_k$ . Можно заметить, что в такой структуре присутствует повторяющийся элемент – элементарная ячейка 1-2-3-4, транслируя которую в двух направлениях можно получить всю конструкцию. На рис.2 представлены основные геометрические параметры ячейки.

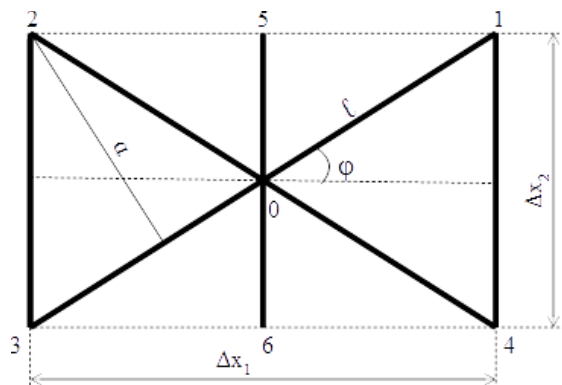


Рис.2.

Следует отметить, что для ребер 1-4 и 2-3 ячейке принадлежат половины от жесткостей кольцевых ребер, т.е.  $(EF)_k/2$  и  $(EJ)_k/2$  соответственно. Из рис.2 видно, что расстояние между кольцевыми ребрами  $a_k$  связано с длиной спирального ребра в ячейке  $l$  и углом  $\varphi$  соотношением  $a_k = l \cos \varphi$ .

Явные выражения для упругих постоянных структуры можно установить на основе равенства полной потенциальной энергии деформации реальной конструкции, состоящей из системы ребер, и ее континуального аналога. Полная потенциальная энергия деформации  $U$  может быть представлена в виде суммы энергий для отдельных элементарных ячеек  $U_n$

$$U = \sum U_n. \quad (2.1)$$

Энергию деформации одной ячейки можно представить в виде суммы энергий составляющих ее ребер  $U_{pi}$ , которая без учета сдвига записывается в виде

$$U_n = \sum_i U_{pi} = \frac{1}{2} \sum_i \left[ (EFl)_i \varepsilon_{pi}^2 + (EJ)_i \int_0^{l_i} \kappa_{pi}^2 dx'_1 \right]. \quad (2.2)$$

Здесь  $l_i$ ,  $F_i$ ,  $J_i$  – длина, площадь и момент инерции ребра;  $\varepsilon_{pi}$ ,  $\kappa_{pi}$  – деформации ребра при растяжении-сжатии и изгибе;  $E_i$  – модуль упругости;  $x'_1, x'_2$  – оси системы координат, связанной с ребром.

Если в выражении для энергии ячейки деформации ребер выразить через деформации сплошной среды, то представляется возможным установить физические соотношения непосредственно для континуальной модели. В силу малого размера элементарной ячейки полную потенциальную энергию деформации (2.1) можно представить в виде суммы

$$U = \sum \frac{U_n}{\Delta x_1 \Delta x_2} \Delta x_1 \Delta x_2 = \sum \frac{U_n}{2al} \Delta x_1 \Delta x_2 \quad (2.3)$$

и принять, что удельная потенциальная энергия деформации имеет вид

$$w = \frac{U_n}{2al}. \tag{2.4}$$

Если рассмотреть одно из ребер, например 0-1 (рис.3), то каждый из узлов 0 и 1 в результате деформации перемещается вдоль осей  $x'_i$  и поворачивается на углы  $\alpha_0$  и  $\alpha_1$ .

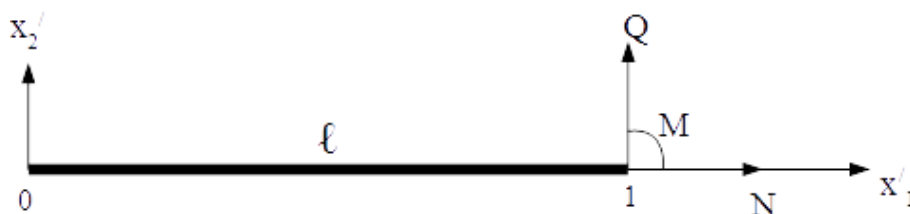


Рис.3.

