# РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ О НАГРУЖЕНИИ ТОНКОСТЕННЫХ СФЕРЫ И ЦИЛИНДРА ИЗ СПЛАВА С ПАМЯТЬЮ ФОРМЫ, С УЧЕТОМ РАЗНОСОПРОТИВЛЯЕМОСТИ МАТЕРИАЛА В РЕЖИМЕ МАРТЕНСИТНОЙ НЕУПРОУГОСТИ

### Шарунов А.В.

ФГБОУ ВО «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)», г. Москва, Россия

#### АННОТАЦИЯ

В работе получено аналитическое решение задач о напряженно - деформируемом состоянии (НДС) тонкостенных элементов конструкций, таких как сфера и цилиндр, из сплава с памятью формы (СПФ), находящейся под действием внутреннего или внешнего давления нагружаемых в режиме мартенситной неупругости (MH) или в процессе прямого превращения без учета упругих деформаций и с учетом свойства разносопротивляемости материала. Под разносопротивляемостью понимается зависимость материальных констант этих сплавов от параметра вида напряженного состояния. В качестве параметра вида напряженного состояния используется параметр, связанный с третьим инвариантом девиатора напряжений. В рамках работы принимается линейная зависимость материальных констант от параметра вида напряженного состояния. Решение получено на основе модели нелинейного деформирования СПФ при фазовых и структурных превращениях. При решении задачи используется положение об активных процессах пропорционального нагружения.

В рамках рассматриваемого процесса деформирования продемонстрировано влияние разносопротивляемости СПФ, на величину раздачи (обжатия) тонкостенных конструкций. Моделирование раздачи и обжатия тонкостенных конструкций выполнено с учетом осевой симметрии. Тонкостенные цилиндры рассматриваются в предположении о плоской деформации (ПД) и плоском напряженном состоянии (ПНС).

Установлено, что параметр вида напряженного состояния тонкостенного цилиндра в предположении о ПД имеет такое же значение, как при чистом сдвиге, как при внутреннем, так и при внешнем давлении, а в предположении о ПНС такое же значение как при одноосном растяжении при внутреннем давлении и одноосном сжатии при внешнем.

Установлено, что при одинаковом нагружении (внутреннем или внешнем давлении) параметр вида напряженного состояния для тонкостенной сферы и тонкостенного цилиндра имеет различные значения.

Ключевые слова: сплавы с памятью формы; мартенситная неупругость; разносопротивляемость; тонкостенная сфера, тонкостенный цилиндр; давление

# SOLUTION OF LOADING PROBLEMS ON THIN-WALLED SPHERES AND CYLINDERS OF SHAPE MEMORY ALLOY, TAKING INTO ACCOUNT STRESS STATE INFLUENCE IN THE MARTENSITIC INELASTICITY MODE

## Sharunov A.V.

Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, Russia

#### ABSTRACT

In the work, an analytical solution of the problem on the stress-strain state (SSS) of a thin-walled sphere and a cylinder of a shape memory alloy (SMA), which is under the influence of internal or external pressure, is loaded in the mode of martensitic inelasticity (MN) or in the process direct transformation without taking into account elastic deformations and taking into account the property of material tension-compression asymmetry. Under the property, tension-compression asymmetry refers to the dependence of the material constants of these alloys on the type parameter of the state of stress. The parameter associated with the third invariant of the stress deviator is used as a parameter of the type of stress state. In the framework of the work, a linear dependence of material constants on the type parameter of the stress of the stress of the stress of the stress state is taken. The solution was obtained on the basis of the model of nonlinear deformation of SMA during phase and structural transformations. When solving the problem without taking into account elastic deformations, the provision on active processes of proportional loading is used.

In the framework of the deformation process under consideration, the influence of the SMA diversity resistance on the distribution (compression) of thin-walled structures is demonstrated. The distribution and compression of thin-walled structures are simulated taking into account axial symmetry. Thin-walled cylinders are considered under the assumption of plane deformation (PD) and plane stress state (PSS).

It has been established that the parameter of the state of stress of a thin-walled cylinder under the assumption of PD is the same as under pure shear, both under internal and external pressure, and under the assumption of PSS, it is the same as under uniaxial tension at internal pressure and uniaxial compression at external.

It was established that under the same loading (internal or external pressure), the parameter of the state of stress for a thin-walled sphere and a thin-walled cylinder has different values.

**Keywords:** shape memory alloys; martensitic transformation; tension-compression asymmetry; thin-walled sphere, thin-walled cylinder; pressure

### введение

Для активного применения уникальных термомеханических свойств СПФ в технике [1] требуется наличие достоверных решений краевых задач механики этих сплавов [2]. Однако, получение подобных решений затрудненно ввиду объективной сложности определяющих соотношений СПФ, для которых зачастую невозможно получить аналитическое решение рассматриваемой краевой задачи.

Кроме этого, экспериментально установлено, что напряженнодеформированное состояние (НДС) СПФ как качественно, так и количественно зависит от вида напряженного состояния [3]. Расчет НДС конструкций, содержащих СПФ, осложняется тем фактом, что эти сплав являются разносопротивляющимися растяжению-сжатию и их соответствующие диаграммы деформирования имеют качественные различия. Данное явление характерно и для режимов мартенситной неупругости [3-5] сверхупругости [6-8], и для процесса прямого термоупругого мартенситного превращения [9-13].

Для корректного описания поведения СПФ с учетом их разносопротивляемости требуется определение зависимости материальных констант и функций сплава от параметра вида напряженного состояния, что требует проведения большого объема экспериментальных работ [4-5].

Узкий круг работ посвящен решению задач о термомеханическом поведении элементов конструкций из СПФ с учетом свойства разносопротивляемости. Среди

них решение задачи об изгибе балки из СПФ при различных механизмах термосилового воздействия, с учетом разносопротивляемости этих сплавов [14-15] на основе моделей [16-21]. Решению аналогичных краевых задач без учета свойства асимметрии кривых деформирования СПФ посвящены работы [22-26] также на основе модели [15-18]. Работы [27-30] посвящены задачам о потере устойчивости элементов из СПФ, вызванной обратными термоупругими фазовыми превращениями, при решении которых требуется учет влияния вида напряженного состояния на процесс деформирования СПФ. В работе [31] рассматривается численное решение задачи о толстостенной сфере из СПФ с учетом разносопротивляемости этих сплавов. В работах [32,33] выполнено численное моделирование процесса деформирование СПФ в низкотемпературном мартенситном фазовом состоянии с учетом разносопротивляемости этих сплавов. Решению краевых задач без учета свойства асимметрии кривых деформирования СПФ посвящены работы [34-37].

