

## ОПТИМАЛЬНОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ СЕТЧАТОЙ КОМПОЗИТНОЙ ПАНЕЛИ КРЫЛА САМОЛЕТА ПРИ ОДНООСНОМ СЖАТИИ

Азаров А.В.<sup>1,2</sup>, Бабичев А.А.<sup>2</sup>, Разин А.Ф.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>*ФГБОУ ВО Московский государственный технический университет  
им. Н.Э. Баумана, г. Москва, Россия*

<sup>2</sup>*АО «Центральный НИИ специального машиностроения», г. Хотьково, Россия*

### АННОТАЦИЯ

Композитные материалы находят в настоящее время все более широкое применение для изготовления конструкций планера самолета. При этом в качестве основной конструктивной концепции в панелях крыла используется традиционная стрингерная конструкция, состоящая из несущей обшивки и подкрепляющих продольных ребер-стрингеров. Однако в силу особенностей полимерных композитов такая конструкция не позволяет снизить массу композитной панели по сравнению с металлическим прототипом. Альтернативой конструкциям с несущей обшивкой является сетчатая композитная конструкция, основными несущими элементами которой являются взаимно-пересекающиеся диагональные и поперечные ребра. Ребра образованы из однонаправленного углепластика, который обладает высокой удельной прочностью и жесткостью. Такая конструктивная схема позволяет более полно реализовать свойства композитного материала и обеспечить высокую весовую эффективность конструкции. В статье рассматривается плоская прямоугольная панель, состоящая из системы перекрещивающихся ребер, изготовленных из однонаправленного композитного материала методом намотки или выкладки и служащая элементом обшивки крыла летательного аппарата. Панель свободно оперта по контуру и сжата в продольном направлении. Получены соотношения, определяющие оптимальные проектные параметры сетчатой панели – толщину панели, угол наклона ребер, толщину ребер и расстояния между ребрами, обеспечивающие минимум массы панели и удовлетворяющие ограничениям по прочности и устойчивости. Оптимизация осуществляется методом минимизации коэффициентов безопасности по возможным формам разрушения панели, позволяющим свести задачу минимизации с ограничениями в форме неравенств к задаче на условной экстремум. Рассматриваются два типа панелей, у которых отношение длины к ширине больше или меньше единицы. В качестве примеров рассматриваются проектирование сетчатых панелей из углепластика.

**Ключевые слова:** композитные материалы; сетчатые конструкции; оптимальное проектирование

## OPTIMAL DESIGN OF AN AIRPLANE WING COMPOSITE LATTICE PANEL UNDER AXIAL COMPRESSION

Azarov A.V.<sup>1,2</sup>, Babichev A.A.<sup>2</sup>, Razin A.F.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>*Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia*

<sup>2</sup>*Central Research Institute for Special Machinery, Khotkovo, Russia*

## ABSTRACT

Composite materials are now widely used in aircraft structures. However, the main structural concept for composite wing panels is a traditional stringer structure. Such structure consists of a load-bearing skin and reinforcing longitudinal ribs-stringers. Due to the special properties of polymer composites, this design usually does not reduce the composite panel's weight compared to the metal prototype. An alternative to structures with a load-bearing skin is a composite lattice structure, where the main load-bearing elements are intersecting diagonal and transverse ribs. The ribs are formed from unidirectional CFRP, which has high specific strength and stiffness. Such a design scheme allows us to realize the high longitudinal properties of the composite material and to ensure a high weight efficiency of the structure. The paper is concerned with design of a flat rectangular panel consisting of a system of intersecting ribs made of unidirectional composite material by filament winding or lay-up processes. The panel is a structural element of an airplane wing. The panel is simply supported and compressed in the longitudinal direction. The relations which specify the optimal structural parameters of the lattice panel, i.e., the panel thickness, the ribs orientation angle, the ribs thickness and spacing are obtained. The optimal parameters provide the panel minimum mass under strength and buckling constraints. Optimization is undertaken by the method of minimization of the safety factors corresponding to possible modes of the panel failure. The method allows us to reduce the constrained optimization problem to the problem of conditional minimization. Two types of panels for which the length-to-width ratio is more or less than unity are considered. Optimization of a carbon-epoxy lattice panel is presented as an example.

**Keywords:** composite materials; lattice structures; optimal design

## ВВЕДЕНИЕ

Композитные материалы находят в настоящее время все более широкое применение для изготовления конструкций планера самолета. В частности, из композитов изготовлены крылья пассажирских самолетов Boeing 787, Airbus 350 и MC21. При этом в качестве основной конструктивной концепции в панелях крыла используется традиционная стрингерная конструкция, состоящая из несущей обшивки и подкрепляющих продольных ребер-стрингеров. Однако в силу особенностей полимерных композитов такая конструкция не позволяет снизить массу композитной панели по сравнению с металлическим прототипом [1]. Применительно к крылу одной из основных является проблема соединения композитной обшивки со стрингерами. В металлических конструкциях такое соединение осуществляется с помощью заклепок, обеспечивающих совместную работу стрингеров и обшивки. В композитной конструкции соединение осуществляется через полимерное связующее композита, обладающее низкой прочностью.

