

УДАРОПРОЧНОСТЬ ТРЕХСЛОЙНЫХ БАЛОК С СЕТЧАТЫМИ ЗАПОЛНИТЕЛЯМИ, РАБОТАЮЩИМИ ПО ПРИНЦИПУ НЕЛОКАЛЬНЫХ МЕХАНИЧЕСКИХ МЕТАМАТЕРИАЛОВ*

Соляев Ю.О.^{1,2}, Лурье С.А.^{1,2}, Бабайцев А.В.², Рипецкий А.В.²,
Добрянский В.Н.², Шумская С.А.²

¹ФГБУН Институт прикладной механики РАН, г. Москва, Россия

²ФГБОУ ВО «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)», г. Москва, Россия

АННОТАЦИЯ

В работе представлены результаты испытаний элементов трехслойных конструкций с сетчатыми облегченными заполнителями, изготовленными методом трехмерной печати по технологии послойного лазерного синтеза из полиамида. Рассмотрена структура заполнителей, соответствующая, так называемым пантографическим механическим метаматериалам, в которых две системы параллельно расположенных стержней разнесены на небольшое расстояние и соединяются поперечными штифтами в зонах пересечения. Для таких материалов известно, что для описания их эквивалентных механических характеристик необходимо привлекать неклассические модели теории упругости, которые учитывают нелокальный характер деформаций структуры материала под нагрузкой. В данной работе рассмотрено три варианта поперечных соединений в структуре метаматериала, при которых поперечные штифты обеспечивают передачу и усилий, и моментов (жесткие соединения), только усилий (шарнирные соединения) или просто отсутствуют. Такие варианты заполнителей, сопоставлены с обычным сетчатым заполнителем, в котором перекрещивающиеся стержни образуют жестко связанную систему типа плоской рамы. Изготовленные образцы испытаны на ударопрочность по схеме двухопорного ударного изгиба с использованием маятникового копра. Установлено, что при одинаковых размерах поперечных сечений стержней в заполнителе, наибольшей несущей способностью при ударе обладают образцы с пантографическими заполнителями с жесткими поперечными соединениями. Однако, образцы с шарнирными соединениями демонстрируют необычные механизмы разрушения, при которых зона повреждений оказывается наибольшей, а развитие повреждений происходит с образованием множества мелких осколков, которые препятствуют прохождению ударника насквозь структуры и повышают ее удельное энергопоглощение, что делает такие варианты заполнителей потенциально перспективными для создания ударопоглощающих конструкций.

Ключевые слова: трехслойные балки; ударопрочность; механические метаматериалы; полиамид

IMPACT STRENGTH OF THE THREE-LAYERED LATTICE BEAMS WITH NON-LOCAL MECHANICAL METAMATERIALS IN THE CORE

Solyaev Yu.O.^{1,2}, Lurie S.A.^{1,2}, Babaitsev A.V.², Ripetskiy A.V.²,
Dobryanskiy V.N.², Shumskaya S.A.²

¹Institute of Applied Mechanics of Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

²Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, Russia

* Работа выполнена при поддержке грантов РФФИ 17-79-20105 и РФФИ 18-08-00643.

ABSTRACT

The paper presents the test results for the three-layered structures with lightweight lattice cores made by three-dimensional printing using selective laser sintering technology with polyamide. The used core structures correspond to the so-called pantographic mechanical metamaterials, in which two systems of parallel beams are spaced apart by a small distance and connected to each other by transverse pivots at the intersections. For such materials, it is known that to describe their equivalent mechanical characteristics, it is necessary to use non-classical models of the theory of elasticity taking into account the nonlocal nature of the deformations of the structure of the material under loading. In this paper, we consider three options for transverse connections in the structure of the metamaterial, in which the transverse pivots provide the transition of both forces and moments (rigid joints), only forces (pinned joints) or are simply absent. Such cores are compared with a conventional lattice core, in which the intersecting beams form a rigidly connected system such as a flat frame. The fabricated samples were tested for the impact resistance according to the double-support shock bending scheme using pendulum impact testing machine. It has been established that with the same cross-sectional dimensions of the rods in the core, the samples with pantographic core with rigid transverse joints have the greatest load bearing capacity under impact. However, specimens with pinned joints exhibit unusual fracture mechanisms in which the damage zone is greatest and damage develops with the formation of many small fragments that impede the passage of the projectile through the structure and increase its specific energy absorption, which makes such core options potentially promising for creating energy absorbing structures.

Keywords: three-layer beams; impact strength; mechanical metamaterials; polyamide

ВВЕДЕНИЕ

Разработка и исследование механических и различных других типов метаматериалов является одним активно развивающихся направлений в современной механике и физике [1-4]. Структура метаматериалов целенаправленно проектируются для получения необычных макроскопических характеристик, которые в обычных природных и конструкционных материалах не встречаются или встречаются очень редко. Примерами механических метаматериалов являются структуры с отрицательным коэффициентом Пуассона [5], с отрицательным коэффициентом температурного расширения [6], с отрицательной (мгновенной) жесткостью [7], с отрицательной кажущейся (динамической) плотностью [8,9].