В [24,25] получены решения задач о поведении толстостенной цилиндрической оболочки и сферы из СПФ, материал которых претерпевает прямое термоупругое фазовое превращение под действием постоянного внутреннего давления [25] или постоянных внутреннего или внешнего давления и осевой силы [24]. Однако в этих работах нагружение в режиме мартенситной неупругости не рассматривается, эффект разносопротивляемости СПФ не учитывается.

В данной работе получено аналитическое решение задач о НДС тонкостенных конструкций, таких как сфера и цилиндр, из СПФ, без учета упругих деформаций, как в режиме мартенситной неупругости, так и в процессе прямого мартенситного термоупругого превращения. Приведенное в работе решение учитывает зависимость НДС тонкостеннных конструкций от видна напряженного состояния.

## 1. МОДЕЛЬ ТЕРМОМЕХАНИЧЕСКОГО ПОВЕДЕНИЯ СПФ

Для описания процесса деформирования СПФ используется система определяющих соотношений модели нелинейного деформирования СПФ при фазовых и структурных превращениях [16-21], в рамках которой предполагается аддитивное представление приращения тензора полных деформаций, при их малости

$$d\varepsilon_{ij} = d\varepsilon_{ij}^{e} + d\varepsilon_{ij}^{phst} + d\varepsilon_{ij}^{T},$$
  

$$d\varepsilon_{ij}^{phst'} = d\varepsilon_{ij}^{ph'} + d\varepsilon_{ij}^{st}.$$
(1)

Приращение фазовых деформаций

$$\begin{cases} d\varepsilon_{ij}^{ph'} = \omega_{ij}^{-} dq, \, \omega_{ij}^{-} = \left(\frac{3}{2}\rho_{D1}(\mu)\frac{\sigma_{ij}^{'}}{\sigma_{i}}(1-qf(q))F_{1}(\sigma_{i}) + f(q)\varepsilon_{ij}^{phst'}\right) \text{ при } dq > 0 \\ d\varepsilon_{ij}^{ph'} = \omega_{ij}^{-} dq, \, \omega_{ij}^{-} = \frac{\varepsilon_{ij}^{phst'}}{q} \text{ при } dq < 0 \end{cases}$$

Здесь первая строчка соответствует прямому, а вторая – обратному превращению. Приращение структурных деформаций как при прямом, так и при обратном мартенситном превращении

$$d\varepsilon_{ij}^{st} = \frac{3}{2}\rho_{D2}(\mu)\frac{\sigma_{ij}'}{\sigma_i}qF_2'(\sigma_i)d\sigma_i \text{ при } \begin{cases} \sigma_i = \sigma_{i\max} \\ d\sigma_i > 0 \end{cases} \text{ иначе } d\varepsilon_{ij}^{st} = 0.$$

Здесь q – параметр фазового состава (объемная доля мартенситной фазы),  $\sigma_{ii}', \sigma_{i}$ – девиатор и интенсивность тензора напряжений,  $\rho_{D1}(\mu_{\sigma}), \rho_{D2}(\mu_{\sigma})$  – предельные значения интенсивности фазовой и структурной деформации, зависящие, вообще говоря, от параметра вида напряженного состояния  $\mu$ ;  $F_1(\sigma_i), F_2(\sigma_i)$  – материальные функции, трактуемые как интегральные функции распределения интенсивности микронапряжений в представительном объеме поликристаллического СПΦ (аустенитное И мартенситное состояния соответственно) [15],  $F'_{2}(\sigma_{i})$  – производная соответствующей функции по ее аргументу; f(q) – функция, определяющая соотношение между приращениями объемной доли мартенсита за счет зарождения и развития мартенситных мезоэлементов при прямом превращении (при обратном превращении f(q) = 1/q).

Для получения аналитического решения задачи используется положение об активных процессах пропорционального нагружения [16]. Тогда формула для фазово-структурных деформаций имеет следующий вид

$$\varepsilon_{ij}^{phst} = \varepsilon_0 q \delta_{ij} + \frac{3}{2} \rho_{D1} \left( \mu \right) \frac{\sigma_{ij}}{\sigma_i} q F(\sigma_i), \qquad (2)$$

где  $\varepsilon_0$  – линейная деформация объемного эффекта реакции прямого превращения.

В случае прямого превращения под действием постоянного напряжения  $\sigma'_{ii} = const$  структурное превращение отсутствует, и формула (2) приобретает вид

$$\varepsilon_{ij}^{ph'} = \frac{3}{2} \frac{\sigma_{ij}}{\sigma_i} \rho_{D1}(\mu) q F_1(\sigma_i).$$

Интенсивность фазовой деформации

$$\varepsilon_i^{ph} = \rho_{D1}(\mu_{\sigma}) q F_1(\sigma_i). \tag{3}$$

В случае структурного перехода при монотонно возрастающей интенсивности напряжений в отсутствие фазового превращения (q = 1) формула (1.2) приобретает вид

$$\varepsilon_{ij}^{st} = \frac{3}{2} \rho_{D2}(\mu) \frac{{\sigma'_{ij}}}{\sigma_i} F_2(\sigma_i).$$

Интенсивность структурной деформации

$$\varepsilon_i^{st} = \rho_{D2}(\mu_{\sigma}) F_2(\sigma_i). \tag{4}$$

На основе экспериментальных данных [3] установлено, что для аппроксимации диаграммы прямого превращения и диаграммы мартенситной неупругости с учетом разносопротивляемости материала, наилучшим образом подходит  $\gamma$  – гамма распределение, такое, что функции  $F_k(\sigma_i)$  запишутся следующим образом

$$F_k\left(\sigma_i\right) = \varphi\left(\frac{\sigma_i}{\sigma_{0k}}, \alpha_k\right) = \gamma\left(\frac{\sigma_i}{\sigma_{0k}}, \alpha_k\right) = \frac{1}{\Gamma\left(\alpha_k\left(\mu_{\sigma}\right)\right)} \int_{0}^{\frac{\sigma_i}{\sigma_{0k}}} t^{\alpha_k\left(\mu_{\sigma}\right)-1} \exp\left(-t\right) dt,$$

где  $\alpha$ ,  $\sigma_0$  – параметры материала,  $\Gamma$  – гамма функция.