Отмеченного недостатка лишена сетчатая композитная конструкция, основными несущими элементами которой являются взаимно-пересекающиеся диагональные и поперечные ребра (рис.1). Ребра образованы из однонаправленного углепластика, который обладает высокой удельной (по отношению к плотности) прочностью и жесткостью, обеспечивающей высокую весовую эффективность сетчатой конструкции [1]. Тонкая композитная обшивка необходимая для панели крыла не является несущей и не учитывается при проектировании панели.

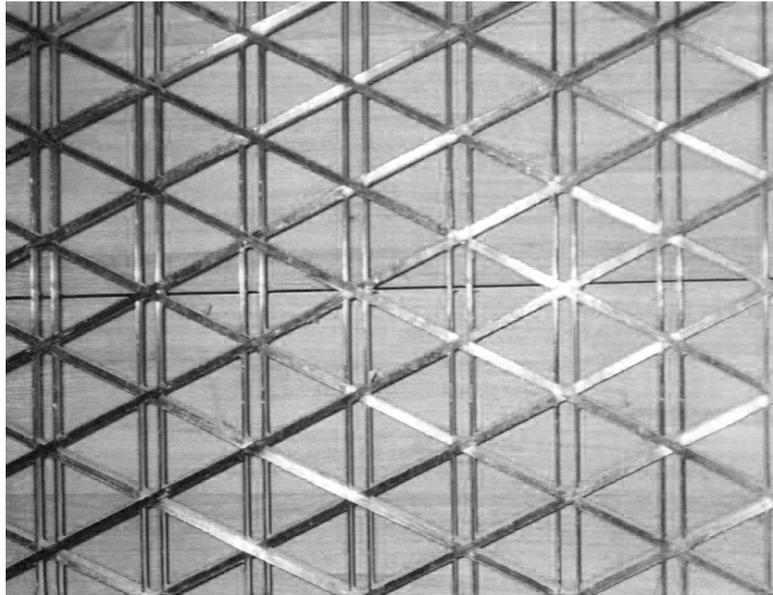


Рис.1. Сетчатая композитная панель, состоящая из симметричных диагональных и поперечных ребер.

## 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ПРОЕКТИРОВАНИЯ

Рассмотрим панель, показанную на рис.2. Будем считать, что панель свободно оперта по контуру и сжата в продольном направлении. В полете сжатыми являются верхние панели крыла, а нижние – растянуты. Однако при посадке самолета имеет место обратный изгиб крыла. При этом обратный изгибающий момент может превышать 60% от полетного момента. В связи с тем, что прочность ребер из однонаправленного углепластика при растяжении значительно (примерно в 2 раза) превышает прочность при сжатии, нижние панели сетчатой структуры также проектируются на сжатие. Прочность этих панелей при растяжении проверяется прямым расчетом. Кроме изгибающего момента на крыло действует сравнительно небольшой крутящий момент, составляющий менее 10% от изгибающего. Проектирование с учетом крутящего момента приводит к несимметричной структуре и к связанной изгибно-крутильной деформацией крыла. Этот эффект, важный для крыльев с обратной стреловидностью, в работе не учитывается. Структура панели считается симметричной, и она проектируется на осевое сжатие. Несущая способность обшивки, как уже отмечалось, при проектировании не учитывается.

Соотношения упругости для сетчатой панели, сжатой силами  $T$  (рис.2), имеют вид [2]

$$B_{11}\varepsilon_x + B_{12}\varepsilon_y = -T, \quad B_{12}\varepsilon_x + B_{22}\varepsilon_y = 0 \quad (1)$$

и включают коэффициенты жесткости структуры

$$B_{11} = 2E_\varphi h\bar{\delta}_\varphi c^4, \quad B_{12} = 2E_\varphi h\bar{\delta}_\varphi c^2 s, \quad B_{22} = 2E_\varphi h\bar{\delta}_\varphi S^4 + E_t h\bar{\delta}_t. \quad (2)$$

Коэффициент сдвиговой жесткости  $B_{33} = B_{12}$ . В равенствах (2)  $E_\varphi$  и  $E_t$  – модули упругости диагональных и поперечных ребер,  $h$  – толщина панели,  $c = \cos \varphi$  и  $s = \sin \varphi$ .

