

УДК 539.4:622.023.23

НЕЛОКАЛЬНЫЕ КРИТЕРИИ КВАЗИХРУПКОГО РАЗРУШЕНИЯ СТРУКТУРНО-НЕОДНОРОДНЫХ МАТЕРИАЛОВ С КОНЦЕНТРАТОРАМИ НАПРЯЖЕНИЙ*

Сукнев С.В.

*ФГБУН Институт горного дела Севера им.Н.В.Черского СО РАН,
г. Якутск, Россия*

АННОТАЦИЯ

Выполнен анализ нелокальных критериев разрушения, которые в последнее время развиваются в рамках теории критических расстояний. Общим свойством этих критериев является введение внутреннего размера материала, характеризующего его структуру, что позволяет описать масштабный эффект в условиях концентрации напряжений и тем самым расширить область применения по сравнению с традиционными критериями. Вместе с тем отмечено, что эта область ограничена случаями хрупкого, либо квазихрупкого разрушения с малой зоной предразрушения. Для расширения области применения критериев на случаи квазихрупкого разрушения с развитой зоной предразрушения предложено отказаться от гипотезы о размере зоны предразрушения, как о константе материала, связанной только с его структурой. Предложены новые нелокальные критерии квазихрупкого разрушения, являющиеся развитием критериев средних напряжений и напряжений в точке, и содержащие комплексный параметр, характеризующий размер зоны предразрушения и учитывающий не только структуру материала, но также пластические свойства материала, геометрию образца и условия его нагружения. Размер зоны предразрушения представляется в виде суммы двух слагаемых, одно из которых характеризует собственно структуру материала, а второе – зону неупругих деформаций, размер которой определяется конструктивными особенностями элемента (форма, размер выреза, условия нагружения) и пластическими свойствами материала. Получены выражения для критического напряжения в задаче о растяжении или сжатии плоских образцов с круговым отверстием. Результаты расчётов хорошо согласуются с экспериментальными данными.

Ключевые слова: хрупкое разрушение; квазихрупкое разрушение; нелокальные критерии разрушения; масштабный эффект; вырез; концентрация напряжений

NONLOCAL CRITERIA FOR QUASI-BRITTLE FRACTURE OF STRUCTURALLY INHOMOGENEOUS MATERIALS WITH STRESS CONCENTRATIONS

Suknev S.V.

Chersky Institute of Mining of the North SB RAS, Yakutsk, Russia

ABSTRACT

The analysis of nonlocal fracture criteria which have recently developed in the framework of the theory of critical distances is carried out. A common property of these criteria is the

* Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, грант №18-05-00323.

introduction of the intrinsic length of the material characterizing its microstructure, which allows one to describe the size effect under stress concentrations, thereby expanding the scope of application in comparison with conventional criteria. At the same time, it is marked that this region is limited to cases of brittle or quasi-brittle fracture with a small fracture process zone. To expand the scope of the criteria for cases of fracture with a developed fracture process zone, it is proposed to abandon the hypothesis of the size of this zone as a material constant, associated only with the microstructure of the material. New nonlocal criteria for quasi-brittle fracture are proposed, which are the development of the average stress criterion, and point stress criterion, and which contain a complex parameter that characterizes the size of the fracture process zone and accounts not only for the material microstructure, but also ductile properties of the material, geometry of the specimen, and its loading conditions. The size of the fracture process zone is represented as the sum of two terms, one of which characterizes the material microstructure itself, and the other one refers to the zone of inelastic deformations, whose size is determined by the features of the structural member (notch shape, notch size, loading conditions) and ductile properties of the material. Formulae are obtained for the critical stress in the problem of tension or compression of the plate with a circular hole. The results of calculations are in good agreement with the experimental data.

Keywords: brittle fracture; quasi-brittle fracture; nonlocal fracture criteria; size effect; notch; stress concentration

ВВЕДЕНИЕ

Подходы классической механики и механики разрушения имеют различные области практического применения в расчётах конструкций на прочность. Первый подход используется при проектировании конструкции, когда ставится задача оптимизации её формы с целью максимально возможного снижения концентрации напряжений, а второй подход используется на стадии эксплуатации конструкции, когда ставится задача оценки её остаточного ресурса с учётом влияния имеющихся в конструкции дефектов, наибольшую опасность из которых представляют дефекты типа трещин. Проблема состоит в том, что большая часть конструктивных, технологических и эксплуатационных дефектов и концентраторов напряжений, имеющих высокое, но конечное значение коэффициента концентрации, оказывается вне области применения этих подходов [1]. Поэтому актуальной является задача разработки новых подходов к расчётам конструкций на прочность, позволяющих охватить весь спектр концентраторов напряжений и с единых позиций подходить к расчёту конструкции с тупым вырезом и с трещиной. Этим требованиям отвечают нелокальные критерии разрушения, которые основаны на представлении о формировании в материале зоны предразрушения (fracture process zone), в которой происходит локальное перераспределение напряжений, в то время как основной материал деформируется упруго вплоть до разрушения. Типичными представителями таких квазихрупких материалов являются геоматериалы (бетон, гипс, горные породы), композиты, высокопрочные металлические сплавы, чугун, графит и др.