В работе полагается, что параметры материала  $\alpha$ ,  $\sigma_0$ ,  $\rho_D$  линейно зависят от  $\mu_\sigma$ .

В [10] в качестве параметра вида напряженного состояния  $\mu_{\sigma}$  предлагается использовать параметр, связанный со 2-м и 3-м инвариантом девиатора напряжений

$$\mu_{\sigma} = \frac{27}{2} \frac{J_3}{\sigma_i^3} = \frac{27}{2} \frac{\det(\sigma_{ij}')}{\sigma_i^3}.$$
(5)

Здесь  $J_3$  – третий инвариант девиатора напряжений. Параметр  $\mu_{\sigma}$  может принимать значение от 1 (одноосное растяжение) до -1 (одноосное сжатие). Случай, когда  $\mu_{\sigma} = 0$  соответствует чистому сдвигу.

## 2. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ О НДС ТОНКОСТЕННЫХ КОНСТРУКЦИЯХ ИЗ СПФ, НАХОДЯЩИХСЯ ПОД ДАВЛЕНИЕМ

### 2.1. Задачи о НДС тонкостенной сферы из СПФ.

В силу симметрии геометрии тела и действующей нагрузки НДС тела является также сферически симметричным и в сферической системе координат  $(r, \varphi, \chi)$  выполняется

$$\sigma_{\varphi} = \sigma_{\chi}, \ \varepsilon_{\varphi} = \varepsilon_{\chi}, \ \sigma_{r} = \sigma_{r\varphi} = \sigma_{r\chi} = \sigma_{\varphi\chi} = \varepsilon_{r\varphi} = \varepsilon_{r\chi} = \varepsilon_{\varphi\chi} = 0.$$

Здесь  $\varepsilon_r, \varepsilon_{\varphi}, \varepsilon_{\chi}, \sigma_r, \sigma_{\varphi}, \sigma_{\chi}$  – компоненты тензоров деформаций и напряжений.

Из решения уравнений равновесия для тонкостенной сферы

$$\sigma_{\varphi} = \sigma_{\chi} = \sigma = \frac{(P_a - P_b)R}{2h}; \quad \sigma \gg \sigma_r \approx 0;$$
  
$$\sigma_{\kappa\kappa} = \frac{2\sigma}{3} \sigma_{\varphi}' = \sigma_{\chi}' = \frac{\sigma}{3}; \quad \sigma_r' = -\frac{2\sigma}{3};$$
  
$$\sigma_i = \sqrt{\frac{3}{2} \sigma_{ij}' \sigma_{ij}'} = |\sigma|.$$

Параметр вида напряженного состояния согласно формуле (5)

$$\begin{cases} \mu_{\sigma} = -1 & \text{если} & P_a > P_b \\ \mu_{\sigma} = 1 & \text{если} & P_b > P_a \end{cases}$$

Из всех компонент смещений отлично от нуля только радиальное смещение  $\omega$ , причем компоненты деформации связаны с  $\omega$  следующим образом

$$\begin{cases} \varepsilon_r = -\varepsilon, \ \varepsilon_{\varphi} = \varepsilon_{\chi} = \frac{\varepsilon}{2} & \text{при} \quad P_a > P_b \\ \varepsilon_r = \varepsilon, \ \varepsilon_{\varphi} = \varepsilon_{\chi} = -\frac{\varepsilon}{2} & \text{при} \quad P_a > P_b \end{cases}, \quad \text{где} \quad \varepsilon = \frac{2\omega}{R} \end{cases}$$
(6)

$$\varepsilon_{i} = \sqrt{\frac{2}{3}\varepsilon_{ij}'\varepsilon_{ij}'} = |\varepsilon|.$$

Соотношения (6) получены в предположении о несжимаемости материала.

## • Нагружение в режиме мартенситной неупругости

В задачах о МН деформации отсчитываются от состояния хаотического мартенсита, поэтому объемная часть деформаций не учитывается, а структурные деформации состоят только из девиаторной части. Согласно (1) в условиях пренебрежения упругими и температурными деформациями можно получить

$$\mathcal{E}_{ij}' = \mathcal{E}_{ij}^{st'}; \quad \mathcal{E}_r = \mathcal{E}_r^{st'}; \quad \mathcal{E}_{\varphi} = \mathcal{E}_{\chi} = \mathcal{E}_{\varphi}^{st'}; \quad \mathcal{E}_i = \mathcal{E}_i^{st}.$$

Подставляя в формулу (4) полученное значение интенсивности деформаций и выражая радиальное смещение получаем

$$\omega = \pm \frac{R}{2} \rho_{D2}(\mu_{\sigma}) F_2(\sigma_i)$$

Здесь и далее следует выбирать знак плюс, если  $p_a > p_b$  и знак минус при  $p_a < p_b$ .

### • Нагружение в процессе прямого превращения

Согласно (1) в условиях пренебрежения деформациями объемного эффекта реакции прямого превращения, упругими и температурными деформациями можно получить

$$\varepsilon_r = \varepsilon_r^{ph'}, \ \varepsilon_{\varphi} = \varepsilon_{\chi} = \varepsilon_{\varphi}^{ph'}, \ \varepsilon_i = \varepsilon_i^{ph}.$$

Подставляя полученное выражение для интенсивности деформаций в формулу (3), и выражая радиальное смещение получаем

$$\omega = \pm \frac{R}{2} \rho_{D1}(\mu_{\sigma}) F_1(\sigma_i) q.$$

## 2.2. Задачи о НДС тонкостенного цилиндра из СПФ в предположении о ПНС.

В силу симметрии геометрии тела и действующей нагрузки НДС тела является также цилиндрически симметричным и в цилиндрической системе координат  $(r, \varphi, z)$  выполняется

$$\sigma_r = \sigma_z = \sigma_{r\varphi} = \sigma_{rz} = \sigma_{\varphi z} = \varepsilon_{r\varphi} = \varepsilon_{rz} = \varepsilon_{\varphi z} = 0.$$

Из решения уравнений равновесия

$$\sigma_{\varphi} = \frac{\left(P_{a} - P_{b}\right)R}{h} = \sigma; \quad \sigma_{i} = |\sigma|;$$
  
$$\sigma_{\kappa\kappa} = \frac{\sigma}{3}; \quad \sigma_{r}' = \sigma_{z}' = -\frac{\sigma}{3}; \quad \sigma_{\varphi}' = \frac{2\sigma}{3}.$$