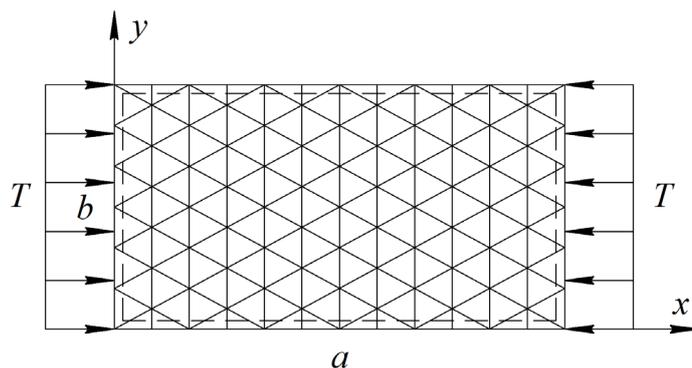


Рис.2. Панель, сжатая в одном направлении.

Элемент сетчатой структуры показан на рис.3, из которого можно найти расстояния между узлами диагональных ребер  $a_n$  и  $l_\varphi$ , расстояние между диагональными ребрами по нормали к их осям  $a_\varphi$  и расстояние между поперечными ребрами  $a_t$  (пара поперечных ребер, расположенная в окрестности узла пересечения диагональных ребер, как показано на рис.1, рассматривается как одно ребро с толщиной  $\delta_t$ ), т.е.

$$a_n = \frac{2b}{n_\varphi}, a_\varphi = a_n c, a_t = \frac{a_n c}{2s}, l_\varphi = \frac{a_\varphi}{2cs}, \tag{3}$$

где  $n_\varphi$  – количество диагональных ребер в панели. В равенства (2) входят относительные толщины ребер (рис.3)

$$\bar{\delta}_\varphi = \delta_\varphi / a_\varphi, \bar{\delta}_t = \delta_t / a_t. \tag{4}$$

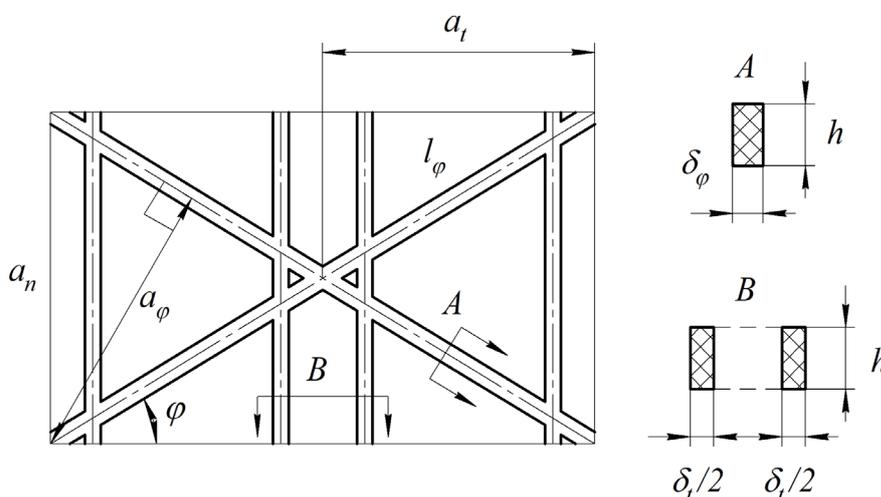


Рис.3. Параметры сетчатой структуры.

Найдем деформации панели. Из уравнений (1) имеем

$$\varepsilon_x = -\frac{TB_{22}}{B}, \varepsilon_y = -\frac{TB_{12}}{B}, \tag{5}$$

где

$$B = B_{11}B_{22} - B_{12}^2 = 2E_\varphi E_t f_\varphi f_t c^4, f_\varphi = h\bar{\delta}_\varphi, f_t = h\bar{\delta}_t. \tag{6}$$

Напряжения в диагональных и поперечных ребрах определяются равенствами [2]

$$\sigma_{\varphi} = E_{\varphi} (\varepsilon_x c^2 + \varepsilon_y s^2) = -\frac{T}{2f_{\varphi} c^2}, \quad (7)$$

$$\sigma_t = E_t \varepsilon_y = -\frac{T s^2}{f_t c^2}. \quad (8)$$

При сжатии силами  $T$  (рис.2) возможна потеря устойчивости панели. Выражение для критической нагрузки зависит от удлинения панели  $\lambda = a/b$  [2]. При  $\lambda \geq 1$  имеем

$$T_{cr} = \frac{2\pi^2}{b^2} (\sqrt{D_1 D_2} + D_3), \quad (9)$$

где

$$D_1 = \frac{h^2}{12} B_{11}, \quad D_2 = \frac{h^2}{12} B_{22}, \quad D_3 = \frac{h^2}{12} (B_{12} + 2B_{33}) = \frac{h^2}{4} B_{12} \quad (10)$$