Основы нелокальных критериев разрушения были заложены в работах [2-5]. В дальнейшем эти подходы были развиты в работах [6-15] и других, причём развитие критериев идёт по разным направлениям. Одно направление связано с уточнением функции эквивалентного напряжения (например, использование вместо максимального тангенциального напряжения максимального касательного напряжения [10], интенсивности напряжений [14], максимальной тангенциальной деформации [8] или плотности энергии деформации [7,15]). Другое направление

связано с изменением процедуры применения критерия (например, выполнение усреднения в критерии средних напряжений (average stress criterion) не по опасному сечению, а в некоторой области [9]). В настоящее время нелокальные критерии получили развитие в рамках теории критических расстояний (the theory of critical distances, TCD) [16]. В названии теории содержится основной признак, объединяющий, эти критерии – единственный параметр размерности длины, характеризующий структуру материала. Это позволяет описать масштабный эффект в условиях концентрации напряжений и тем самым расширить область применения по сравнению с традиционными критериями. В последнее время появилось большое количество работ ([17-24] и другие), посвящённых развитию TCD и её применению для оценки прочности материалов и элементов конструкций с вырезами.

Вместе с тем, область применения нелокальных критериев ограничена случаями хрупкого, либо квазихрупкого разрушения с малой зоной предразрушения. В работе рассматривается возможность расширения области применения критериев на случаи квазихрупкого разрушения с развитой зоной предразрушения.

1. ДИАГРАММЫ РАЗРУШЕНИЯ

Наглядно области хрупкого, квазихрупкого и вязкого разрушения могут быть представлены на диаграмме разрушения в координатах «разрушающая нагрузка – размер выреза» (рис.1).

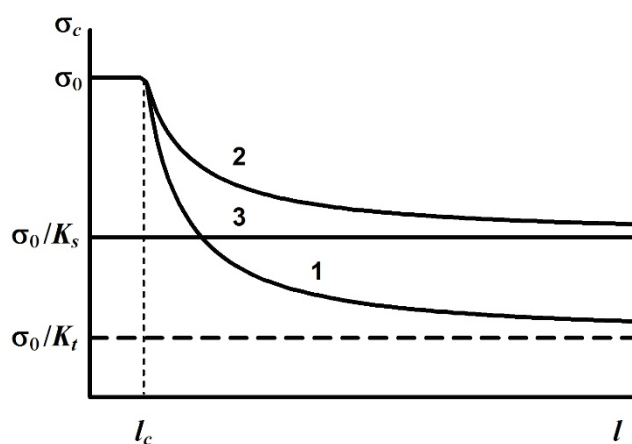


Рис.1. Диаграммы разрушения при хрупком (1), квазихрупком (2) и вязком (3) разрушении.

Штриховая прямая на рис.1 соответствует расчёту разрушающей нагрузки (критического напряжения) по традиционному критерию прочности, который имеет вид

$$\sigma_e < \sigma_0, \quad (1)$$

где $\sigma_e = f(\sigma_{ij})$; $\sigma_0 = \text{const}$. Эквивалентное напряжение σ_e характеризует внутреннее напряжённое состояние тела и в общем случае является функцией компонент тензора напряжений σ_{ij} . Прочность материала σ_0 полагается константой. Наступлению предельного состояния (разрушению) соответствует знак равенства в выражении (1), а критическое напряжение σ_c , при котором

в наиболее напряжённой точке тела достигается предельное состояние, определяется выражением

$$\sigma_c = \frac{\sigma_0}{K_t}, \quad (2)$$

где K_t – коэффициент концентрации упругих напряжений, характеризующий отношение эквивалентного напряжения σ_e в наиболее напряжённой точке тела к приложенному напряжению σ .

Для упругопластического тела коэффициент концентрации напряжений $K_s < K_t$ вследствие перераспределения упругих напряжений в пластической зоне (зоне предразрушения). Коэффициент K_s определяется из решения упруго-пластической задачи. Соответствующее значение критического напряжения показано на рис.1, прямая 3. В соответствии с традиционным подходом к расчёту на прочность разрушающее напряжение не зависит от размера концентратора напряжений, масштабный эффект отсутствует. Разрушение образца с вырезом любого размера l происходит при одних и тех же напряжениях $\sigma_c < \sigma_0$.

В соответствии с современными представлениями о реальном твёрдом теле, обладающем изначально, присущей ему дефектностью малые искусственные дефекты, размеры которых сопоставимы с размерами структурных составляющих материала, не оказывают влияния на его прочность до тех пор, пока их размеры не достигнут определённого (критического) значения [25]. После достижения концентратором напряжений критического размера l_c разрушающее напряжение уменьшается с ростом l , асимптотически приближаясь к теоретическому значению σ_0/K_t (рис.1, кривая 1), рассчитанному по формуле (2), при хрупком разрушении, или к значению σ_0/K_s (рис.1, кривая 2) при квазихрупком разрушении.

В первом случае материал ведёт себя упруго вплоть до разрушения, демонстрирует выраженный масштабный эффект и разрушается без образования пластических (необратимых) деформаций в зоне концентрации напряжений. Квазихрупкое разрушение характеризуется образованием зоны повреждённости (пластичности). Если размер зоны повреждённости d сопоставим с размерами структурных составляющих материала, то его пластические свойства проявляются слабо и разрушение носит хрупкий характер. Но с увеличением d пластические свойства проявляются сильнее, характер разрушения меняется и масштабный эффект проявляется в меньшей степени. В пределе, когда размер зоны повреждённости намного превышает размер структуры материала, мы имеем обычное вязкое разрушение упругопластического тела, при этом d пропорционален l , масштабный эффект отсутствует (рис.1, прямая 3).