Параметр вида напряженного состояния согласно формуле (5)

$$\begin{cases} \mu_{\sigma} = 1 & \text{если} & P_{a} > P_{b} \\ \mu_{\sigma} = -1 & \text{если} & P_{b} > P_{a} \end{cases}$$

Из всех компонент смещений отлично от нуля только радиальное смещение  $\omega$ , причем компоненты деформации, в предположении о несжимаемости материала, связаны с  $\omega$  следующим образом

$$\begin{cases} \varepsilon_{\varphi} = \frac{\omega}{R} = \varepsilon; \quad \varepsilon_r = \varepsilon_z = -\frac{\varepsilon}{2} \quad \text{при} \quad P_a > P_b \\ \varepsilon_{\varphi} = \frac{\omega}{R} = -\varepsilon; \quad \varepsilon_r = \varepsilon_z = \frac{\varepsilon}{2} \quad \text{при} \quad P_b > P_a \end{cases}; \quad \varepsilon_i = |\varepsilon|.$$

### • Нагружение в режиме мартенситной неупругости

Согласно (1) в условиях пренебрежения упругими и температурными деформациями можно получить

$$\varepsilon_{ij}' = \varepsilon_{ij}^{st'}; \quad \varepsilon_r = \varepsilon_z = \varepsilon_r^{st'}; \quad \varepsilon_{\varphi} = \varepsilon_{\varphi}^{st'}; \quad \varepsilon_i = \varepsilon_i^{st}.$$

Подставляя в формулу (4) полученное значение интенсивности деформаций и выражая радиальное смещение получаем

$$\omega = \pm R \rho_{D2}(\mu_{\sigma}) F_2(\sigma_i).$$

### • Нагружение в процессе прямого превращения

Согласно (1) в условиях пренебрежения упругими и температурными деформациями можно получить

$$\varepsilon_{ij}' = \varepsilon_{ij}^{ph'}; \quad \varepsilon_{\varphi} = \varepsilon_{\varphi}^{ph'}; \quad \varepsilon_r = \varepsilon_z = \varepsilon_r^{ph'}; \quad \varepsilon_i = \varepsilon_i^{ph'};$$

Подставляя полученное выражение для интенсивности деформаций в формулу (3), и выражая радиальное смещение получаем

$$\omega = \pm R \rho_{D1}(\mu_{\sigma}) F_1(\sigma_i) q.$$

### 2.3. Задачи о НДС тонкостенного цилиндра из СПФ в предположении о ПД.

В силу симметрии геометрии тела и действующей нагрузки НДС тела является также цилиндрически симметричным и в цилиндрической системе координат (*r*, *φ*, *z*) выполняется

$$\sigma_r = \sigma_{r\varphi} = \sigma_{rz} = \sigma_{\varphi z} = \varepsilon_z = \varepsilon_{rz} = \varepsilon_{rz} = \varepsilon_{\varphi z} = 0.$$

Из решения уравнений равновесия

$$\sigma_{\varphi} = \frac{(P_a - P_b)R}{h} = \sigma; \quad \sigma_z = \pm \frac{\sigma}{2}; \quad \sigma_i = |\sigma|;$$
  
$$\sigma_{\rm KK} = \frac{\sigma}{3}; \quad \sigma_r' = \sigma_z' = -\frac{\sigma}{3}; \quad \sigma_{\varphi}' = \frac{2\sigma}{3}.$$

Параметр вида напряженного состояния согласно формуле (5)

$$\mu_{\sigma}=0.$$

Из всех компонент смещений отлично от нуля только радиальное смещение  $\omega$ , причем компоненты деформации, в предположении о несжимаемости материала, связаны с  $\omega$  следующим образом

$$\begin{cases} \varepsilon_{\varphi} = \frac{\omega}{R} = \frac{3}{4}\varepsilon; \quad \varepsilon_{r} = -\frac{3}{4}\varepsilon; \quad \varepsilon_{z} = 0; \quad \text{при} \quad P_{a} > P_{b} \\ \varepsilon_{\varphi} = \frac{\omega}{R} = -\frac{3}{4}\varepsilon; \quad \varepsilon_{r} = \frac{3}{4}\varepsilon; \quad \varepsilon_{z} = 0; \quad \text{при} \quad P_{b} > P_{a} \end{cases}; \quad \varepsilon_{i} = \frac{\sqrt{3}}{2}|\varepsilon|.$$

### • Нагружение в режиме мартенситной неупругости

Согласно (1) в условиях пренебрежения упругими и температурными деформациями можно получить

$$\varepsilon_{ij}' = \varepsilon_{ij}^{st'}; \quad \varepsilon_r = \varepsilon_z = \varepsilon_r^{st'}; \quad \varepsilon_{\varphi} = \varepsilon_{\varphi}^{st'}; \quad \varepsilon_i = \varepsilon_i^{st}.$$

Подставляя в формулу (4) полученное значение интенсивности деформаций и выражая радиальное смещение получаем

$$\omega = \pm \frac{\sqrt{3}R}{2} \rho_{D2}(\mu_{\sigma}) F_2(\sigma_i).$$

### • Нагружение в процессе прямого превращения

Согласно (1) в условиях пренебрежения упругими и температурными деформациями можно получить

$$\varepsilon_{ij}' = \varepsilon_{ij}^{ph'}; \quad \varepsilon_{\varphi} = \varepsilon_{\varphi}^{ph'}; \quad \varepsilon_{r} = \varepsilon_{r}^{ph'}; \quad \varepsilon_{z} = \varepsilon_{z}^{ph'}; \quad \varepsilon_{i} = \varepsilon_{i}^{ph}.$$

Подставляя полученное выражение для интенсивности деформаций в формулу (3), и выражая радиальное смещение получаем

$$\omega = \pm \frac{\sqrt{3R}}{2} \rho_{D1}(\mu_{\sigma}) F_1(\sigma_i) q.$$

### 3. ПОЛУЧЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

При решении задач о НДС в тонкостенных конструкциях, таких как сфера и цилиндр, из СПФ под действием внутреннего или внешнего давления приняты следующие значения материальных констант:  $\sigma_{01}^t = 64,15$  МПа,  $\sigma_{01}^c = 204,3$  МПа,  $\sigma_{02}^t = 27,4$  МПа,  $\sigma_{02}^c = 18$  МПа,  $\alpha_1^t = 2.083$ ,  $\alpha_1^c = 0.9552$ ,  $\alpha_2^t = 6.45$ ,  $\alpha_2^c = 16.08$ ,  $\rho_{d1}^t = 0.1085$ ,  $\rho_{d1}^c = 0.07623$ ,  $\rho_{d2}^e = 0.0608$ ,  $\rho_{d2}^c = 0.02$ . Индексами t и cобозначается растяжение и сжатие соответственно. Нижний индекс: 1 – соответствует нагружению в процессе прямого превращения, 2 – нагружение в режиме мартенситной неупругости. Установленные значения параметров материала отвечают результатам, представленным в экспериментальной работе [5].