– изгибные жесткости панели. При  $\lambda < 1$

$$T_{cr}^{\lambda} = \frac{\pi^2}{b^2} \left( D_1 \lambda^2 + 2D_3 + \frac{D_2}{\lambda^2} \right). \quad (11)$$

Подставляя равенства (2) и (10) в выражения (9) и (11), получим

$$T_{cr} = \frac{\pi^2 h^2}{3b^2} E_{\varphi} c^2 \left[ \sqrt{f_{\varphi} \left( f_{\varphi} s^4 + \frac{1}{2} \bar{E} f_t \right)} + 3f_{\varphi} s^2 \right], \quad (12)$$

$$T_{cr}^{\lambda} = \frac{\pi^2 h^2}{12b^2} \left[ 2f_{\varphi} \left( \lambda^2 c^4 + 6c^2 s^2 + \frac{s^4}{\lambda^2} \right) + \frac{\bar{E} f_t}{\lambda^2} \right], \quad (13)$$

где  $\bar{E}_t = E_t / E_{\varphi}$ .

При сжатии панели участки диагональных ребер между точками их пересечения могут потерять устойчивость при напряжении, которое определяется формулой Эйлера, т.е.

$$\sigma_{cr} = k\pi^2 \frac{E_{\varphi} \delta_{\varphi}^2}{12I_{\varphi}^2}, \quad (14)$$

где  $k$  – коэффициент, зависящий от отношений жесткостей изгибных диагональных и поперечных ребер. Для структуры, у которой жесткость диагональных ребер значительно превышает жесткость поперечных ребер, коэффициент  $k$  близок к единице. Учитывая равенства (3) и (4), преобразуем выражение (14) к виду

$$\sigma_{cr} = \frac{1}{3} k\pi^2 E_{\varphi} \bar{\delta}_{\varphi}^2 c^2 s^2.$$

Используя равенства (7), получим следующее выражение, определяющее усилие, вызывающее местную потерю устойчивости диагональных ребер

$$T_{cr}^m = \frac{2\pi^2}{3h^2} k E_{\varphi} f_{\varphi}^3 c^4 s^2. \quad (15)$$

Масса панели имеет вид [3]

$$M = ab\rho_{\varphi} (2f_{\varphi} + \bar{\rho} f_t), \quad (16)$$

где  $\bar{\rho} = \rho_t / \rho_{\varphi}$  – отношение плотностей материалов поперечных и диагональных ребер, а  $f_{\varphi}$  и  $f_t$  определяются равенствами (6).

Проектирование панели осуществляется по критерию минимума массы с ограничениями по прочности и устойчивости. Как следует из приведенных выше соотношений, проектными параметрами являются:

- толщина панели  $h$ ;
- угол наклона диагональных ребер  $\varphi$ ;
- относительные толщины ребер  $\bar{\delta}_\varphi$  и  $\bar{\delta}_t$ .

Проектирование осуществляется методом минимизации коэффициентов безопасности, соответствующих возможным формам разрушения панели [3], который заключается в следующем. Исходные ограничения по прочности и устойчивости имеют форму неравенств. Умножая усилие  $T$ , входящее в эти неравенства на соответствующие различным ограничениям коэффициенты безопасности  $n$ , эти ограничения можно записать в форме равенств. Полученные равенства используются для того, чтобы выразить проектные параметры через  $n$ . Таким образом, масса панели оказывается функцией коэффициентов  $n$ . Такая форма записи массы обладает значительными преимуществами по сравнению с исходной, так как область изменения коэффициентов  $n$  известна, а именно,  $n \geq 1$ . Если масса монотонно возрастает при увеличении  $n$ , то  $n=1$  и соответствующее ограничение является активным. В противном случае масса минимизируется по соответствующему коэффициенту  $n$ .

## 2. ПРОЕКТИРОВАНИЕ ПАНЕЛИ С $\lambda \geq 1$ С ОГРАНИЧЕНИЯМИ ПО ПРОЧНОСТИ ДИАГОНАЛЬНЫХ РЕБЕР И УСТОЙЧИВОСТИ

При сжатии панели (рис.2) диагональные ребра оказываются сжатыми, а поперечные – растянутыми. Опыт проектирования сетчатых оболочек [3] показывает, что ограничение по прочности растянутых ребер не является активным, так как предел прочности композитных ребер при растяжении примерно вдвое превышает предел прочности при сжатии. В результате, масса минимизируется при ограничениях по прочности диагональных ребер при сжатии, общей и местной формами потери устойчивости, т.е.

$$|\sigma_\varphi| = \bar{\sigma}_\varphi, \quad T \leq T_{cr}, \quad T \leq T_{cr}^m,$$