Применение механических метаматериалов может быть связано с разработкой интеллектуальных и программируемых механических систем [10], в биоморфной робототехнике [11], в сенсорной технике [12], в медицине [13], в ударопоглощающих конструкциях [14]. В настоящее время проводится большое количество исследований, связанных с применением метаматериалов-ауксетиков в качестве заполнителей трехслойных конструкций [15-17], так как такие структуры обладают свойствами локального повышения кажущейся плотности и жесткости в зоне удара и позволяют значительно увеличить объем материала, участвующего в поглощении энергии удара (отрицательный коэффициент Пуассона приводит к значительному увеличению протяженности зоны Сен-Венана, в которой происходит затухание эффектов от самоуравновешенных нагрузок [18]).

Многие механические метаматериалы состоят из периодически повторяющихся ячеек, геометрия которых и тип соединения определяет их свойства. Размер ячеек, обычно, составляет от нескольких микрон

до нескольких сантиметров [19], и изготавливают такие метаматериалы, чаще всего, методами трехмерной печати из металлов и пластиков. Для описания метаматериалов, состоящего из большого числа мелких ячеек, удобно применять континуальные модели. Если ячейки соединяются друг с другом, условно говоря, «локально», (то есть нагрузка передается от каждой ячейки только к ее непосредственным соседям) и если не происходит изменения кажущихся макроскопических характеристик, запрещаемое классическими физическими моделями (например, не возникает отрицательный модуль упругости), то такие метаматериалы, можно описывать в рамках классических континуальных теорий. В противном случае, при наличии нелокальных связей между ячейками и при реализации существенно неклассических макроскопических свойств, требуется применять модели обобщенных континуумов, которые допускают, соответственно, существование нелокальных взаимодействий и дополнительных внутренних степеней свободы в структуре метаматериала, обеспечивающих возникновение эффектов хиральности [20], микро-инерции [21] или необычных микро-деформаций внутри ячеек [22]. Модели обобщенных континуумов также могут быть полезны для оценки локального напряженно-деформированного состояния метаматериалов (для оценки прочности) и для описания высокочастотных динамических процессов, приводящих к возникновению механических колебаний внутри ячеек [23-25].

В настоящей работе рассматривается пример использования механических метаматериалов в качестве заполнителей (разделителей) во фрагментах трехслойных балок, подвергаемых ударному нагружению. Рассматривается вариант так называемых пантографических метаматериалов [27], состоящих из протяженных балок, соединенных друг с другом в местах пересечений связями различного типа. Для рассматриваемых структур известно, что их континуальные модели должны относиться к классу градиентных теорий упругости [27], иногда с весьма специфической структурой энергии деформаций [28]. В таких метаматериалах под нагрузкой реализуется нелокальный тип взаимодействий и, вообще говоря, выделить ячейку периодичности в них оказывается затруднительно, так как нагрузки передаются, в том числе, по механизму изгиба. Восприятие внешней нагрузки такими структурами может быть достаточно необычным – за счет наличия внутренних жестких протяженных связей происходит делокализация эффектов от воздействия внешних сосредоточенных нагрузок, что, потенциально, может быть использовано при создании ударопоглощающих конструкций. В данной работе представлены результаты исследования таких эффектов в трехслойных структурах, в которых наличие несущих слоев обеспечивает сплошность внешних поверхностей метаматериала, что может быть важным с точки зрения их практического применения.

1. МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ ПРОВЕДЕНИЯ ИСПЫТАНИЙ

Для проведения испытаний были изготовлены образцы трехслойных балок, имеющих габаритные размеры 140×15×23 мм (рис.1). Образцы имеют несущие слои толщиной 3 мм. Высота заполнителя, то есть разнос несущих слоев, составляет 40 мм. Заполнитель имеет сетчатую структуру и выполнен из балок квадратного поперечного сечения 4×4 мм, наклоненных под углом $\pm 45^\circ$ к несущим слоям.

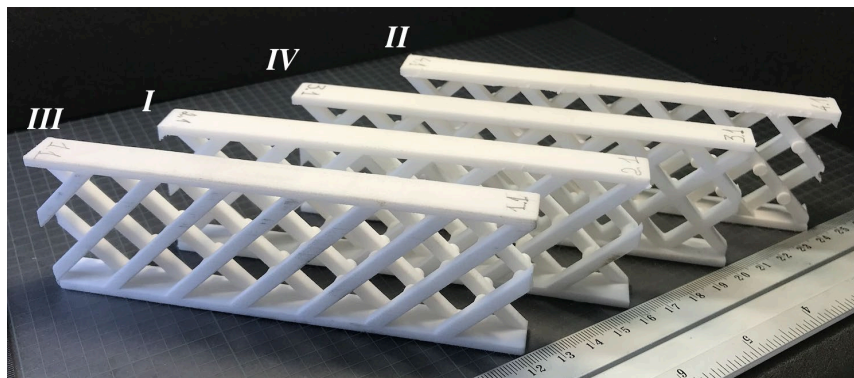


Рис.1. Изготовленные трехслойные образцы с сетчатыми заполнителями различной структуры

Шаг стержней в заполнителе составляет 10 мм, что определяет размер ячейки периодичности, которую можно условно выделить в таких структурах. Балки, из которых состоит заполнитель, образуют два набора, в каждом из которых балки расположены только под углом $+45^\circ$ или -45° . Эти наборы разнесены друг относительно друга на небольшое расстояние равное 4 мм.