На рис.1,2 пунктирные линии соответствуют нагружению в процессе прямого превращения, сплошные – нагружение в режиме мартенситной неупругости.



Рис.1. Кривые  $\omega = \omega(P)$  для тонкостенной сферы.

На рис.1 представлены графики зависимости раздачи (обжатия)  $\omega$  от действия внутреннего и внешнего давления для тонкостенной сферы. Пунктирные линии – нагружение в процессе прямого превращения, сплошные –

нагужение в режиме мартенситной неупругости. Кривые 1,3 – нагружение внутренним давлением, 2,4 – нагружение внешним давлением. Согласно полученным результатам, для тонкостенной сферы из СПФ, как в случае прямого превращения, так и в случае мартенситной неупругости смешение при дейсвии внешнего давления больше, чем при действии внутреннего давления.

На рис.2 представлены графики зависимости раздачи (обжатия)  $\omega$  от действия внутреннего и внешнего давления для тонкостенного цилиндра в предположении о ПНС. Кривые 1,4 – нагружение внешним давлением, кривые 3,6 – нагружение внутренним давлением, кривые 2,5 – нагружение внутренним и внешним давлением совпадают. При этом кривые 1,3,4,6 построены в предположении о ПНС, а кривые 2,5 – в предположении о ПД.

Согласно результатам, приведенным на рис.2, для тонкостенного цилиндра в условиях ПНС наблюдается тенденция, противоположная случаю тонкостенной сферы: как в случае прямого превращения, так и в случае нагружения в режиме мартенситной неупругости при действии внутреннего давления смещение больше, чем при действии такого же по величине внешнего давления.



Рис.2. Кривые  $\omega = \omega(P)$  для тонкостенного цилиндра.

На основании рис.1,2 можно сделать вывод, что для раздачи (обжатия) тонкостенных конструкций на определенную величину, выгоднее раздавать муфту в процессе прямого превращения, так как в этом случае для раздачи (обжатия) необходимо приложить меньшее давление.

Из рис.2 наглядно видно, что при решении задачи об обжатии тонкостенного цилиндра внешним давлением, при предположении о ПД, величина раздачи получается больше, чем в предположении о ПНС, а при раздаче внутренним давлением наблюдается обратная тенденция. Этот эффект объясняется тем, что при внешнем давлении в состоянии ПНС параметр вида напряженного состояния равен 1 и превосходит значение того же параметра для состояния ПД, равное нулю, тогда как для внутреннего давления в состоянии ПНС этот параметр имеет значение -1, меньшее, чем для состояния ПД.

### выводы

В ходе работы получено решение задач о раздаче (обжатии) тонкостенных конструкций, таких, как сфера и цилиндр, из СПФ находящихся под действием внутреннего или внешнего давления, нагружаемых, как в процессе прямого мартенситного превращения, так и в режиме мартенситной неупргости. Задача о НДС тонкостенного цилиндра решена, как в предположении о ПНС, так и о ПД.

На основании полученных результатов можно сделать вывод, что при одинаковом нагружении параметр вида напряженного состояния для тонкостенной сферы и цилиндра имеет различные значения.

Раздачу (обжатие) тонкостенных конструкций выгоднее производит в процессе прямого превращения, т.к. для раздачи тонкостенной конструкции на необходимую величину, необходимо прикладывать меньшее давление.

При решении задачи о тонкостенном цилиндре в предположении о ПД параметр вида напряженного состояния равен 0, т.е такой же как при чистом сдвиге.

Отмечено, что при решении задачи об обжатии тонкостенного цилиндра внешним давлением, при предположении о ПД, величина раздачи получается больше, чем в предположении о ПНС, а при раздаче внутренним давлением наблюдается обратная тенденция.

Для случая тонкостенной сферы из СПФ смещение при действии внешнего давления больше, чем при действии такого же по величине внутреннего давления. Для тонкостенного цилиндра в состоянии ПД смещения при действии внешнего и внутреннего давления одинаковы. Для тонкостенного цилиндра в состоянии ПНС смещение при внутреннем давлении больше, чем при таком же по величине внешнем давлении.

### ЛИТЕРАТУРА

- 1. Лихачев В.А., Кузьмин С.Л., Каменцева З.П. Эффект памяти формы. Л.: Изд-во Ленингр. ун-та, 1987. 216 с.
- 2. Мовчан А.А., Казарина С.А., Машихин А.Е., Мишустин И.В., Саганов Е.Б, Сафронов П.А. *Краевые задачи механики для сплавов с памятью формы //* Ученые записки Казанского университета. 2015. Т.157. С.97-110.
- 3. Мовчан А.А., Казарина С.А., Сильченко А.Л. Экспериментальная идентификация модели нелинейного деформирования сплавов с памятью формы при фазовых и структурных превращениях // Деформация и разрушение материалов. 2018. №12. С.2-11.
- Yong Liu, Z. Xie, J. Van Humbeeckd L. Delaey. Asymmetry of stress-strain curves under tension and compression for NiTi shape memory alloys // Acta mater. – 1998. – Vol.46. – No.12. – Pp.4325-4338.
- 5. Мовчан А.А., Казарина С.А., Сильченко А.Л. Диаграммы мартенситной неупругости никелида титана при растяжении, сжатии и сжатии после растяжения // Механика композиционных материалов и конструкций. 2015. Т.21. №1. С.83-93.
- Sehitoglu H., Zhang X.Y., Chumlyakov Y.I., Karaman I., Gall K., Maier H.J. *Observations on stress-induced transformations in NiTi alloys* / IUTAM Symposium on mechanics of martensitic phase transformation in solids. – 2002. – Pp.103-109.