В настоящее время для описания квазихрупкого разрушения широко используются и развиваются модели когезионной зоны или когезионной трещины [26-30]. Под когезионной зоной понимается область материала, в которой силы сцепления между материальными частицами ослаблены по сравнению с основным материалом. Закон ослабления (softening law) задаётся априори. Обычно когезионная зона представляется в виде математического разреза (трещины), по берегам которого действуют нормальные силы, имитирующие силы сцепления. Для расчёта разрушающего напряжения используется аппарат механики трещин. В результате распространения когезионных моделей

сложилось упрощённое представление о моделях квазихрупкого и хрупкого разрушения по принципу использования или не использования в них в явном виде закона ослабления. Не вдаваясь в вопросы физической адекватности различных, в том числе когезионных, моделей разрушения, заметим, что не существует принципиальных ограничений на использование других, не когезионных моделей для описания квазихрупкого разрушения. Стоит упомянуть модели с затуплением вершины выреза в результате образования зоны повреждённости [31,32] или модели с деградацией упругих свойств материала в той же зоне [33].

На практике определить степень «хрупкости» или «квазихрупкости» разрушения образцов с вырезами бывает сложно, поскольку это связано с трудностями надёжной регистрации зоны предразрушения в образцах. Также затруднительно судить о степени «квазихрупкости» разрушения по скорости распространения трещины, которая зависит не только от размера зоны предразрушения, но также от геометрии образца и условий нагружения. В дальнейшем под квазихрупким разрушением будем понимать распространение трещины, сопровождающееся образованием зоны предразрушения, размер которой превосходит размер структурных составляющих материала. При этом размер зоны предразрушения d будем соотносить не с размером трещины, как это принято в механике трещин [34], а с характерным размером структуры материала d_0 . Если $d = d_0$ будем говорить о хрупком разрушении, если $d \gg d_0$ – о вязком разрушении. Размер d_0 – это, по сути, размер представительного объёма материала, т.е. минимального объёма, в котором осреднённые напряжения могут быть рассчитаны по теории упругости. Поэтому перераспределение напряжений в пределах d_0 не связано с пластической (в макроскопическом смысле) деформацией материала. Пластические свойства материала начинают проявляться при $d > d_0$ и проявляются тем сильнее, чем больше d по отношению к d_0 . С учётом этого представим d в следующем виде

$$d = d_0 + \beta L_e, \quad (3)$$

где L_e – размер зоны концентрации напряжений, β – безразмерный параметр, характеризующий пластичность материала. Для хрупких материалов $\beta = 0$, для пластичных материалов $\beta \gg 1$. При $\beta \sim 1$ материал характеризуется умеренными пластическими свойствами.

Для геометрически подобных концентраторов напряжений размер L_e пропорционален размеру концентратора (при неизменных граничных условиях). При вязком разрушении критическое напряжение не зависит от размера концентратора напряжений, поэтому размер зоны повреждённости пропорционален размеру концентратора и, соответственно, размеру L_e . При хрупком разрушении, напротив, размер зоны повреждённости не зависит от размера концентратора напряжений и определяется структурой материала.

Таким образом, условие малости зоны предразрушения, ограничивающее область применения нелокальных критериев в рамках теории критических расстояний, принимает вид $\beta L_e \ll d_0$. В этом случае можно принять $d \approx d_0 = \text{const}$. Для развитой зоны предразрушения второе слагаемое в выражении (3) не является малым по отношению к d_0 , оно может быть сопоставимым или даже превышать

характерный размер структуры материала, при этом $d \neq \text{const}$. Этот случай является предметом настоящего рассмотрения.

При сжатии поведение разрушающего напряжения, характеризующего образование трещин отрыва у выреза, имеет вид, изображённый на рис.2. При малых значениях L_e материал не чувствует присутствия концентратора напряжений и разрушается как гладкий образец при достижении критическим давлением предела прочности при сжатии C_0 . После достижения критического размера концентратора разрушающее давление p_c уменьшается, асимптотически приближаясь к пределу прочности материала при растяжении T_0 в случае хрупкого разрушения, и к напряжению T_s ($C_0 > T_s > T_0$) в случае вязкого разрушения.

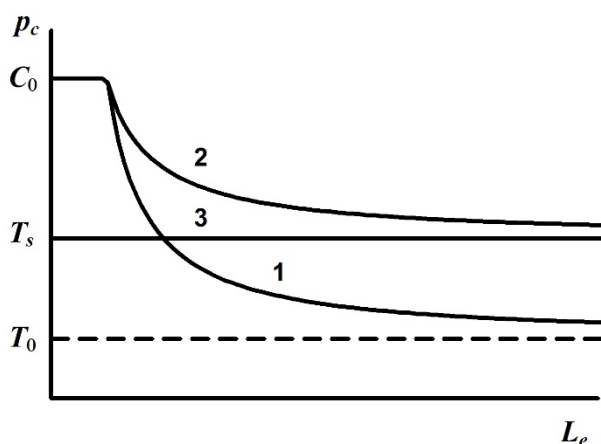


Рис.2. Зависимость критического давления от размера зоны концентрации напряжений при хрупком (1), квазихрупком (2) и вязком (3) разрушении.

2. КРИТЕРИИ КВАЗИХРУПКОГО РАЗРУШЕНИЯ

Рассмотрим возможность применения нелокальных критериев разрушения в задаче о растяжении или сжатии пластины с круговым отверстием, с учётом изложенных выше представлений о формировании зоны повреждённости.