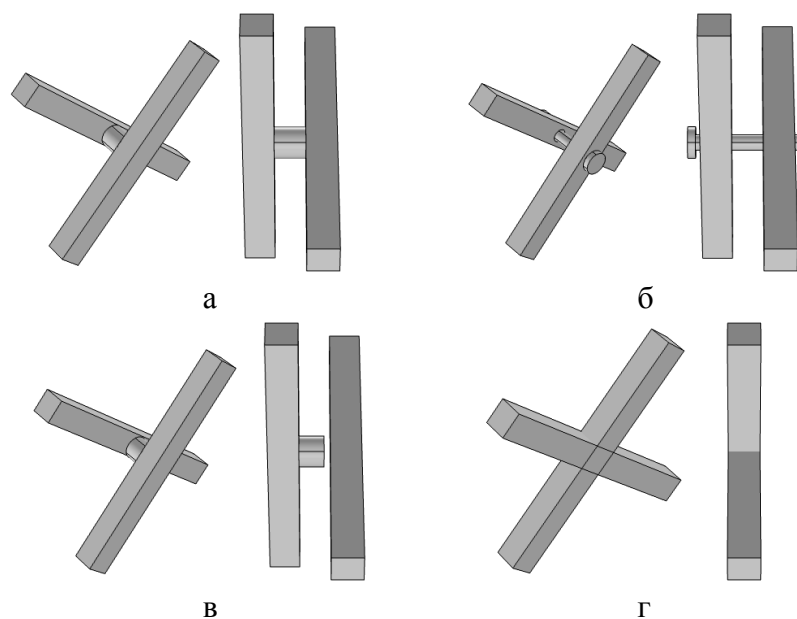


Рис.2. Соединения между балками, образующими сетчатый заполнитель в различных вариантах изготовленных структур; а – вариант I с передачей момента и усилий, б – вариант II с передачей только усилий (плоское шарнирное соединение), в – вариант III без соединений, г – вариант с пересекающимися балками. Показан вид в изометрии и вид сбоку.

Рассмотрены следующие варианты соединений балок, образующих заполнитель. Во-первых, рассматривается жесткое соединение в местах пересечений балок, которое реализовано с использованием коротких стержней диаметром 4 мм, ориентированных перпендикулярно плоскости расположения слоев заполнителя и обеспечивающих передачу изгибающих моментов и усилий между балками (вариант заполнителя I, рис.2а). Далее рассмотрен вариант шарнирного соединения, при котором в точках пересечения балок располагаются

неразъемные штифтовые соединения с гладкими штифтами цилиндрической формы (вариант заполнителя II, рис.2б). Такой вариант соединений обеспечивает передачу только усилий между балками, и он является наиболее типичным для пантографических метаматериалов [27]. Следующим вариантом заполнителя является структура, вообще не содержащая соединений в точках пересечения стержней, которые, таким образом, прикрепляются своими концами только к несущим слоям (вариант заполнителя III, рис.2в). При изготовлении таких образцов в них присутствовали жесткие поперечные стержни (как в варианте I), которые, однако, присоединялись только к балкам из одного слоя, и обеспечивали одинаковую погонную массу образцов. Четвертым вариантом заполнителя является обычная сетчатая структура, которая представляет собой плоскую раму с крестообразной или ромбовидной ячейкой периодичности (вариант заполнителя IV, рис.2г). В такой структуре все стержни находятся в одной плоскости и, за счет присутствующих пересечений, между ними, очевидно, передаются и моменты, и усилия также, как и в первом варианте заполнителя I. Всего было изготовлено и испытано по 4 образца с каждым вариантом заполнителя.