- 7. Thamburaja P., Anand L. *Polycrystalline shape-memory materials: effect of crystallographic texture //* J. Mech. Phys. Solids. 2001. Vol.49. Pp.709-737.
- Elibol C., Wagner V.F.-X. Strain rate effects on the localization of the stressinduced martensitic transformation in pseudoelastic NiTi under uniaxial tension, compression and compression-shear // Materials Science and Engineering. – 2015. – Vol.643. – Pp.194-202.
- Gall K., Sehitoglu H., Anderson R., Karaman I., Chumlyakov Yu.I., Kireeva I.V. On the mechanical behavior of single crystal NiTi shape memory alloys and related polycrystalline phenomenon // Materials Science and Engineering. – 2001. – Vol.317. – Pp.85-92.
- Lexcellent Ch., Boubakar M.L., Bouvet Ch., Calloch S. About modelling the shape memory alloy behaviour based on the phase transformation surface identification under proportional loading and anisothermal conditions // International Journal of Solids and Structures. – 2006. – Vol.43 – Pp.613-626.
- Sittner P., Novak V. Anisotropy of Cu-based shape memory alloys in tension/compression thermomechanical loads // Trans. ASME. J. Eng. Mater. Technol. – 1999. – Vol.121. – No.1. – Pp.48-55.
- 12. Мовчан А.А., Казарина С.А., Сильченко А.Л. Выбор аппроксимаций диаграммы прямого превращения никелида титана при растяжении и сжатии // Вестник Тамбовского университета. Серия: Естественные и технические науки. – 2018. – Т.23. – №123-1. – С.459-463.
- 13. Javier P.-B., Jose L.B. *Ni-Ti SMA bars behavior under compression //* Construction and Building Materials. 2017. Vol.155 Pp.348-362.
- 14. Сафронов П.А. Решение задач о мартенситной неупругости и прямом фазовом превращении в балке из сплава с памятью формы с учетом упругих деформаций и разносопротивляемости этих сплавов // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2017. – Т.23. – №1. – С.69-89.
- 15. Сафронов П.А. Цилиндрический изгиб пластинок из сплава с памятью формы с учетом разносопротивляемости этого материала // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2018. – Т.24. – №2. – С.186-206.
- Мовчан А.А., Мовчан И.А., Сильченко Л.Г. Микромеханическая модель нелинейного деформирования сплавов с памятью формы при фазовых и структурных превращениях // Известия РАН. Механика твердого тела. – 2010. – №3. – С.118-130.
- 17. Мовчан А.А., Сильченко Л.Г., Сильченко Т.Л. Учет явления мартенситной неупругости при обратном фазовом превращении в сплавах с памятью формы // Известия РАН. Механика твердого тела. 2011. №2. С.44-56.
- 18. Мишустин И.В., Мовчан А.А. Моделирование фазовых и структурных превращений в сплавах с памятью формы, происходящих под действием немонотонно меняющихся напряжений // Известия РАН. Механика твердого тела. 2014. №1. С.37-53.
- 19. Мишустин И.В., Мовчан А.А. Аналог теории пластического течения для описания деформации мартенситной неупругости в сплавах с памятью формы // Известия РАН. Механика твердого тела. – 2015. – №2. – С.78-95.
- 20. Мовчан А.А. *Модель влияния фазового механизма деформирования* на структурный в сплавах с памятью формы // Деформация и разрушение материалов. 2019. №7. С.14-23.

- 21. Мовчан А.А. Феноменологическая модель изменения фазово-структурных деформаций в сплавах с памятью формы // Известия российской академии наук. Механика твердого тела. – 2020. – №3. – С.58-70.
- 22. Саганов Е.Б. Решение задачи о прямом мартенситном переходе в стержне из сплава с памятью формы, находящемся под действием постоянного крутящего момента // Механика композиционных материалов и конструкций. 2014. Т.20. №3. С.454-468.
- 23. Саганов Е.Б. Решение задачи об обратном мартенситном переходе в стержне из сплава с памятью формы, находящемся под действием постоянного крутящего момента // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2014. – Т.20. – №4. – С.663-674.
- 24. Машихин А.Б., Мовчан А.А. Задача о прямом мартенситном превращении в толстостенном цилиндре из сплава с памятью формы // Известия РАН. Механика твердого тела. – 2016. – №3. – С.100-114.
- 25. Машихин А.Е., Мовчан А.А. *Краевые задачи термомеханики для цилиндра и сферы из сплава с памятью формы* // Вестник ПНИПУ. Механика. 2017. №3. С.113-128.
- 26. Мовчан А.А., Тант Зин Аунг, Мовчан И.А. Решение задач изгиба балок из сплавов с памятью формы в рамках модели нелинейного деформирования этих материалов при фазовых и структурных превращениях // Механика композиционных материалов и конструкций. 2009. Т.15. №3. С.422-436.
- 27. Мовчан А.А., Сильченко Л.Г. Аналитическое решение связной задачи об устойчивости пластины из сплава с памятью формы при обратном мартенситном превращении // Известия РАН. Механика твердого тела. 2004. №5. С.164-178.
- 28. Мовчан А.А., Сильченко Л.Г. Потеря устойчивости круглой пластины из сплава с памятью формы, вызванная обратным термоупругим мартенситным превращением // Известия РАН. Механика твердого тела. 2008. №1. С.117-130.
- 29. Думанский С.А., Мовчан А.А. Дважды связная постановка задачи о потере устойчивости, вызванной обратным термоупругим фазовым превращением в сплаве с памятью формы // Известия Российской академии наук. Механика твердого тела. – 2017. – №5. – С.37-48.
- Думанский С.А., Мовчан А.А. Потеря устойчивости стержня из сплава с памятью формы, вызванная обратным мартенситным превращением // Известия Российской академии наук. Механика твердого тела. – 2019. – №4. – С.94-108.
- 31. Саганов Е.Б., Шарунов А.В. Решение задачи о сфере из сплава с памятью формы, находящейся под действием постоянного давления, с учетом разносопротивляемости материала // Механика композиционных материалов и конструкций. 2020. Т.26. №1. С.108-121.
- Саганов Е.Б. Численное моделирование явления мартенситной неупругости в сплавах с памятью формы с учетом их разносопротивляемости // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2019. – Т.25. – №2. – С.281-294.
- 33. Саганов Е.Б. Решение задачи о толстостенном цилиндре из сплава с памятью формы, находящемся под давлением, с учетом разносопротивляемости // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2019. – Т.25. – №4. – С.563-573.