2.1. Критерий средних напряжений.

Из нелокальных критериев наибольшее распространение получил критерий средних напряжений (the average stress criterion (ASC), или the line method в теории критических расстояний [16]), который имеет вид

$$\langle \sigma_e \rangle_d < \sigma_0,$$

где $\langle \sigma_e \rangle_d$ — усреднённое на расстоянии d по опасному сечению значение эквивалентного напряжения

$$\langle \sigma_e \rangle_d = \frac{1}{d} \int_{x_0}^{x_0+d} \sigma_e(x) dx, \quad (4)$$

где x_0 — координата точки максимума эквивалентного напряжения. Для хрупких материалов размер усреднения $d = d_0 = \text{const}$ полагают константой материала, характеризующей его структуру.

Эквивалентное напряжение будем определять по первой теории прочности (наибольших растягивающих напряжений). Направим ось y вдоль линии приложения растягивающей нагрузки. Распределение растягивающих напряжений σ_y по опасному сечению (ось x) имеет вид [35]

$$\sigma_y = \frac{\sigma}{2} \left(2 + \frac{a^2}{x^2} + 3 \frac{a^4}{x^4} \right). \quad (5)$$

Здесь σ – приложенное напряжение; a – радиус отверстия. Начало координат выбрано в центре отверстия. Максимальные напряжения имеют место на контуре отверстия в точках $x = \pm a$ и втрое превышают величину приложенного напряжения. Таким образом, коэффициент концентрации напряжений $K_t = 3$.

Критическое напряжение получим, подставив (5) в (4) с пределами интегрирования $[a, a+d]$ и приравняв результат интегрирования к σ_0

$$\sigma_c = \frac{2\sigma_0}{(1+l/(l+2d)) \left(2 + l^2/(l+2d)^2 \right)}, \quad (6)$$

где $l = 2a$ – диаметр отверстия.

Из выражения (6) следует, что образование в пластине любого сколь угодно малого дефекта в виде кругового отверстия приводит к снижению её прочности. Это не согласуется с современными представлениями о реальном твёрдом теле, о чём говорилось выше. В рассмотренном примере задача определения критического размера дефекта в рамках критерия средних напряжений не может быть поставлена. При этом следует оговориться, что речь идёт о минимальном критическом размере дефекта, который не зависит от уровня действующих в конструкции напряжений. Задача о допустимых размерах дефекта в реальных конструкциях ставится, как правило, с учётом нагруженности конструкции, которая определяется реальными условиями её работы. В этом случае критический размер дефекта зависит от уровня действующих в конструкции напряжений, уменьшаясь по мере их роста.

Для описания квазихрупкого разрушения размер усреднения будем определять по формуле (3), в которой размер зоны концентрации напряжений

$$L_e = \frac{\sigma_e}{|\text{grad } \sigma_e|} \quad (7)$$

Размер зоны концентрации напряжений, рассчитанный по формуле (7) в точке максимума эквивалентного напряжения с учётом (5), составил $L_e = 3l/14$. В результате, подставив (3) в (6) с учётом сделанной оценки для L_e , получим

$$\sigma_c = \frac{2\sigma_0}{(1+l/(l+2d_0+3\beta l/7)) \left(2 + l^2/(l+2d_0+3\beta l/7)^2 \right)}. \quad (8)$$

При $l \rightarrow \infty$ имеем

$$K_s = \left(1 + \frac{1}{1+3\beta/7} \right) \left(1 + \frac{1}{2(1+3\beta/7)^2} \right).$$

При сжатии пластины, изготовленной из материала, для которого $C_0/T_0 > 3$, разрушение происходит путём образования трещин отрыва вдоль линии

приложения сжимающей нагрузки (ось x). Распределение нормальных напряжений σ_y вдоль этой линии имеет вид [35]

$$\sigma_y = \frac{p}{2} \left(3 \frac{a^4}{x^4} - \frac{a^2}{x^2} \right), \quad (9)$$

где p – приложенное сжимающее напряжение (давление); a – радиус отверстия. Начало координат выбрано в центре отверстия, напряжение p принято положительным. Растягивающие напряжения достигают своего максимального значения $\sigma_{\max} = p$ на контуре отверстия в точках $x = \pm a$, при удалении от него напряжения быстро убывают. Как видно из (9), напряжение σ_y асимптотически стремится к нулю, поэтому при уменьшении диаметра отверстия $l = 2a$ среднее напряжение также стремится к нулю, а критическая величина приложенного давления p_c , при котором на контуре отверстия образуются трещины отрыва, соответственно, – к неограниченному значению. В действительности, это значение, очевидно, ограничено пределом прочности материала на сжатие C_0 , откуда следует, что существует критическое значение размера отверстия $l = l_c$, ниже которого трещины отрыва на контуре отверстия не образуются. Другими словами, при $l \leq l_c$ материал не чувствует присутствия концентратора напряжений. Это согласуется с современными представлениями о реальном твёрдом теле, изложенными выше.

Проделав вычисления, аналогичные рассмотренному выше случаю растяжения, получим выражение для критического давления, при котором в квазихрупком материале образуются трещины отрыва

$$p_c = \chi C_0 \frac{(1 + 2d_0/l + 0,2\beta)^3}{1 + d_0/l + 0,1\beta}, \quad (10)$$

где $\chi = T_0/C_0$. При $l \rightarrow \infty$ имеем

$$\frac{T_s}{T_0} = \frac{(1 + 0,2\beta)^3}{1 + 0,1\beta}. \quad (11)$$

2.2. Критерий напряжений в точке.