Такую же деформацию можно получить при изгибе и растяжении балки длиной  $l$  со следующими граничными условиями. В начальном сечении балки (узел 0) отсутствуют продольные и поперечные перемещения и угол поворота равен  $\alpha_0$ . На противоположном конце (узел 1) перемещения равны  $u'_{i1} = u'_{i1} - u'_{i0}$ , а угол поворота равен  $\alpha_1$ . Используя теорию изгиба балок, можно рассмотреть вспомогательную задачу деформирования балки при действии продольной силы  $N$ , поперечной силы  $Q$  и изгибающего момента  $M$ , приложенных на конце  $x_1 = l$ . В начальном сечении балки отсутствуют продольные  $u(x)$  и поперечные смещения  $v(x)$ , а угол поворота равен  $\alpha_0$ . Для такой балки имеются известные выражения для смещений и углов поворота

$$\begin{aligned} u(x) &= \frac{Nx}{EF}, \\ v(x) &= \frac{M + Ql}{2EJ}x^2 - \frac{Qx^3}{6EJ} + \alpha_0x, \\ \alpha(x) &= \frac{M + Ql}{EJ}x - \frac{Qx^2}{2EJ} + \alpha_0. \end{aligned} \tag{2.5}$$

Из полученных соотношений можно определить кинематические факторы на конце  $x_1 = l$

$$\begin{aligned} u_l &= \frac{Nl}{EF}, \\ v_l &= \frac{Ml^2}{2EJ} + \frac{Ql^3}{3EJ} + \alpha_0l, \\ \alpha_l &= \frac{Ml}{EJ} + \frac{Ql^2}{2EJ} + \alpha_0 \end{aligned} \tag{2.6}$$

и разрешить их относительно усилий и момента, т.е.

$$\begin{aligned} N &= EF \frac{u_l}{l}, \\ Q &= \frac{6EJ}{l^2} \left[ 2 \frac{v_l - \alpha_0l}{l} - (\alpha_l - \alpha_0) \right], \end{aligned} \tag{2.7}$$

$$M = \frac{2EJ}{l} \left[ -3 \frac{v_l - \alpha_0 l}{l} + 2(\alpha_l - \alpha_0) \right]$$

По известным силовым факторам можно определить продольную деформацию и деформацию при изгибе

$$\begin{aligned} \varepsilon_p &= u' = \frac{N}{EF} = \frac{u_l}{l}, \\ \kappa_p &= v'' = \frac{M + Ql}{EJ} - \frac{Qx}{EJ} = \\ &= \frac{12}{l^2} \left[ \frac{v_l - \alpha_0 l}{2} + \frac{\alpha_l - \alpha_0}{6} l - \frac{x}{l} \left( v_l - \alpha_0 l - \frac{l}{2} (\alpha_l - \alpha_0) \right) \right]. \end{aligned} \quad (2.8)$$

С помощью соотношений (2.8) можно выразить потенциальную энергию деформации балки (ребра) через кинематические факторы на ее концах. В результате получим

$$\begin{aligned} U_p &= \frac{EF}{2} \varepsilon_p^2 + \frac{EJ}{2} \int_0^l \kappa_p^2 dx = \frac{EFl}{2} \left( \frac{u_l}{l} \right)^2 + \\ &+ 6EJ \left[ \frac{1}{l} \left( \frac{v_l - \alpha_0 l}{l} \right)^2 + \frac{l}{3} \left( \frac{\alpha_l - \alpha_0}{l} \right)^2 - \frac{v_l - \alpha_0 l}{l} \frac{\alpha_l - \alpha_0}{l} \right]. \end{aligned} \quad (2.9)$$

Для континуальной модели разницу между перемещениями и углами поворота на краях балки можно связать с деформациями сплошной среды с помощью теоремы Гельмгольца [4], связывающей перемещения близких точек. Согласно этой теореме, в системе координат  $x'_i$  имеем

$$\Delta u'_i = e'_{ij} \Delta x'_j + \omega'_{ij} \Delta x'_j = e'_{ij} \Delta x'_j - \varepsilon_{ij3} \varphi_3 \Delta x'_j. \quad (2.10)$$

Здесь  $e'_{ij} = (u'_i + u'_j)/2$  – тензор деформации в системе координат  $x'_i$ , связанной с ребром,  $\omega'_{ij} = (u'_i - u'_j)/2 = \varepsilon_{ij3} \varphi_3$  – тензор вращения, который можно выразить через угол поворота  $\varphi_3$  вокруг оси  $x'_3$ .