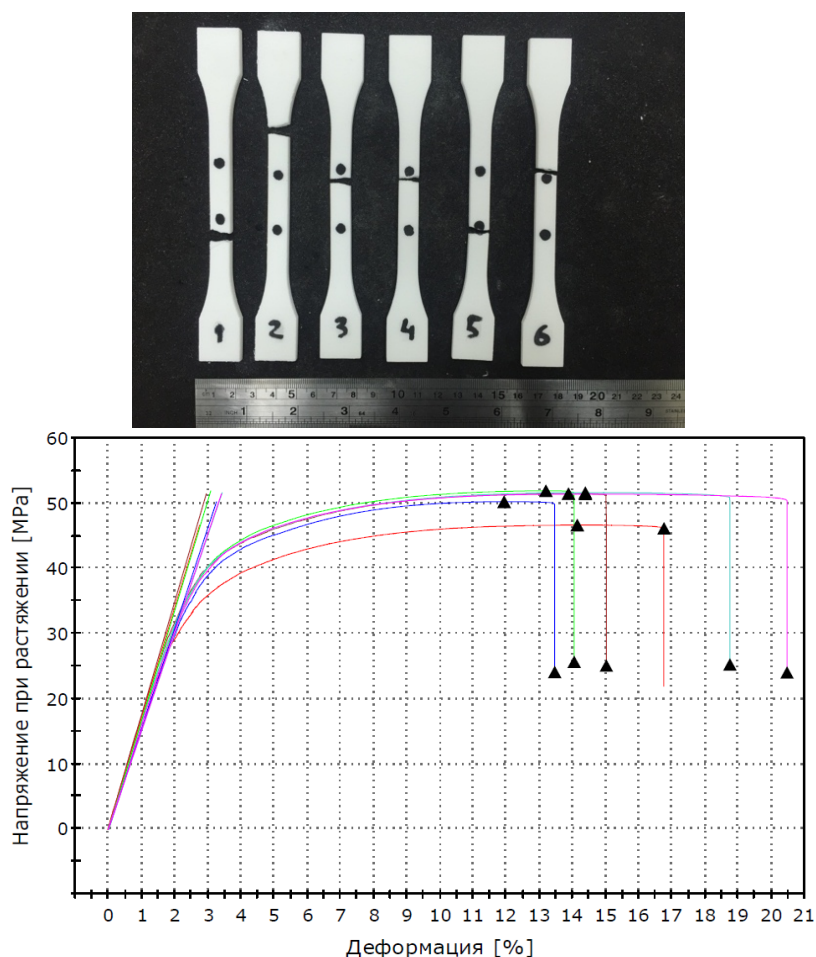


Рис.3. Определение механических свойств материала образцов на стандартных образцах в испытаниях на растяжение.

Образцы были изготовлены по технологии SLS на 3д принтере EOSINT P395 из полиамида PA-6. При печати модели образцов располагались несущими слоями на базовой платформе принтера и выращивались в направлении собственной толщины (от нижнего к верхнему несущему слою). Материал печати,

полиамид РА-6, является термопластом и обладает относительно высокими механическими свойствами (см. рис.3). Для испытанных стандартных образцов, выращенных в плоскости печати, было получено, что их модуль упругости составляет 1.7 ГПа, предел пропорциональности 35 МПа (при растяжении) и 45 МПа (при сжатии), предельные деформации не менее 13% и предел прочности при растяжении 51 МПа. При сжатии образцы не разрушались, деформируясь пластически.

Изготовленные образцы были испытаны на маятниковом копре по схеме двухопорного ударного изгиба. Образцы располагались на опорах таким образом, чтобы удар приходился перпендикулярно плоскости одного из несущих слоев. Энергия удара E задавалась начальным расположением ударника (молота) и вычислялась по формуле (согласно ГОСТ 34373-2017)

$$E = M(1 - \cos \alpha_0),$$

где $M = 5,136$ Н м – горизонтальный момент используемого маятника, α_0 – начальный угол отклонения маятника (угол спуска) и предполагается, что угол удара, приблизительно, равен 0.

В испытаниях угол спуска задавался от 72° до максимально возможных 147° (на используемой установке), что соответствует диапазону энергий удара 3.55-9.4 Дж. Минимальное значение энергии удара было выбрано с целью получения частичного пробития всех типов испытанных трехслойных образцов.

По результатам испытаний регистрировался характер разрушения образцов – частичное пробитие или сквозное пробитие образца, фиксировался размер зоны разрушения (см. фотографии в следующем разделе). При сквозном пробитии вычислялось значение поглощенной энергии удара по формуле

$$E_n = M(\cos \alpha_r - \cos \alpha_0),$$

где α_r – угол подъема маятника, который регистрировался в испытаниях после разрушения и прохождения молота насквозь образца.

2. РЕЗУЛЬТАТЫ

Результаты испытаний всех образцов представлены в таблице 1. Фотографии образцов, испытанных с энергией удара $E = 5.4$ Дж и $E = 9.4$ Дж представлены на рис.4.

Таблица 1.
Результаты испытаний (Ч – частичное пробитие, С – сквозное пробитие с указанием поглощенной энергии в джоулях).

Тип заполнителя	Энергия удара [Дж]			
	3.6	5.4	7.5	9.4
1	Ч	Ч	Ч	Ч
2	Ч	Ч	С (7.5)*	С (9.4)*
3	Ч	С (5,35)	Ч	С (8,7)
4	Ч	С (2,27)	С (4,1)	С (2,7)

* При ударе молот застревал между опорами и осколками образцов.