где  $\bar{\sigma}_\varphi$  – предел прочности материала диагональных ребер при сжатии. Вводя коэффициенты безопасности по прочности ребер и устойчивости панели, получим

$$n_s = \frac{\bar{\sigma}_\varphi}{|\sigma_\varphi|}, \quad n_0 = \frac{T_{cr}}{T}, \quad n_m = \frac{T_{cr}^m}{T}. \quad (18)$$

Используя равенство (7) для  $\sigma_\varphi$ , выражение (12) для  $T_{cr}$  при  $\lambda \geq 1$  и соотношение (15) для  $T_{cr}^m$  и вводя коэффициенты безопасности (18), запишем ограничения (17) в виде

$$\frac{Tn_s}{2f_\varphi \bar{\sigma}_\varphi c^2} = 1, \quad (19)$$

$$\frac{\pi^2 h^2 E_\varphi c^2}{3b^2 T n_0} \left[ \sqrt{f_\varphi \left( f_\varphi s^4 + \frac{1}{2} \bar{E} f_t \right) + 3f_\varphi s^2} \right] = 1, \quad (20)$$

$$\frac{2k\pi^2 E_\varphi}{3Tn_m h^2} f_\varphi^3 c^4 s^2 = 1. \quad (21)$$

Из уравнения (19) имеем

$$f_\varphi = \frac{Tn_s}{2\bar{\sigma}_\varphi c^2}. \quad (22)$$

Тогда уравнение (21) дает

$$h^2 = \frac{k\pi^2 E_\varphi T^2 n_s^3 s^2}{12n_m \bar{\sigma}_\varphi c^2}. \quad (23)$$

Подставляя равенства (22) и (23) в уравнение (20), получим

$$\sqrt{1 + \frac{\bar{E}_t f_t \bar{\sigma}_\varphi c^2}{Tn_s}} = 3s^2 \left( \frac{rn_0 n_m}{n_s^4 s^4} - 1 \right), \quad (24)$$

где

$$r = \frac{24b^2 \bar{\sigma}_\varphi^4}{k\pi^4 E_\varphi^2 T^2}. \quad (25)$$

Поскольку левая часть уравнения (25) должна быть больше единицы, имеем следующее неравенство

$$3s^2 \left( \frac{rn_0 n_m}{n_s^4 s^4} - 1 \right) \geq 1. \quad (26)$$

Выражая  $f_t$  из уравнения (24), получим

$$f_t = \frac{Tn_s}{\bar{E}_t \bar{\sigma}_\varphi c^2} \left[ 9s^4 \left( \frac{rn_0 n_m}{n_s^4 s^4} - 1 \right)^2 - 1 \right]. \quad (27)$$

С учетом неравенства (26) отсюда имеем  $f_t \geq 0$ . Подставляя равенства (22) и (27) в выражение (16), найдем массу панели

$$M = ab\rho_\varphi \frac{Tn_s}{\bar{\sigma}_\varphi c^2} \left\{ 1 + \frac{\bar{\rho}}{\bar{E}_t} \left[ 9s^4 \left( \frac{rn_0 n_m}{n_s^4 s^4} - 1 \right)^2 - 1 \right] \right\}.$$

Отсюда следует, что масса возрастает при увеличении  $n_0$  и  $n_m$  и из условия минимума массы следует, что  $n_0 = 1$  и  $n_m = 1$ . Таким образом, оба ограничения по устойчивости являются активными. Принимая  $n_0 > 1$  и  $n_m > 1$  можно обеспечить определенные запасы по общей и местной формам потери устойчивости. Естественно, что это сопровождается увеличением массы.

Вводя безразмерную массу  $m$  и принимая  $n_0 n_m = 1$ , получим

$$m = \frac{M \bar{\sigma}_\varphi}{ab\rho_\varphi T} = \frac{n_s}{c^2} \left\{ 1 + \frac{\bar{\rho}}{\bar{E}_t} \left[ 9s^4 \left( \frac{r}{n_s^4 s^4} - 1 \right)^2 - 1 \right] \right\}. \quad (28)$$

При этом должно выполняться неравенство (26), из которого при  $n_0 n_m = 1$  следует

$$n_s^4 \leq \frac{3r}{s^2(1+3s^2)}. \quad (29)$$

Продемонстрируем процесс проектирования на примере панели из отечественного высокомодульного углепластика УМТ430 с параметрами

$$\begin{aligned} T &= 2 \text{ МН/м}, \quad b = 1 \text{ м}, \quad E_\varphi = E_t = 185 \text{ ГПа}, \\ \bar{\sigma}_\varphi &= 480 \text{ МПа}, \quad \rho_\varphi = \rho_t = 1490 \text{ кг/м}^3. \end{aligned} \quad (30)$$

Анализ соотношений (28) и (29) показывает, что минимальное значение  $m$  реализуется если неравенство (29) выполняется в виде равенства, в котором  $n_s = 1$ . Для рассматриваемого примера получим  $\varphi = 25,43^\circ$  и  $m = 1,23$ . Из равенств (27), в котором  $n_0 n_m = 1$ , при этом следует  $f_t = 0$ , т.е. в оптимальной структуре отсутствуют поперечные ребра. Аналогичный результат следует из численной оптимизации панели [4].