Наряду с критерием средних напряжений широкое распространение получил критерий напряжений в точке (the point stress criterion (PSC), или the point method в теории критических расстояний [16]). В этом критерии интегрирование заменяется вычислением эквивалентного напряжения σ_e в некоторой точке, удалённой от точки максимума на расстояние d . Критерий прочности принимает вид

$$\sigma_e(x_0 + d) < \sigma_0.$$

Параметр d также полагается константой материала, вообще говоря, не совпадающей с аналогичным параметром в критерии ASC. Критическое напряжение получим, подставив в (5) значение $x = a + d$ и приравняв полученный результат к σ_0

$$\sigma_c = \frac{2\sigma_0}{2 + l^2/(l + 2d)^2 + 3l^4/(l + 2d)^4}. \quad (12)$$

Для случая квазихрупкого разрушения, подставив (3) в (12) с учётом сделанной выше оценки для L_e , получим

$$\sigma_c = \frac{2\sigma_0}{2 + l^2/(l + 2d_0 + 3\beta l/7)^2 + 3l^4/(l + 2d_0 + 3\beta l/7)^4}. \quad (13)$$

При $l \rightarrow \infty$ имеем

$$K_s = 1 + \frac{1}{2(1 + 3\beta/7)^2} + \frac{3}{2(1 + 3\beta/7)^4}.$$

Аналогичным образом получим выражение для критического давления при сжатии

$$p_c = \chi C_0 \frac{2(1 + 2d_0/l + 0,2\beta)^4}{3 - (1 + 2d_0/l + 0,2\beta)^2}. \quad (14)$$

При $l \rightarrow \infty$ имеем

$$\frac{T_s}{T_0} = \frac{2(1 + 0,2\beta)^4}{3 - (1 + 0,2\beta)^2}. \quad (15)$$

3. СОПОСТАВЛЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ РАСЧЁТОВ С ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫМИ ДАННЫМИ

Проверку применимости критериев квазихрупкого разрушения проведём на экспериментальных данных о разрушении плоских образцов с отверстием при растяжении и сжатии.

3.1. Растяжение.

В работе [36] приведены результаты испытаний на растяжение пластин из эпоксидного углепластика с квазиизотропной укладкой слоев с круговыми и эллиптическими отверстиями. На рис.3 представлены экспериментальные данные (точки) о величине разрушающей нагрузки в зависимости от диаметра кругового отверстия и результаты расчёта критического напряжения согласно критерию ASC по формуле (8) при $\beta = 0$ (кривая 1) и $\beta = 0,2$ (кривая 2). Размер d_0 в первом случае составил 2,1 мм, во втором случае – 2,0 мм. Сплошная прямая показывает асимптотическое значение кривой 2, штриховая прямая рассчитана согласно традиционному подходу по формуле (2).

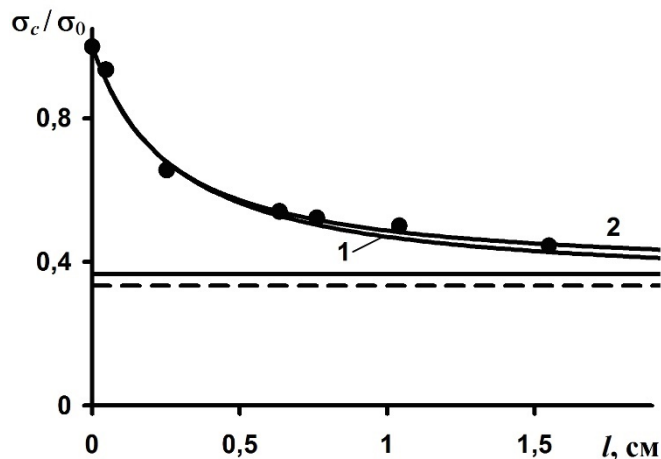


Рис.3. Зависимость критического напряжения от диаметра отверстия. Расчёт – по критерию ASC.

Результаты расчёта по критерию ASC при $\beta=0,2$ несколько лучше описывают данные эксперимента, чем при $\beta=0$, однако это отличие несущественно. Размер зоны предразрушения в основном определяется величиной d_0 , влияние неупругих деформаций незначительно. Разрушение носит хрупкий характер.

Те же экспериментальные данные (точки) и результаты расчёта критического напряжения согласно критерию PSC по формуле (13) при $\beta=0$ (кривая 1) и $\beta=0,22$ (кривая 2) представлены на рис.4. Размер d_0 в первом случае составил 0,7 мм, во втором случае – 0,5 мм. Сплошная прямая показывает асимптотическое значение кривой 2, штриховая прямая рассчитана согласно традиционному подходу. Отметим, что результаты расчёта по критерию PSC при $\beta=0,22$ заметно лучше описывают данные эксперимента, чем при $\beta=0$.