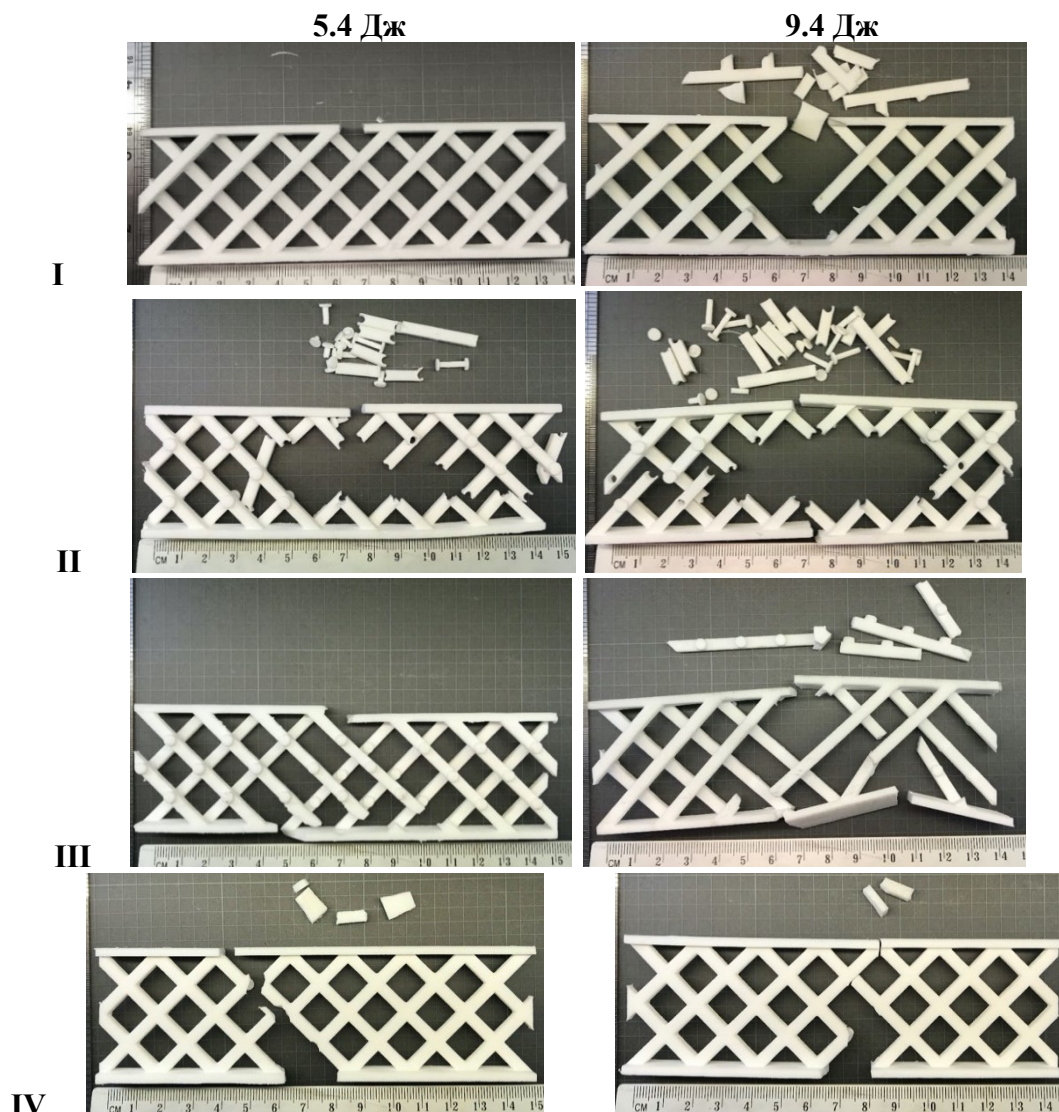


Рис.4. Фотографии образцов с разными вариантами заполнителей после испытаний с энергией удара 5.4 Дж и 9.4 Дж.

По результатам испытаний было установлено, что во всем диапазоне энергий удара самыми стойкими оказались образцы с заполнителем варианта I (рис.2а). В таких образцах при самом малом значении энергии удара был разрушен только верхний несущий слой и один стержень в заполнителе, а при максимальной энергии удара целым оставался нижний несущий слой (см. рис.4,I). Зона разрушения образца ограничивалась 1-2 ячейками вблизи линии удара.

Образцами с самой низкой стойкостью к удару оказались балки с вариантом заполнителя IV (рис.2г), в которых сквозное пробитие происходило уже при энергии 5.4 Дж. Для этих образцов характерным является тот факт, что при более низких значениях энергии удара поверхность разрушения в них проходит под углом $\sim 45^\circ$ к линии удара, а при ее повышении образец разрушается вдоль линии удара (см. рис.4, IV). Этот эффект можно объяснить сменой механизма разрушения – от изгиба (при низких энергиях удара) к срезу (при более высоких энергиях). Также было установлено, что в образцах этого типа, поглощается относительно небольшое количество энергии – не более 50%

от начальной энергии молота. Поверхность разрушения проходит по пересечениям стержней в заполнителе, на затрагивая соседние ячейки.

Образцы с вариантом заполнителя III (рис.2в), ожидаемо обладали достаточно низкой стойкостью к удару и разрушались уже при $E = 5.4$ Дж. Частичное пробитие этих образцов при 7.5 Дж, по-видимому, связано в некоторым статистическим разбросом прочности материала и с особенностью расположения образца на опорах (линия удара приходится между стержнями в заполнителе или на их контакте с несущим слоем). Отличием таких образцов является тот факт, что разрушение в них реализовывалось, в том числе, на достаточно большом удалении от линии удара – при максимальной энергии удара образец полностью разрушался, с одной стороны. Уровень поглощения энергии в таких образцах был достаточно высокий – не менее 90% от начальной.

Необычный механизм разрушения реализовывался в образцах с заполнителем типа II, с шарнирными соединениями между балками. Оказалось, что этот вид образцов обеспечивал полную остановку молота во всем рассмотренном диапазоне энергии удара, также как и образцы типа I. Однако, если для низких значений энергии удара происходило обычное частичное разрушение образца, с упругим отскоком молота, то для более высоких энергий (7.5 Дж, 9.4 Дж) происходило полное разрушение образца на мелкие осколки, которые, разлетаясь в процессе удара, попадали, в том числе, на линию прохождения молота и, останавливали его, забивая проем между опорами. Характер такого разрушения в сопоставлении с первым вариантом заполнителя представлен на рис.5 для энергии удара 7.4 Дж. Здесь показан момент времени спустя ~0.02 сек. после остановки молота, при котором в наиболее прочных структурах (вариант I, рис.5а) происходил отскок молота с повреждением верхней части образца, а в структурах с шарнирными соединениями молот застревал непосредственно между опорам (рис.5б). Именно поэтому в таблице 1 указано, что в случае заполнителя типа II происходит полное поглощение энергии удара при фактическом сквозном пробитии образца.