Применительно к ребру 0-1  $\Delta x'_1 = l$  и  $\Delta x'_2 = 0$ , тогда

$$\Delta u'_1 = u_l = e'_{11} l, \quad \Delta u'_2 = v_l = e'_{12} l + \varphi_3 l. \quad (2.11)$$

Переходя от системы координат  $x'_i$ , связанной с ребром к системе  $x_i$  и с учетом тензорного закона преобразования  $e'_{ij}$  можно окончательно получить выражения для смещений (2.11), выраженные через деформации среды

$$\begin{aligned} \Delta u'_1 / l = u_l / l = e'_{11} &= e_{11} \cos^2 \varphi + e_{22} \sin^2 \varphi + e_{12} \sin \varphi \cos \varphi, \\ \Delta u'_2 / l - \varphi_3 = v_l / l - \alpha_0 &= e'_{12} = (e_{22} - e_{11}) \sin \varphi \cos \varphi + e_{12} \cos 2\varphi / 2. \end{aligned} \quad (2.12)$$

В выражениях (2.12) для тензора деформации  $e_{ij}$  в координатах  $x_i$  используются «технические» компоненты, т.е.  $e_{ij} = u_{i,j} + u_{j,i}$ . Перед подстановкой равенств (2.12) в выражение для энергии (2.9) следует отметить, что в классической модели сплошной среды отсутствует кинематическая переменная, которой можно сопоставить угол поворота  $\alpha$  в ребре. Это связано с тем, что в классической модели сплошной среды присутствуют только перемещения. Поэтому далее в выражении (2.9) вклад в энергию деформации от двух последних

слагаемых не учитывается и выражение для энергии деформации ребра примет вид

$$U_p = \frac{EFl}{2} \left( \frac{u_l}{l} \right)^2 + \frac{6EJ}{l} \left( \frac{v_l}{l} - \alpha_0 \right)^2. \quad (2.13)$$

Можно учитывать все слагаемые в равенстве (2.9), но при этом необходимо использовать более сложную модель сплошной среды, в которой присутствуют в качестве независимых кинематических факторов не только перемещения, но и углы поворота. В работе [5] была предпринята такая попытка и были получены необходимые соотношения для описания структуры, состоящей из ребер, уложенных под углом  $\pm\varphi$ . Однако полученные уравнения имеют более высокий порядок чем уравнения классической теории пластин и не вполне применимы для практических расчетов ввиду их сложности.

Приближенное выражение для энергии (2.13) приводит к некоторым ограничениям. Однако как будет показано ниже, они не являются существенными.

С учетом равенства (2.13) выражение (2.4) для удельной потенциальной энергии деформации принимает вид

$$w = \frac{1}{al} \sum \left[ \frac{E_i F_i l_i}{4} \left( \frac{u_{il}}{l_i} \right)^2 + \frac{3E_i J_i}{l_i} \left( \frac{v_{il}}{l_i} - \alpha_0 \right)^2 \right]. \quad (2.14)$$

Здесь суммирование производится по всем ребрам в элементарной ячейке. С помощью выражений (2.12) можно найти выражение для удельной потенциальной энергии деформации  $w$  как функцию от тензора деформации  $e_{ij}$  и далее по формулам Грина

$$N_{ij} = \partial w / \partial e_{ij} \quad (2.15)$$

найти физические соотношения между усилиями  $N_{ij}$  с деформациями  $e_{ij}$ .