Как показывает дальнейший анализ, спроектированная конструкция является неработоспособной. Как следует из равенств (5) и (6), при  $f_t = 0$  деформации неограниченно возрастают и структура, образованная из диагональных ребер, работающих сжатие, оказывается геометрически изменяемой. Геометрическая неизменяемость системы обеспечивается тремя системами ребер – симметричными диагональными и поперечными.

### 3. ПРОЕКТИРОВАНИЕ ПАНЕЛИ С $\lambda \geq 1$ ПРИ ОГРАНИЧЕНИЯХ ПО ПРОЧНОСТИ ДИАГОНАЛЬНЫХ И ПОПЕРЕЧНЫХ РЕБЕР И УСТОЙЧИВОСТИ

Для проектирования панели к ограничениям (19)-(21) необходимо добавить ограничение по прочности поперечных ребер, следующее из равенства (8), т.е.

$$\frac{Ts^2 n_r}{f_t \bar{\sigma}_t c^2} = 1, \quad (31)$$

где  $\bar{\sigma}_t$  – предел прочности поперечного ребра при растяжении. В связи с тем, что поперечные ребра обеспечивают геометрическую неизменяемость структуры, ограничение (31) является активным и  $n_r = 1$ . Однако мы сохраняем  $n_r$  в ограничении (31) для того, чтобы иметь возможность задавать желаемый запас прочности поперечных ребер. Из равенства (31) имеем

$$f_t = \frac{Ts^2 n_r}{\bar{\sigma}_t c^2}. \quad (32)$$

Используя выражения (22) и (32), запишем выражение для относительной массы панели

$$m = \frac{M \bar{\sigma}_\varphi}{ab \rho_\varphi T} = 2f_\varphi + \rho f_t = \frac{1}{c^2} \left( n_s + \bar{\rho} s^2 \frac{\bar{\sigma}_\varphi n_r}{\bar{\sigma}_{90}} \right). \quad (33)$$

Толщина панели определяется выражением (29). Воспользуемся ограничением по общей устойчивости (20). Подставляя в него  $f_\varphi$ ,  $f_t$  и  $h$  из выражений (22), (32) и (29), получим

$$\sqrt{1 + \frac{\bar{E}_t \bar{\sigma}_\varphi n_r}{n_s s^2 \bar{\sigma}_t}} = 3 \left( \frac{r n_0 n_m c^2}{n_s^4 s^4} - 1 \right), \quad (34)$$

где  $r$  определяется равенством (25). Как и ранее, задавая  $n_0$  и  $n_m$  можно обеспечить определенные запасы по общей и местной формам потери устойчивости панели. Для минимальной по массе панели  $n_0 = n_m = 1$ .

Продemonстрируем проектирование на панели с параметрами (30) при дополнительном условии  $\bar{\sigma}_t = 1100$  МПа. Примем  $n_0 = n_m = n_r = 1$  и  $k = 1$ . Задавая угол  $\varphi$ , найдем из уравнения (34)  $n_s$ . Соответствующая зависимость показана на рис.4. Как следует из графика,  $n_s$  достигает единицы при  $\varphi_0 = 27,6^\circ$ . При больших значениях  $\varphi$  следует принять  $n_s = 1$ . Зависимость  $m(\varphi)$ , также показанная на рис.4 и построенная по формуле (33), показывает, что масса минимальна при  $\varphi = \varphi_0$  и составляет  $m_0 = 1,4$ . Параметры оптимальной структуры определяются с помощью соотношений (22), (29) и (32). В результате расчета получим  $h = 39,4$  мм,  $\bar{\delta}_\varphi = 0,068$ ,  $\bar{\delta}_t = 0,013$ . Для определения абсолютных размеров ребер необходимо задать число диагональных ребер, проходящих через сечение панели. Примем  $n_\varphi = 20$ . Тогда из равенств (3) и (4) имеем  $a_n = 100$  мм,  $a_\varphi = 88,6$  мм,  $a_t = 95,6$  мм и  $\delta_\varphi = 6$  мм,  $\delta_t = 1,24$  мм (рис.3). Для оценки жесткости панели воспользуемся равенствами (5) и (6) и найдем ее деформации. В результате расчета получим  $\varepsilon_x = -0,486\%$  и  $\varepsilon_y = 0,576\%$ . Если есть необходимость, деформации можно снизить, увеличивая запас прочности поперечных ребер. Зададим, например, в равенстве (34)  $n_r = 2$ . в результате проектирования получим  $\varphi_0 = 27,1^\circ$ ,  $h = 38$  мм,  $\bar{\delta}_\varphi = 0,069$ ,  $\bar{\delta}_t = 0,025$  и  $m = 1,49$ . Для рассматриваемого примера найдем  $\delta_\varphi = 6,1$  мм и  $\delta_t = 2,4$  мм. Из равенств (5) и (6) следует  $\varepsilon_x = -0,4\%$  и  $\varepsilon_y = 0,3\%$ . При этом масса панели увеличилась на 6,4%.