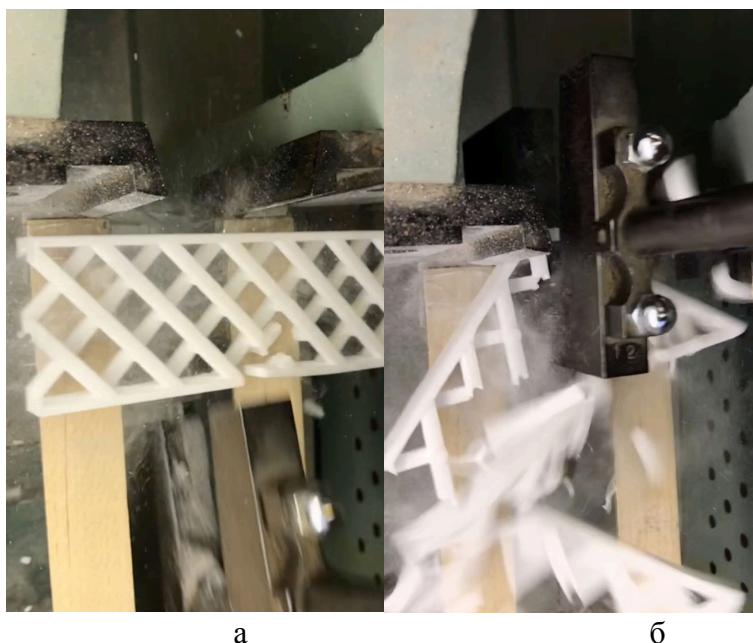


Рис.5. Характер остановки молота образцами с различными типами заполнителей при энергии удара 7.4 Дж (а – I, б – II).

Зона разрушения в образцах с шарнирными соединениями (вариант II) была максимальной среди всех испытанных образцов. При энергии удара $E = 3.6$ Дж эта зона занимала 3 ячейки вблизи линии удара, но уже при $E = 5.4$ Дж, она составляла 5 ячеек (образец разрушался полностью с одной стороны), а при более высоких энергиях удара, разрушение заполнителя на мелкие осколки происходило вдоль всей длины образца, то есть в зоне 7 ячеек вблизи линии удара (см. рис.4). Интересно отметить, что точки разрушения несущих слоев в таких образцах располагались на одной линии (на линии удара). Таким образом, ударник, проходя сквозь заполнитель варианта II, разрушал его на значительное расстояние в обе стороны, теряя при этом часть запасенной кинетической энергии и не вызывая общего смещения образца.

ВЫВОДЫ

По результатам проведенных испытаний можно сделать следующие выводы:

1) Испытанные трехслойные образцы с заполнителями в виде пантографических метаматериалов являются, потенциально, перспективными структурами для создания ударопоглощающих и ударопрочных конструкций, которые могут превосходить по своим показателям обычные облегченные сетчатые заполнители.

2) Основной причиной установленных эффектов повышения ударопрочности и энергопоглощения является, по-видимому, нелокальный характер связей внутри заполнителя, при котором за счет растяжения/сжатия/изгиба образующих его стержней, внешняя нагрузка перераспределяется по большему объему материала и приводят к более интенсивной диссипации энергии удара. Вообще говоря, представленные структуры относятся к классу *bending-dominated* метаматериалов, который наиболее эффективен для ударопоглощения.

3) Особенностью испытанных образцов является их асимметрия (за исключением заполнителя IV). Это может являться дополнительной причиной повышения ударостойкости, влияние которой можно исключить, изготавливая более широкие образцы с четырьмя симметрично расположенными слоями балок в заполнителе. Испытание таких образцов, а также моделирование и проектирование рассматриваемых структур, в том числе, с привлечением моделей обобщенных континуумов, является задачей для будущей работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Bertoldi K. et al. *Flexible mechanical metamaterials* // Nature Reviews Materials. – 2017. – Vol.2. – No.11. – Pp.1-11.
2. Rocklin D.Z. et al. *Transformable topological mechanical metamaterials* // Nature communications. – 2017. – Vol.8. – No.1. – Pp.1-9.
3. Barchiesi E., Spagnuolo M., Placidi L. *Mechanical metamaterials: a state of the art* // Mathematics and Mechanics of Solids. – 2019. – Vol.24. – No.1. – Pp.212-234.
4. Cui T.J., Smith D.R., Liu R. *Metamaterials*. – Spring Street, NY: Springer, 2010. – 367 p.
5. Kolken H.M.A., Zadpoor A.A. *Auxetic mechanical metamaterials* // RSC advances. – 2017. – Vol.7. – No.9. – Pp.5111-5129.
6. Wang Q. et al. *Lightweight mechanical metamaterials with tunable negative thermal expansion* // Physical review letters. – 2016. – Vol.117. – No.17. – Pp.175901.