- 34. Нуштаев Д.В., Жаворонок С.И., Клышников К.Ю., Овчаренко Е.А. Численноэкспериментальное исследование деформирования и устойчивости цилиндрической оболочки ячеистой структуры при осевом сжатии // Труды МАИ. – 2015. – №82. – С.27.
- 35. Nushtaev D.V., Zhavoronok S.I. *Dynamics of martensite phase transitions in shape memory beams under buckling and postbuckling conditions* / IFAC Papers OnLine. 2018. Vol.51. No.2. Pp.873-878.
- Banderia E., Savi M., Monteiro P.Jr. Finite element analysis of shape memory alloy adaptive trusses with geometrical nonlinearities // Archive of Applied Mechanics. - 2006. - Vol.76. - Pp.133-144.
- 37. Alipour A., Kadkhodaei M., Ghaei A. Finite element simulation of shape memory alloy wires using a user material subroutine: Parametric study on heating rate, conductivity, and heat convection // Journal of Intelligent Material Systems and Structures. 2015. Vol.26. Iss.5. Pp.1-19.

### REFERENCES

- 1. Likhachev V.A., Kuz'min S.L., Kamentseva Z.P. *Ehffekt pamyati formy [Shape memory effect]*. Leningrad, Izdatel'stvo Leningradskogo universiteta, 1987, 216 p.
- 2. Movchan A.A., Kazarina S.A., Mashihin A.E., Mishustin I.V., Saganov E.B., Safronov P.A. *Kraevye zadachi mekhaniki dlya splavov s pamyat'yu formy [Boundary-value problems of mechanics of shape memory alloy]*. Uchenye zapiski Kazanskogo universiteta, 2015, Vol.157, Pp.97-110.
- 3. Movchan A.A., Kazarina S.A., Sil'chenko A.L. *Experimental Identification* of a Nonlinear Deformation Model for a Shape Memory Alloy during Phase and Structural Transformations. Russian Metallurgy (Metally), 2019, No.4, Pp.301-308.
- 4. Yong Liu, Z. Xie, J. Van HumbeeckAnd L. Delaey. Asymmetry of stress-strain curves under tension and compression for NiTi shape memory alloys. Acta mater., 1998, Vol.46, No.12, Pp.4325-4338.
- 5. Movchan A.A., Kazarina S.A., Sil'chenko A.L. Diagrammy martensitnoj neuprugosti nikelida titana pri rastyazhenii, szhatii i szhatii posle rastyazheniya [Nitinol's martensite inelasticity diagramm for tension, compression and tension after compression]. Mekhanika kompozitsionnykh materialov i konstruktsii, 2015, Vol.21, No.1, Pp.83-93.
- 6. Sehitoglu Huseyin, Zhang X.Y., Chumlyakov Y.I., Karaman I., Gall K., Maier H.J. *Observations on stress-induced transformations in NiTi alloys.* IUTAM Symposium on mechanics of martensitic phase transformation in solids, 2002, Pp.103-109.
- 7. Thamburaja P., Anand L. *Polycrystalline shape-memory materials: effect of crystallographic texture.* J. Mech. Phys. Solids, 2001, Vol.49, Pp.709-737.
- 8. Elibol C., Wagner V.F.-X. Strain rate effects on the localization of the stressinduced martensitic transformation in pseudoelastic NiTi under uniaxial tension, compression and compression-shear. Materials Science and Engineering, 2015, Vol.643, Pp.194-202.
- Gall K., Sehitoglu H., Anderson R., Karaman I., Chumlyakov Yu.I., Kireeva I.V. On the mechanical behavior of single crystal NiTi shape memory alloys and related polycrystalline phenomenon. Materials Science and Engineering, 2001, Vol.317, Pp.85-92.

- 10. Lexcellent Ch., Boubakar M.L., Bouvet Ch., Calloch S. *About modelling the shape memory alloy behaviour based on the phase transformation surface identification under proportional loading and anisothermal conditions*. International Journal of Solids and Structures, 2006, Vol.43, Pp.613-626.
- 11. Sittner P., Novak V., Anisotropy of Cu-based shape memory alloys in tension/compression thermomechanical loads. Trans. ASME. J. Eng. Mater. Technol.,1999, Vol.121, No.1, Pp.48-55.
- 12. Movchan A.A., Kazarina S.A., Sil'chenko A.L. Vybor approksimatsij diagrammy pryamogo prevrashheniya nikelida titana pri rastyazhenii i szhatii [Choice of approximations of direct transformation diagrams of nickel-titanium under tension and compression]. Vestnik Tambovskogo universiteta. Seriya: Estestvennye i tekhnicheskie nauki, 2018, Vol.23, No.123-1, Pp.459-463.
- 13. Javier P.-B., Jose L.B. *Ni-Ti SMA bars behavior under compression*. Construction and Building Materials, 2017, Vol.155, Pp.348-362.
- 14. Safronov P.A. Reshenie zadach o martensitnoj neuprugosti i pryamom fazovom prevrashhenii v balke iz splava s pamyat'yu formy s uchetom uprugikh deformatsij i raznosoprotivlyaemosti ehtikh splavov [Tension-compression asymmetry and elastic strain incorporating in solution the problem of martensitic nonelasticity and direct martensitic transition in beams from shape memory alloy under beand]. Mekhanika kompozitsionnykh materialov i konstruktsii, 2017, Vol.23, No.1, Pp.69-89.
- 15. Safronov P.A. Tsilindricheskij izgib plastinok iz splava s pamyat'yu formy s uchetom raznosoprotivlyaemosti ehtogo materiala [Tension-compression asymmetry incorporating in solution the problem of cylindrical bend of the plate from shape memory alloy]. Mekhanika kompozitsionnykh materialov i konstruktsii, 2018, Vol.24, No.2, Pp.186-206.
- 16. Movchan A.A., Movchan I.A., Sil'chenko L.G. *Micromechanical model* of nonlinear deformation of shape memory alloys under phase and structure transitions. Mechanics of solids, 2010, Vol.45, No.3, Pp.406-416.
- 17. Movchan A.A., Sil'chenko L.G., Sil'chenko T.L. *Taking account of the martensite inelasticity in the reverse phase transformation in shape memory alloys*. Mechanics of solids, 2011, Vol.46, No.2, Pp.194-203.
- 18. Mishustin I.V., Movchan A.A. Modeling of phase and structure transformations occurring in shape memory alloys under nonmonotonically varying stresses. Mechanics of Solids, 2014, Vol.49, No.1, Pp.27-39.
- 19. Mishustin I.V., Movchan A.A. Analog of the plastic flow theory for describing martensitic inelastic strains in shape memory alloys. Mechanics of solids, 2015, Vol.50, No.2, Pp.176-190.
- Movchan A.A. Model for the Effect of the Phase Mechanism of Deformation on the Structural Mechanism in Shape Memory Alloys. Russian Metallurgy (Metally), 2020, Vol.2020, No.4, Pp.282-290.
- 21. Movchan A.A. *Phenomenological simulation phase-structure strain changing in shape memory alloys.* Mechanics of Solids, 2019, Vol.54, No.3, Pp.342-354.
- 22. Saganov E.B. Reshenie zadachi o pryamom martensitnom perekhode v sterzhne iz splava s pamyat'yu formy, nakhodyashhemsya pod dejstviem postoyannogo krutyashhego momenta [Solution the problem of direct martensitic transition in rods from shape memory alloy under constant torque]. Mekhanika kompozitsionnykh materialov i konstruktsii, 2014, Vol.20, No.3, Pp.454-468.
- 23. Saganov E.B. Reshenie zadachi ob obratnom martensitnom perekhode v sterzhne iz splava s pamyat'yu formy, nakhodyashhemsya pod dejstviem postoyannogo