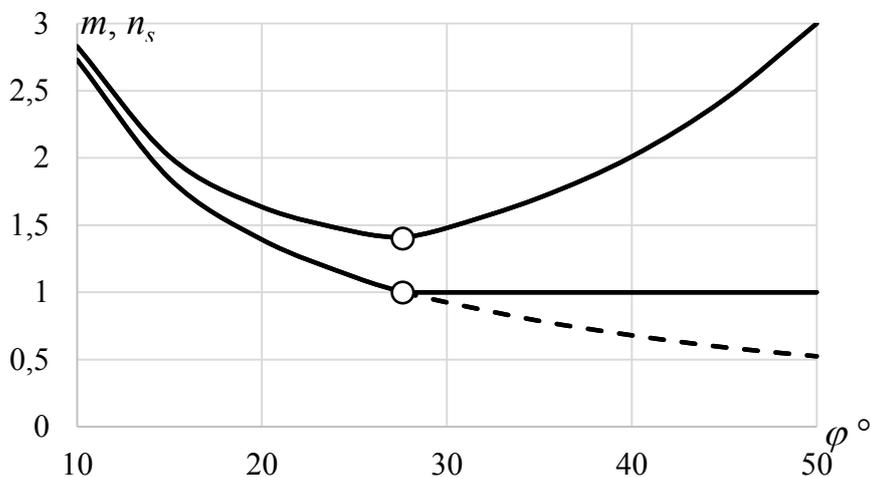


Рис.4. Зависимости запаса прочности спиральных ребер  $n_s$  и относительной массы панели от угла наклона диагональных ребер  $\varphi$ .

Как следует из рис.4, оптимальная структура реализуется при  $n_s = 1$ , что соответствует панели, для которой ограничения по прочности диагональных ребер и устойчивости являются активными. Принимая в равенстве (34)  $n_0 = n_m = n_s = 1$ , получим следующее уравнение для угла наклона диагональных ребер

$$\sqrt{1 + \frac{\bar{E}_t \bar{\sigma}_\varphi n_r}{\bar{\sigma}_t s_0^2}} = 3 \left( \frac{rc_0^2}{s_0^4} - 1 \right).$$

#### 4. ПРОЕКТИРОВАНИЕ ПАНЕЛИ С $\lambda < 1$ ПРИ ОГРАНИЧЕНИЯХ ПО ПРОЧНОСТИ ДИАГОНАЛЬНЫХ РЕБЕР И УСТОЙЧИВОСТИ

Обшивка крыла летательного аппарата опирается в продольном направлении на лонжероны, а в поперечном – на нервюры, расстояние между которыми  $a$ , как правило, меньше ширины панели  $b$  (рис.2). Для такой панели  $\lambda < 1$  и критическая нагрузка определяется равенством (13). Используя это равенство, вместо ограничения по общей устойчивости (20) получим

$$\frac{\pi^2 h^2 E_\varphi}{12 b^2 T n_0} \left[ 2 f_\varphi \left( \lambda^2 c^4 + 6 c^2 s^2 + \frac{s^4}{\lambda^2} \right) + \frac{\bar{E}_t f_t}{\lambda^2} \right] = 1$$

Здесь, как и ранее,  $\bar{E}_t = E_t / E_\varphi$ . С помощью формулы (22) для  $f_\varphi$  и (32) для  $f_t$  найдем

$$\frac{\pi^2 h^2 E_\varphi n_s}{12 b^2 \bar{\sigma}_\varphi c^2 n_0} \left( \lambda^2 c^4 + 6 c^2 s^2 + \frac{s^4}{\lambda^2} \right) + \frac{\bar{E}_t \bar{\sigma}_\varphi n_r s^2}{\lambda^2 \bar{\sigma}_{90} n_s} = 1. \quad (35)$$

Толщина панели определяется выражением (23). Подставляя его в равенство (35), окончательно получим

$$\lambda^2 c^4 + 6 c^2 s^2 + \frac{s^4}{\lambda^2} + \frac{\bar{E}_t \bar{\sigma}_\varphi n_r s^2}{\lambda^2 \bar{\sigma}_{90} n_s} = \frac{6 r n_0 n_m c^4}{n_s^4 s^4}. \quad (36)$$

Параметр  $r$  определяется равенством (25).