7. Goldsberry B.M., Haberman M.R. *Negative stiffness honeycombs as tunable elastic metamaterials* // Journal of Applied Physics. – 2018. – Vol.123. – No.9. – Pp.091711.
8. Lee S.H., Wright O.B. *Origin of negative density and modulus in acoustic metamaterials* // Physical Review B. – 2016. – Vol.93. – No.2. – Pp.024302.
9. Федотовский В.С. *Пористая среда как акустический метаматериал с отрицательными инерционными и упругими свойствами* // Акустический журнал. – 2018. – Т.64. – №5. – С.547-553.
10. Grima J.N. et al. *Smart metamaterials with tunable auxetic and other properties* // Smart Materials and Structures. – 2013. – Vol.22. – No.8. – Pp.084016.
11. Mirzaali M.J. et al. *Shape-matching soft mechanical metamaterials* // Scientific reports. – 2018. – Vol.8. – No.1. – Pp.1-7.
12. Jiang Y. et al. *Auxetic mechanical metamaterials to enhance sensitivity of stretchable strain sensors* // Advanced Materials. – 2018. – Vol.30. – No.12. – Pp.1706589.
13. Wang K. et al. *Dual-material 3D printed metamaterials with tunable mechanical properties for patient-specific tissue-mimicking phantoms* // Additive Manufacturing. – 2016. – Vol.12. – Pp.31-37.
14. Chen Q., Zhang X., Zhu B. *Design of buckling-induced mechanical metamaterials for energy absorption using topology optimization* // Structural and Multidisciplinary Optimization. – 2018. – Vol.58. – No.4. – Pp.1395-1410.
15. Imbalzano G. et al. *Three-dimensional modelling of auxetic sandwich panels for localised impact resistance* // Journal of Sandwich Structures & Materials. – 2017. – Vol.19. – No.3. – Pp.291-316.
16. Madke R.R., Chowdhury R. *Anti-impact behavior of auxetic sandwich structure with braided face sheets and 3D re-entrant cores* // Composite Structures. – 2020. – Vol.236. – Pp.111838.
17. Novak N. et al. *Blast response study of the sandwich composite panels with 3D chiral auxetic core* // Composite Structures. – 2019. – Vol.210. – Pp.167-178.
18. Lakes R.S. *Saint-Venant end effects for materials with negative Poisson's ratios* // J. Applied Mechanics. – 1992. – Vol.59. – Pp.744-746.
19. Yu X. et al. *Mechanical metamaterials associated with stiffness, rigidity and compressibility: A brief review* // Progress in Materials Science. – 2018. – Vol.94. – Pp.114-173.
20. Frenzel T., Kadic M., Wegener M. *Three-dimensional mechanical metamaterials with a twist* // Science. – 2017. – Vol.358. – No.6366. – Pp.1072-1074.
21. Madeo A. et al. *On the role of micro-inertia in enriched continuum mechanics* // Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences. – 2017. – Vol.473. – No.2198. – Pp.20160722.
22. Rokoš O. et al. *Micromorphic computational homogenization for mechanical metamaterials with patterning fluctuation fields* // Journal of the Mechanics and Physics of Solids. – 2019. – Vol.123. – Pp.119-137.
23. Madeo A. et al. *Wave propagation in relaxed micromorphic continua: modeling metamaterials with frequency band-gaps* // Continuum Mechanics and Thermodynamics. – 2015. – Vol.27. – No.4-5. – Pp.551-570.
24. Lurie S.A., Kalamkarov A.L., Solyaev Y.O., Ustenko A.D., Volkov A.V. *Continuum micro-dilatation modeling of auxetic metamaterials* // International Journal of Solids and Structures. – 2018. – Vol.132. – Pp.188-200.

25. Solyaev Y., Lurie S., Ustenko A. *Numerical modeling of a composite auxetic metamaterials using micro-dilatation theory* // Continuum Mechanics and Thermodynamics. – 2019. – Vol.31. – No.4. – Pp.1099-1107.
26. Cummer S. A., Christensen J., Alù A. *Controlling sound with acoustic metamaterials* // Nature Reviews Materials. – 2016. – Vol.1. – No.3. – Pp.16001.
27. Dell’Isola F. et al. *Pantographic metamaterials: an example of mathematically driven design and of its technological challenges* // Continuum Mechanics and Thermodynamics. – 2019. – Vol.31. – No.4. – Pp.851-884.
28. Eremeyev V.A. et al. *Linear pantographic sheets: existence and uniqueness of weak solutions* // Journal of Elasticity. – 2018. – Vol.132. – No.2. – Pp.175-196.
29. Zheng X. et al. *Multiscale metallic metamaterials* // Nature materials. – 2016. – Vol.15. – No.10. – Pp.1100-1106.