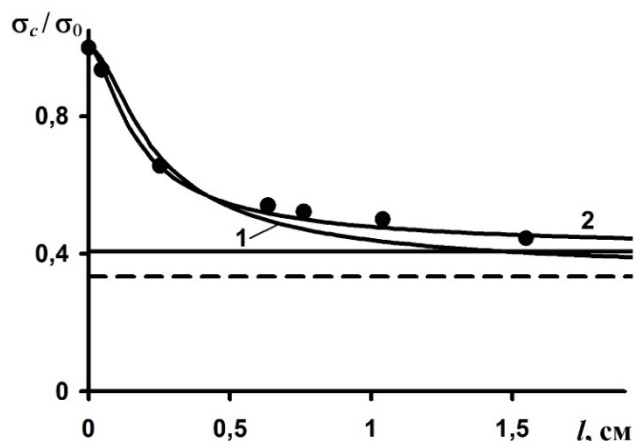


Рис.4. Зависимость критического напряжения от диаметра отверстия. Расчёт – по критерию PSC.

Как видно из рис.3,4, экспериментальные данные, полученные при квазихрупком разрушении, хорошо описываются модифицированными критериями ASC и PSC, которые учитывают изменение размера зоны предразрушения в соответствии с выражением (3). Вместе с тем заметим, что пластические свойства материала не сильно сказываются на результатах расчёта

разрушающей нагрузки по критерию ASC, в отличие от использования критерия PSC.

3.2. Сжатие.

Испытывали образцы, изготовленные из гипсового материала с содержанием полуводного гипса в исходном составе в пределах 60-70%. Особенности изготовления образцов и методика проведения эксперимента приведены в работе [37]. Появление и распространение трещин на контуре отверстия большого диаметра (10 мм и более) происходило постепенно, что характерно для вязкого разрушения.

На рис.5 представлены экспериментальные данные (точки) о величине нагрузки в момент образования трещин отрыва на контуре отверстия в зависимости от его диаметра и результаты расчёта критического давления по формуле (10) согласно обычному (кривая 1) и модифицированному (кривая 2) критерию ASC. В последнем случае параметр $\beta = 2,5$. Размер d_0 в первом случае составил 4,5 мм, во втором – 2,0 мм. В соответствии с формулой (11), напряжение T_s в первом случае равно T_0 (штриховая прямая), во втором $T_s = 2,7T_0$ (сплошная прямая). Экспериментальные данные хорошо описываются модифицированным критерием ASC.

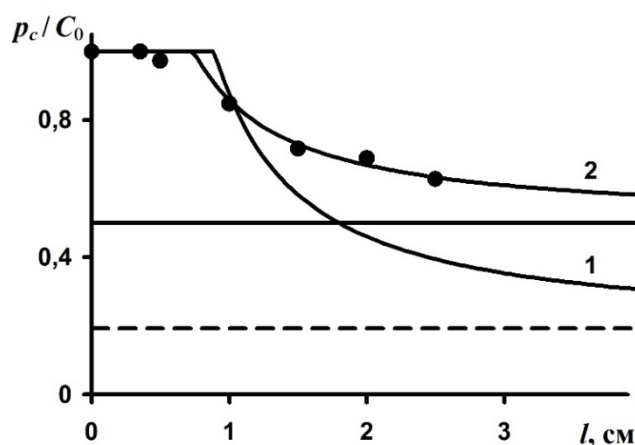


Рис.5. Зависимость критического давления от диаметра отверстия. Расчёт – по критерию ASC.

Те же экспериментальные данные (точки) и результаты расчёта критического давления по формуле (14) согласно обычному (кривая 1) и модифицированному (кривая 2) критерию PSC представлены на рис.6. В последнем случае параметр $\beta = 1$. В первом случае размер d_0 составил 2,25 мм, во втором – 0,6 мм. В соответствии с формулой (15) напряжение T_s в первом случае равно T_0 (штриховая прямая), во втором $T_s = 2,7T_0$ (сплошная прямая). Экспериментальные данные также хорошо описываются модифицированным критерием PSC.

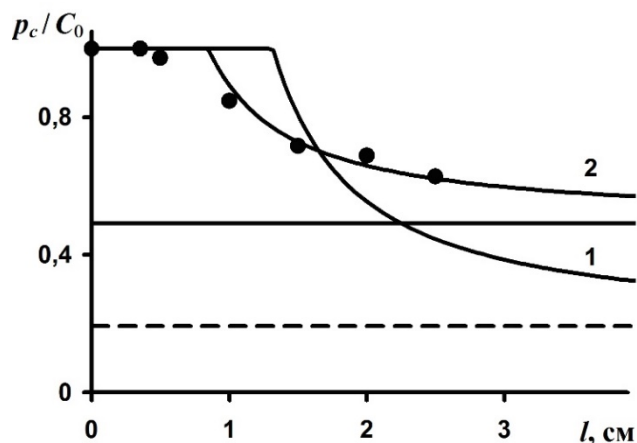


Рис. 6. Зависимость критического давления от диаметра отверстия.
Расчёт – по критерию PSC.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Область применения существующих нелокальных критериев разрушения, отличительной особенностью которых является введение дополнительной константы материала размерности длины, характеризующей его структуру, ограничена случаями хрупкого, либо квазихрупкого разрушения с малой зоной предразрушения. Для расширения области применения критериев на случаи квазихрупкого разрушения с развитой зоной предразрушения предложено отказаться от гипотезы о размере зоны предразрушения, как о константе материала, связанной только с его структурой. Структурный параметр, лежащий в основе нелокальных критериев, должен рассматриваться в качестве константы материала только в одном частном случае – при хрупком разрушении. Для квазихрупких материалов этот параметр представляется в виде суммы двух слагаемых. Первое из них характеризует собственно структуру материала и является константой, а второе отражает формирование зоны неупругих деформаций и зависит от пластических свойств материала, геометрии образца и условий его нагружения (краевых условий). Предложенный подход использован при разработке новых (модифицированных) критериев средних напряжений и напряжений в точке. Проведена проверка применимости разработанных критериев на примере задачи о растяжении или сжатии пластины с круговым отверстием. Показано, что предложенные критерии хорошо описывают экспериментальные данные о разрушении квазихрупких материалов с концентратором напряжений.