Для панели с параметрами (30) и  $\bar{\sigma}_t = 1100$  МПа примем  $n_r = n_m = n_0 = 1$  и  $\lambda = 0,5$ . В результате проектирования с помощью равенства (36) получим зависимости  $n_s(\varphi)$  и  $m(\varphi)$  аналогичные показанным на рис.4 и следующие оптимальные параметры панели:  $\varphi_0 = 27,3^\circ$ ,  $h = 38,5$  мм,  $\bar{\delta}_\varphi = 0,069$ ,  $\bar{\delta}_t = 0,012$  и  $m = 1,39$ . Абсолютные размеры ребер  $\delta_\varphi = 6,1$  мм и  $\delta_t = 1,15$  мм. Для аналогичной панели с  $\lambda = 0,25$  получим  $\varphi_0 = 23,8^\circ$ ,  $h = 33$  мм,  $\bar{\delta}_\varphi = 0,075$ ,  $\bar{\delta}_t = 0,01$  и  $m = 1,3$ . Таким образом, при уменьшении удлинения панели ее масса снижается. Поскольку оптимальный проект соответствует  $n_0 = n_m = n_s = 1$ , равенство (36) позволяет получить следующее уравнение для оптимального угла наклона диагональных ребер

$$\lambda^2 c_0^4 + 6 c_0^2 s_0^2 + \frac{s_0^4}{\lambda^2} + \frac{\bar{E}_t \bar{\sigma}_\varphi n_r s_0^2}{\lambda^2 \bar{\sigma}_{90}} = \frac{6 r c_0^4}{s_0^4}.$$

#### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Получены соотношения, определяющие оптимальные проектные параметры плоской свободно опертой композитной сетчатой панели, сжатой в одном направлении. Установлено, что минимальная масса панели, образованной из диагональных и поперечных ребер, обеспечивается если все ограничения по прочности и устойчивости являются активными. Получено уравнение,

определяющее оптимальный угол наклона диагональных ребер и выражения для геометрических параметров сетчатой структуры – толщины панели и отношения ширины сечения ребер к расстоянию между ребрами.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Васильев В.В., Разин А.Ф. *Перспектива применения сетчатых композитных конструкций в гражданской авиации* // Полет. – 2016. – №11-12. – С.3-12.
2. Васильев В.В. *Механика конструкций из композиционных материалов*. – М.: Машиностроение, 1988. – 370 с.
3. Азаров А.В. *Проблема проектирования аэрокосмических сетчатых композитных конструкций* // Изв. РАН. МТТ. – 2018. – №4. – С.85-93.
4. Totaro G. *Optimal design concepts for flat isogrid and anisogrid lattice panels longitudinally compressed* // Composite Structures. – 2015. – Vol.129. – Pp.101-110.

### REFERENCES

1. Vasiliev V.V., Razin A.F. *Perspektiva primeneniya setchatykh kompozitnykh konstruksij v grazhdanskoj aviatsii [Prospects for the use of lattice composite structures in civil aircrafts]*. Polet, 2016, No.11-12, Pp.3-12.
2. Vasiliev V.V. *Mekhanika konstruksij iz kompozitsionnykh materialov [Mechanics of composite structures]*. Moskva, Mashinostroenie, 1988, 370 p.
3. Azarov A.V. *The problem of designing aerospace mesh composite structures*. Mechanics of Solids, 2018, Vol.53, No.4, Pp.427-434.
4. Totaro G. *Optimal design concepts for flat isogrid and anisogrid lattice panels longitudinally compressed*. Composite Structures, 2015, No.129, Pp.101-110.

*Поступила в редакцию 17 августа 2020 года.*

---

#### Сведения об авторах:

Азаров Андрей Валерьевич – к.т.н., доц., ФГБОУ ВО Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана, г. Москва, Россия; e-mail: [azarov@anisoprint.com](mailto:azarov@anisoprint.com)

Бабичев Антон Александрович – к.т.н., нач. сектора, АО «Центральный НИИ специального машиностроения», г. Хотьково, Россия; e-mail: [185@bk.ru](mailto:185@bk.ru)

Разин Александр Федорович – д.т.н., генеральный директор, главный конструктор, АО «Центральный научно-исследовательский институт специального машиностроения», г. Хотьково, Россия; e-mail: [razin@crism-cat.ru](mailto:razin@crism-cat.ru)