REFERENCES

1. Bertoldi K. et al. *Flexible mechanical metamaterials*. Nature Reviews Materials, 2017, Vol.2, No.11, Pp.1-11.
2. Rocklin D.Z. et al. *Transformable topological mechanical metamaterials*. Nature communications, 2017, Vol.8, No.1, Pp.1-9.
3. Barchiesi E., Spagnuolo M., Placidi L. *Mechanical metamaterials: a state of the art*. Mathematics and Mechanics of Solids, 2019, Vol.24, No.1, Pp.212-234.
4. Cui T.J., Smith D.R., Liu R. *Metamaterials*. Spring Street, NY, Springer, 2010, 367p.
5. Kolken H.M.A., Zadpoor A.A. *Auxetic mechanical metamaterials*. RSC advances, 2017, Vol.7, No.9, Pp.5111-5129.
6. Wang Q. et al. *Lightweight mechanical metamaterials with tunable negative thermal expansion*. Physical review letters, 2016, Vol.117, No.17, Pp.175901.
7. Goldsberry B.M., Haberman M.R. *Negative stiffness honeycombs as tunable elastic metamaterials*. Journal of Applied Physics, 2018, Vol.123, No.9, Pp.091711.
8. Lee S.H., Wright O.B. *Origin of negative density and modulus in acoustic*. Physical Review B, 2016, Vol.93, No.2, Pp.024302.
9. Fedotovskii V.S. *A porous medium as an acoustic metamaterial with negative inertial and elastic properties*. Acoustical physics, 2018, Vol.64, No.5, Pp.548-554.
10. Grima J.N. et al. *Smart metamaterials with tunable auxetic and other properties*. Smart Materials and Structures, 2013, Vol.22, No.8, Pp.084016.
11. Mirzaali M.J. et al. *Shape-matching soft mechanical metamaterials*. Scientific reports, 2018, Vol.8, No.1, Pp.1-7.
12. Jiang Y. et al. *Auxetic mechanical metamaterials to enhance sensitivity of stretchable strain sensors*. Advanced Materials, 2018, Vol.30, No.12, Pp.1706589.
13. Wang K. et al. *Dual-material 3D printed metamaterials with tunable mechanical properties for patient-specific tissue-mimicking phantoms*. Additive Manufacturing, 2016, Vol.12, Pp.31-37.
14. Chen Q., Zhang X., Zhu B. *Design of buckling-induced mechanical metamaterials for energy absorption using topology optimization*. Structural and Multidisciplinary Optimization, 2018, Vol.58, No.4, Pp.1395-1410.
15. Imbalzano G. et al. *Three-dimensional modelling of auxetic sandwich panels for localised impact resistance*. Journal of Sandwich Structures & Materials, 2017, Vol.19, No.3, Pp.291-316.
16. Madke R.R., Chowdhury R. *Anti-impact behavior of auxetic sandwich structure with braided face sheets and 3D re-entrant cores*. Composite Structures, 2020, Vol.236, Pp.111838.

17. Novak N. et al. *Blast response study of the sandwich composite panels with 3D chiral auxetic core*. Composite Structures, 2019, Vol.210, Pp.167-178.
18. Lakes R.S. *Saint-Venant end effects for materials with negative Poisson's ratios*. J. Applied Mechanics, 1992, Vol.59, Pp.744-746.
19. Yu X. et al. *Mechanical metamaterials associated with stiffness, rigidity and compressibility: A brief review*. Progress in Materials Science, 2018, Vol.94, Pp.114-173.
20. Frenzel T., Kadic M., Wegener M. *Three-dimensional mechanical metamaterials with a twist*. Science, 2017, Vol.358, No.6366, Pp.1072-1074.
21. Madeo A. et al. *On the role of micro-inertia in enriched continuum mechanics*. Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences, 2017, Vol.473, No.2198, Pp.20160722.
22. Rokoš O. et al. *Micromorphic computational homogenization for mechanical metamaterials with patterning fluctuation fields*. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 2019, Vol.123, Pp.119-137.
23. Madeo A. et al. *Wave propagation in relaxed micromorphic continua: modeling metamaterials with frequency band-gaps*. Continuum Mechanics and Thermodynamics, 2015, Vol.27, No.4-5, Pp.551-570.
24. Lurie S.A., Kalamkarov A.L., Solyaev Y.O., Ustenko A.D., Volkov A.V. *Continuum micro-dilatation modeling of auxetic metamaterials*. International Journal of Solids and Structures, 2018, Vol.132, Pp.188-200.
25. Solyaev Y., Lurie S., Ustenko A. *Numerical modeling of a composite auxetic metamaterials using micro-dilatation theory*. Continuum Mechanics and Thermodynamics, 2019, Vol.31, No.4, Pp.1099-1107.
26. Cummer S.A., Christensen J., Alù A. *Controlling sound with acoustic metamaterials*. Nature Reviews Materials, 2016, Vol.1, No.3, Pp.16001.
27. Dell'Isola F. et al. *Pantographic metamaterials: an example of mathematically driven design and of its technological challenges*. Continuum Mechanics and Thermodynamics, 2019, Vol.31, No.4, Pp.851-884.
28. Eremeyev V.A. et al. *Linear pantographic sheets: existence and uniqueness of weak solutions*. Journal of Elasticity, 2018, Vol.132, No.2, Pp.175-196.
29. Zheng X. et al. *Multiscale metallic metamaterials*. Nature materials, 2016, Vol.15, No.10, Pp.1100-1106.

Поступила в редакцию 7 мая 2020 года.

Сведения об авторах:

Соляев Юрий Олегович – к.ф.-м.н., с.н.с., ФГБУН Институт прикладной механики РАН, г. Москва, Россия; e-mail: yos@iam.ras.ru

Лурье Сергей Альбертович – д.т.н., гл.н.с., ФГБУН Институт прикладной механики РАН, г. Москва, Россия; e-mail: salurie@mail.ru

Бабайцев Арсений Владимирович – м.н.с., ФГБОУ ВО «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)», г. Москва, Россия; e-mail: ar7eny-f_i@mail.ru

Рипецкий Андрей Владимирович – к.ф.-м.н., доц., ФГБОУ ВО «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)», г. Москва, Россия; e-mail: a.ripetskiy@mail.ru

Добрянский Василий Николаевич – асп., МАИ, ФГБОУ ВО «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)», г. Москва, Россия; e-mail: dobryansky.vasily@yandex.ru

Шумская София Андреевна – магистр, ФГБОУ ВО «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)», г. Москва, Россия; e-mail: so-shum@yandex.ru