На первом этапе можно провести выкладки только для системы ребер, расположенных под углами  $\pm\varphi$ , т.е. ограничиться рассмотрением только ребер 0-1, 0-2, 0-3, 0-4. Для этих ребер  $l_i = l$ ,  $E_i F_i = EF$ ,  $E_i J_i = EJ$ . Используя выражение (2.12) с учетом расположения ребер под углами  $\pm\varphi$  и  $\pi \pm \varphi$  для слагаемых в (2.14) получаются следующие выражения

$$\begin{aligned} \sum (u_{il}/l_i)^2 &= 4(e_{11} \cos^2 \varphi + e_{22} \sin^2 \varphi)^2 + 4e_{12}^2 \sin^2 \varphi \cos^2 \varphi, \\ \sum (v_{il}/l_i - \alpha_0)^2 &= 4 \sin^2 \varphi \cos^2 \varphi (e_{22} - e_{11})^2 + e_{12}^2 \cos^2 2\varphi. \end{aligned} \quad (2.16)$$

На основании равенств (2.16) выражение (2.14) примет вид

$$\begin{aligned} w &= EF \left[ (e_{11} \cos^2 \varphi + e_{22} \sin^2 \varphi)^2 + e_{12}^2 \sin^2 \varphi \cos^2 \varphi \right] / a + \\ &+ 3EJ \left[ 4 \sin^2 \varphi \cos^2 \varphi (e_{22} - e_{11})^2 + e_{12}^2 \cos^2 2\varphi \right] / a. \end{aligned} \quad (2.17)$$

Окончательно для физических соотношений (2.15) получаются следующие выражения

$$\begin{aligned} N_{11} &= \partial w / \partial e_{11} = a_{11} e_{11} + a_{12} e_{22}, \\ N_{22} &= \partial w / \partial e_{22} = a_{12} e_{11} + a_{22} e_{22}, \\ N_{12} &= \partial w / \partial e_{12} = a_{33} e_{12}, \end{aligned} \quad (2.18)$$

где

$$\begin{aligned}
a_{11} &= 2EF \cos^4 \varphi (1 + \beta \operatorname{tg}^2 \varphi) / a, \\
a_{12} &= 2EF \sin^2 \varphi \cos^2 \varphi (1 - \beta) / a, \\
a_{22} &= 2EF \sin^4 \varphi (1 + \beta \operatorname{ctg}^2 \varphi) / a, \\
a_{33} &= 2EF \sin^2 \varphi \cos^2 \varphi (1 + \beta \operatorname{ctg}^2 2\varphi) / a, \\
\beta &= 12EJ / (l^2 EF).
\end{aligned} \tag{2.19}$$

Разрешая соотношения (2.18) относительно деформаций, можно определить упругие характеристики условно сплошной среды, состоящей из системы ребер высотой  $h$ , уложенных под углами  $\pm\varphi$

$$\begin{aligned}
hE_x &= \frac{2EF}{a} \frac{\beta \operatorname{ctg}^2 \varphi}{1 + \beta \operatorname{ctg}^2 \varphi}, \\
hE_y &= \frac{2EF}{a} \frac{\beta \operatorname{tg}^2 \varphi}{1 + \beta \operatorname{tg}^2 \varphi}, \\
hG_{xy} &= a_{33}.
\end{aligned} \tag{2.20}$$

Возвращаясь к оценке замены выражения для энергии (2.9) его приближением (2.13) следует отметить следующее. Физические соотношения для усилий  $N_{ij}$  можно получить и в результате применения более сложной модели сплошной среды [5]. При использовании такой модели в формуле для энергии (2.9) будут учитываться все слагаемые. Получившиеся физические соотношения для усилий  $N_{11}$  и  $N_{22}$  вместе с соответствующими упругими постоянными  $a_{11}$ ,  $a_{22}$ ,  $a_{12}$  будут такими же, как и в выражениях (2.18) и (2.19). Различие будет только для усилия  $N_{12}$  и коэффициента  $a_{33}$ . Отсюда можно сделать вывод, что использование приближенного выражения (2.13) не приводит к существенным погрешностям и является оправданным.

Из соотношений (2.20) следует, что для структуры, образованной только из ребер, уложенных под углами  $\pm\varphi$ , влияние изгиба ребер (параметр  $\beta$ ) следует учитывать только при определении продольного и поперечного модулей упругости. Для модуля сдвига малым параметром  $\beta$  можно пренебречь. Аналогичные результаты были получены в работе [6], где для вывода соотношений (2.18)-(2.19) использовался другой способ, также основанный на классической модели сплошной среды.