ЛИТЕРАТУРА

1. Сукнев С.В. *Критерий локальной прочности* // Проблемы прочности. – 2004. – №4. – С.108-124.
2. Wieghardt K. *Über das Spalten und Zerreißen elastischer Körper* // Zeitschrift für Mathematik und Physik. – 1907. – Vol.55. – No.1-2. – Pp.60-103.
3. Neuber H. *Kerbspannungslehre, Grundlagen für eine genaue Spannungsrechnung*. – Berlin: Springer-Verlag, 1937.
4. Peterson R.E. *Notch sensitivity* // Metal fatigue. – New York: McGraw Hill, 1959. – Pp.293-306.

5. Новожилов В.В. *О необходимом и достаточном критерии хрупкой прочности* // Прикл. математика и механика. – 1969. – Т.33. – №2. – С.212-222.
6. Whitney J.M., Nuismer R.J. *Stress fracture criteria for laminated composites containing stress concentrations* // J. Compos. Mater. – 1974. – Vol.8. – No.4. – Pp.253-265.
7. Kipp M.E., Sih G.C. *The strain energy density failure criterion applied to notched elastic solids* // Int. J. Solids Struct. – 1975. – Vol.11. – No.2. – Pp.153-173.
8. Wu H.-C., Chang K.-J. *Angled elliptic notch problem in compression and tension* // Trans. ASME. J. Appl. Mech. – 1978. – Vol.45. – No.2. – Pp.258-262.
9. Carter B.J., Lajtai E.Z., Yuan Y. *Tensile fracture from circular cavities loaded in compression* // Int. J. Fract. – 1992. – Vol.57. – No.3. – Pp.221-236.
10. Radaj D., Zhang S. *Process zone fracture criteria for crack tips* // Eng. Fract. Mech. – 1995. – Vol.50. – No.1. – Pp.111-120.
11. Seweryn A., Mroz Z. *A non-local stress failure condition for structural elements under multiaxial loading* // Eng. Fract. Mech. – 1995. – Vol.51. – No.6. – Pp.955-973.
12. Mikhailov S.E. *A functional approach to non-local strength condition and fracture criteria* // Eng. Fract. Mech. – 1995. – Vol.52. – No.4. – Pp.731-754.
13. Dyskin A.V. *Crack growth criteria incorporating non-singular stresses: Size effect in apparent fracture toughness* // Int. J. Fract. – 1997. – Vol.83. – No.2. – Pp.191-206.
14. Toribio J. *A fracture criterion for high-strength steel notched bars* // Eng. Fract. Mech. – 1997. – Vol.57. – No.4. – Pp.391-404.
15. Yosibash Z., Bussiba A., Gilad I. *Failure criteria for brittle elastic materials* // Int. J. Fract. – 2004. – Vol.125. – No.3-4. – Pp.307-333.
16. Taylor D. *The theory of critical distances: a new perspective in fracture mechanics*. – Oxford: Elsevier, 2007. – 284 p.
17. *Critical distance theories of fracture* // Eng. Fract. Mech. – 2008. – Vol.75. – No.7. – Pp.1695-1890.
18. Negru R., Marsavina L., Voiconi T., Linul E., Filipescu H., Belgiu G. *Application of TCD for brittle fracture of notched PUR materials* // Theor. Appl. Fract. Mech. – 2015. – Vol.80. – Pp.87-95.
19. Li W., Susmel L., Askes H., Liao F., Zhou T. *Assessing the integrity of steel structural components with stress raisers using the Theory of Critical Distances* // Eng. Fail. Anal. – 2016. – Vol.70. – Pp.73-89.
20. Fuentes J.D., Cicero S., Procopio I. *Some default values to estimate the critical distance and their effect on structural integrity assessments* // Theor. Appl. Fract. Mech. – 2017. – Vol.90. – Pp.204-212.
21. Taylor D. *The Theory of Critical Distances: A link to micromechanisms* // Theor. Appl. Fract. Mech. – 2017. – Vol.90. – Pp.228-233.
22. Justo J., Castro J., Cicero S., Sánchez-Carro M.A., Husillos R. *Notch effect on the fracture of several rocks: Application of the Theory of Critical Distances* // Theor. Appl. Fract. Mech. – 2017. – Vol.90. – Pp.251-258.
23. Vargiu F., Sweeney D., Firrao D., Matteis P., Taylor D. *Implementation of the Theory of Critical Distances using mesh control* // Theor. Appl. Fract. Mech. – 2017. – Vol.92. – Pp.113-121.
24. Taylor D. *The Theory of Critical Distances applied to multiscale toughening mechanisms* // Eng. Fract. Mech. – 2019. – Vol.209. – Pp.392-403.