krutyashhego momenta [Solution the problem of reverse martensitic transition in rod from shape memory alloy under constant torque]. Mekhanika kompozitsionnykh materialov i konstruktsii, 2014, Vol.20, No.4, Pp.663-674.

- 24. Mashikhin A.E, Movchan A.A. Problem of Direct Martensite Transformation in a Thick-Walled Cylinder Made of Shape Memory Alloy. Mechanics of Solids, 2016, Vol.51, No.3, Pp.321-333.
- 25. Mashikhin A.E., Movchan A.A. *Thermomechanical Boundary Problems* for a Cylinder and Sphere Made of Shape Memory Alloy. PNIPU Mechanics Bulletin, 2017, No.3, Pp.113-128.
- 26. Movchan A.A., Tant Zin Aung, Movchan I.A. Reshenie zadach izgiba balok iz splavov s pamyat'yu formy v ramkakh modeli nelinejnogo deformirovaniya ehtikh materialov pri fazovykh i strukturnykh prevrashheniyakh [Solution of beam bending problems for shape memory alloys in framework of non-linear straining model of this material in phase and structure transformation]. Mekhanika kompozitsionnykh materialov i konstruktsii, 2009. Vol.15, No.3, Pp.422-436.
- 27. Movchan A.A., Sil'chenko L.G. Analytical Solution of the Coupled Buckling Problem for a Plate from a Shape Memory Alloy Subjected to Inverse Martensite Transformation. Mechanics of Solids, 2004, Vol.39, No.5, Pp.134-148.
- 28. Movchan A.A., Sil'chenko L.G. Buckling of a Circular Plate Made of a Shape Memory Alloy due to a Reverse Thermoelastic Martensite Transformation. Mechanics of Solids, 2008, Vol.43, No.1, Pp.100-111.
- 29. Dumanskii S.A., Movchan A.A. Two-Way Coupled Statement of the Problem of Loss of Stability due to Inverse Thermoelastic Phase Transition in a Shape Memory Alloy. Mechanics of Solids, 2017, Vol.52, No.5, Pp.501-510.
- 30. Dumanskii S.A., Movchan A.A. Loss of Stability of a Rod from a Shape-Memory Alloy Caused by Reverse Martensitic Transformation. Mechanics of Solids, 2019, Vol.54, No.6, Pp.929-940.
- 31. Saganov E.B., Sharunov. A.V. Reshenie zadachi o sfere iz splava s pamyat'yu formy, nakhodyashhejsya pod dejstviem postoyannogo davleniya, s uchetom raznosoprotivlyaemosti materiala [Solution of problem on sphere of alloy with memory of shape under action of constant pressure, taking into account divergence of material]. Mekhanika kompozitsionnykh materialov i konstruktsii, 2020, Vol.26, No.1, Pp.108-121.
- 32. Saganov E.B. Chislennoe modelirovanie yavleniya martensitnoj neuprugosti v splavakh s pamyat'yu formy s uchetom ikh raznosprotivlyaemosti [Numerical modeling of the phenomena of martensite inelasticity in shape memory alloys with account of their tension-compression asymetry]. Mekhanika kompozitsionnykh materialov i konstruktsii, 2019, Vol.25, No.2, Pp.281-294.
- 33. Saganov E.B. Reshenie zadachi o tolstostennom tsilindre iz splava s pamyat'yu formy, nakhodyashhemsya pod davlenem, s uchetom raznosoprotivlyaemosti [Solution of the problem of a thick walled cylinder under pressure from shape memory taking into account of tension compression asymmetry] Mekhanika kompozitsionnykh materialov i konstruktsii, 2019, Vol.25, No.4, Pp.563-573.
- 34. Nushtaev D.V., ZHavoronok S.I., Klyshnikov K.YU., Ovcharenko E.A. Chislennoehksperimental'noe issledovanie deformirovaniya i ustojchivosti tsilindricheskoj obolochki yacheistoj struktury pri osevom szhatii [Numerical and experimental study of the deformation and stability of a cylindrical shell of a cellular structure under axial compression]. Trudy MAI, 2015, No.82, Pp.27.

- 35. Nushtaev D.V., Zhavoronok S.I. Dynamics of martensite phase transitions in shape memory beams under buckling and postbuckling conditions. IFAC Papers OnLine, 2018, Vol.51, No.2, Pp.873-878.
- 36. Banderia E., Savi M., Monteiro P.Jr. *Finite element analysis of shape memory alloy adaptive trusses with geometrical nonlinearities*. Archive of Applied Mechanics, 2006, Vol.76, Pp.133-144.
- Alipour A., Kadkhodaei M., Ghaei A. Finite element simulation of shape memory alloy wires using a user material subroutine: Parametric study on heating rate, conductivity, and heat convection. Journal of Intelligent Material Systems and Structures, 2015, Vol.26, No.5, Pp.1-19.

Поступила в редакцию 15 мая 2020 года.

Сведения об авторе:

Шарунов Алексей Валерьевич – магистр, ФГБОУ ВО «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)», г. Москва, Россия; e-mail: <u>aleksej-sharunov@yandex.ru</u>