Выражая из физических соотношений (2.18)-(2.19) деформации  $e_{ij}$  и подставляя их в соотношения (2.12) и (2.7) можно определить усилия и момент в ребрах

$$\begin{aligned}
N &= \frac{a}{2} \left[ N_{11} + N_{22} + \frac{N_{12}}{\sin \varphi \cos \varphi} (1 + \beta \operatorname{ctg}^2 2\varphi)^{-1} \right], \\
Q &= \frac{a}{2} \left[ -\operatorname{tg} \varphi N_{11} + \operatorname{ctg} \varphi N_{22} + \frac{2 \cos 2\varphi}{\sin^2 2\varphi} \frac{\beta}{1 + \beta \operatorname{ctg}^2 2\varphi} N_{12} \right], \\
M &= \frac{a^2}{8} \left[ -\frac{N_{11}}{\cos^2 \varphi} + \frac{N_{22}}{\sin^2 \varphi} + \frac{2 \cos 2\varphi}{\sin^2 2\varphi} \frac{\beta}{1 + \beta \operatorname{ctg}^2 2\varphi} N_{12} \right].
\end{aligned} \tag{2.21}$$

С помощью изложенного подхода можно учесть и остальные ребра в элементарной ячейке. При этом, как уже отмечалось, надо учитывать, что ребра 1-4 и 2-3 имеют жесткости  $(EF)_k/2$  и  $(EJ)_k/2$ . Жесткости ребер 0-5 и 0-6, соответственно равны  $(EF)_k$  и  $(EJ)_k$ . Для ребра 1-4 выражение (2.14) имеет вид

$$w_{14} = \frac{1}{al} \left[ \frac{(EF)_k l_{14}}{8} \left( \frac{u_l}{l_{14}} \right)^2 + \frac{3(EJ)_k}{2l_{14}} \left( \frac{v_l}{l_{14}} - \alpha_0 \right)^2 \right]. \quad (2.22)$$

Соответствующие для ребра 1-4 выражения из (2.12)

$$u_l/l_{14} = e'_{11} = e_{22}, \quad v_l/l_{14} - \alpha_0 = e'_{12} = -e_{12}/2. \quad (2.23)$$

В выражения (2.23) компоненты тензора деформаций  $e'_{ij}$  относятся к системе координат, связанной с ребром 1-4. Учитывая, что длина ребра  $l_{14} = l_k = 2l \sin \varphi$ , окончательно для удельной потенциальной энергии деформации (2.22) получается выражение

$$w_{14} = \frac{(EF)_k l_k}{8a} \frac{1}{l} e_{22}^2 + \frac{3(EJ)_k}{8al_k l} e_{22}^2. \quad (2.24)$$

Для ребра 0-5 длиной  $l_{05} = l_{14}/2 = l \sin \varphi$  можно провести аналогичные выкладки и получить следующее выражение

$$w_{05} = \frac{(EF)_k l_{05}}{4a} \frac{1}{l} e_{22}^2 + \frac{3(EJ)_k}{4al_{05} l} e_{12}^2 = \frac{(EF)_k l_k}{8a} \frac{1}{l} e_{22}^2 + \frac{3(EJ)_k}{2al_k l} e_{12}^2. \quad (2.25)$$

Вклад в удельную потенциальную энергию от ребер 2-3 и 0-6 будет аналогичным, как и в выражениях (2.24) и (2.25). В итоге суммарная удельная потенциальная энергия деформации элементарной ячейки складывается из выражения (2.17) и дополнительного слагаемого

$$\Delta w = 2(w_{14} + w_{05}) = \frac{(EF)_k l_k}{2a} \frac{1}{l} e_{22}^2 + \frac{15(EJ)_k}{4al_k l} e_{12}^2. \quad (2.26)$$

Учет кольцевых ребер приводит к добавочным слагаемым для упругих постоянных  $a_{22}$  и  $a_{33}$  в соотношениях (2.19)

$$\begin{aligned} a_{22} &= 2EF \sin^4 \varphi (1 + \beta \operatorname{ctg}^2 \varphi) / a + (EF)_k / a_k, \\ a_{33} &= 2EF \sin^2 \varphi \cos^2 \varphi (1 + \beta \operatorname{ctg}^2 2\varphi) / a + \beta_k / a_k, \\ a_k &= l \cos \varphi, \quad \beta_k = 15(EJ)_k / (2a_k). \end{aligned} \quad (2.27)$$

При проведении практических расчетов для системы, состоящей из спиральных и кольцевых ребер, можно пренебречь влиянием местным изгибом ребер и принять  $\beta_k \cong 0$ ,  $\beta = 0$ . В этом случае физические соотношения (2.18), (2.19), (2.20) будут совпадать с выражениями, приведенными в [7].

## ЛИТЕРАТУРА

1. Васильев В.В. *Идеи В.Г. Шухова в современной аэрокосмической технике / Актуальные проблемы механики. Современная механика и развитие идей В.Г. Шухова.* – М.: Наука, 2011. – С.111-127.



2. Vasiliev V.V., Barynin V.A., Razin A.F. *Anisogrid composite lattice structures – development and aerospace applications* // Composite Structures. – 2012. – Vol.94. – Pp.1112-1127.
3. Васильев В.В., Разин А.Ф. *Перспективы применения сетчатых композитных конструкций в гражданской авиации* // Полет. – 2016. – №11-12. – С.3-12.
4. Новацкий В. *Теория упругости*. – М.: Мир, 1975. – 872 с.
5. Бунаков В.А., Федоров Л. В. *Применение микрополярной теории упругости к описанию сетчатых структур* // Изв. РАН. МТТ. – 1994. – №4. – С.148-154.
6. Азаров А.В. *Континуальная модель сетчатых оболочек, образованная системой спиральных ребер* // Композиты и наноструктуры. – 2015. – Т.7. – №3. – С.151-161.
7. Васильев В.В. *Механика конструкций из композиционных материалов*. – М.: Машиностроение, 1988. – 272 с.

### REFERENCES

1. Vasiliev V.V. *Idei V.G. Shukhova v sovremennoj aehrokosmicheskoy tekhnike / Aktualnye problemy mekhaniki. Sovremennaya mekhanika i razvitie idej V.G. Shukhova [V.G. Shukhov's ideas in modern aerospace engineering]*. Moskva, Nauka, 2011, Pp.111-127.
2. Vasiliev V.V., Barynin V.A., Razin A.F. *Anisogrid composite lattice structures – development and aerospace applications*. Composite Structures, 2012, Vol.94, Pp.1112-1127.
3. Vasiliev V.V., Razin A.F. *Perspektivy primeneniya setchatykh kompozitnykh konstruksij v grazhdanskoj aviatsii [Prospects for the use of grid composite structures in civil aviation]*. Polet, 2016, No.11-12, Pp.3-12.
4. Novazkij V. *Teoriya uprugosti [Theory of elasticity]*. Moskva, Mir, 1975, 872 p.
5. Bunakov V.A., Fedorov L.V. *Primenenie mikropolyarnoj teorii uprugosti k opisaniyu setchatykh struktur [Application of micropolar elasticity to grid structures description]*. Izvestiya Rossijskoj akademii nauk. Mekhanika tverdogo tela, 1994, No.4, Pp.148-154.
6. Azarov A.V. *Kontinual'naya model' setchatykh obolochek, obrazovannaya sistemoy spiral'nykh reber [Continuum model of grid shells generated by the spirally rib system]*. Kompozity i nanostrukтуры, 2015, Vol.7, No.3, Pp.151-161.
7. Vasiliev V.V. *Mekhanika konstruksij iz kompozitsionnykh materialov [Composite materials structure mechanics]*. Moskva, Mashinostroenie, 1988, 272 p.

*Поступила в редакцию 11 сентября 2021 года.*

---

Сведения об авторе:

Федоров Леонид Викторович – к.т.н., с.н.с., АО «ВПК «НПО Машиностроения», г. Реутов, Россия; e-mail: [lfff@mail.ru](mailto:lfff@mail.ru)