25. Shaw M.C. *A critical review of mechanical failure criteria* // Trans. ASME. J. Eng. Mater. and Technol. – 1984. – Vol.106. – No.3. – Pp.219-226.
26. Elices M., Guinea G.V., Gómez J., Planas J. *The cohesive zone model: advantages, limitations and challenges* // Eng. Fract. Mech. – 2002. – Vol.69. – No.2. – Pp.137-163.
27. Gómez F.J., Elices M. *A fracture criterion for blunted V-notched samples* // Int. J. Fract. – 2004. – Vol.127. – No.3. – Pp.239-264.
28. Wnuk M.P. *New mathematical models pertinent to material fracture at meso- and nanoscales* // Физическая мезомеханика. – 2009. – Т.12. – №4. – С.71-77.
29. Корнев В.М., Зиновьев А.А. *Модель квазихрупкого разрушения горных пород* // ФТПРПИ. – 2013. – №4. – С.74-82.
30. Астапов Н.С. *Модифицированная модель зоны предразрушения квазихрупких структурированных материалов* // Физическая мезомеханика. – 2014. – Т.17. – №1. – С.89-96.
31. Полилов А.Н. *Схема предразрушения композитов около отверстий* // Изв. АН СССР. Механика твердого тела. – 1982. – №3. – С.110-117.
32. Berto F., Lazzarin P., Radaj D. *Fictitious notch rounding concept applied to V-notches with root hole subjected to in-plane mixed mode loading* // Eng. Fract. Mech. – 2014. – Vol.128. – Pp.171-188.
33. Tan S.C. *A progressive failure model for composite laminates containing openings* // J. Compos. Mater. – 1991. – Vol.25. – No.5. – Pp.556-577.
34. Панасюк В.В. *Механика квазихрупкого разрушения материалов.* – Киев: Наукова думка, 1991. – 416 с.
35. Тимошенко С.П., Гудьер Дж. *Теория упругости.* Пер. с англ. / Под ред. Шапиро Г.С. – 2-е изд. – М.: Наука, 1979. – 560 с.
36. Tan S.C. *Laminated composites containing an elliptical opening. II. Experiment and model modification* // J. Compos. Mater. – 1987. – Vol.21. – No.10. – Pp.949-968.
37. Сукнев С.В. *Применение нелокальных и градиентных критериев для оценки разрушения геоматериалов в зонах концентрации растягивающих напряжений* // Физическая мезомеханика. – 2011. – Т.14. – №2. – С.67-75.

REFERENCES

1. Suknev S.V. *A criterion of local strength.* Strength of Materials, 2004, Vol.36, No.4, Pp.413-425.
2. Wieghardt K. *Über das Spalten und Zerreißen elastischer Körper.* Zeitschrift für Mathematik und Physik, 1907, Vol.55, No.1-2, Pp.60-103.
3. Neuber H. *Kerbspannungslehre, Grundlagen für eine genaue Spannungsrechnung.* Berlin, Springer-Verlag, 1937.
4. Peterson R.E. *Notch sensitivity.* Metal fatigue, New York, McGraw Hill, 1959, Pp.293-306.
5. Novozhilov V.V. *On a necessary and sufficient criterion for brittle strength.* J. Appl. Math. Mech., 1969, Vol.33, No.2, Pp.201-210.
6. Whitney J.M., Nuismer R.J. *Stress fracture criteria for laminated composites containing stress concentrations.* J. Compos. Mater., 1974, Vol.8, No.4, Pp.253-265.
7. Kipp M.E., Sih G.C. *The strain energy density failure criterion applied to notched elastic solids.* Int. J. Solids Struct., 1975, Vol.11, No.2, Pp.153-173.

8. Wu H.-C., Chang K.-J. *Angled elliptic notch problem in compression and tension*. Trans. ASME. J. Appl. Mech., 1978, Vol.45, No.2, Pp.258-262.
9. Carter B.J., Lajtai E.Z., Yuan Y. *Tensile fracture from circular cavities loaded in compression*. Int. J. Fract., 1992, Vol.57, No.3, Pp.221-236.
10. Radaj D., Zhang S. *Process zone fracture criteria for crack tips*. Eng. Fract. Mech., 1995, Vol.50, No.1, Pp.111-120.
11. Seweryn A., Mroz Z. *A non-local stress failure condition for structural elements under multiaxial loading*. Eng. Fract. Mech., 1995, Vol.51, No.6, Pp.955-973.
12. Mikhailov S.E. *A functional approach to non-local strength condition and fracture criteria*. Eng. Fract. Mech., 1995, Vol.52, No.4, Pp.731-754.
13. Dyskin A.V. *Crack growth criteria incorporating non-singular stresses: Size effect in apparent fracture toughness*. Int. J. Fract., 1997, Vol.83, No.2, Pp.191-206.
14. Toribio J. *A fracture criterion for high-strength steel notched bars*. Eng. Fract. Mech., 1997, Vol.57, No.4, Pp.391-404.
15. Yosibash Z., Bussiba A., Gilad I. *Failure criteria for brittle elastic materials*. Int. J. Fract., 2004, Vol.125, No.3-4, Pp.307-333.
16. Taylor D. *The theory of critical distances: a new perspective in fracture mechanics*. Oxford, Elsevier, 2007, 284 p.
17. *Critical distance theories of fracture*. Eng. Fract. Mech., 2008, Vol.75, No.7, Pp.1695-1890.
18. Negru R., Marsavina L., Voiconi T., Linul E., Filipescu H., Belgiu G. *Application of TCD for brittle fracture of notched PUR materials*. Theor. Appl. Fract. Mech., 2015, Vol.80, Pp.87-95.
19. Li W., Susmel L., Askes H., Liao F., Zhou T. *Assessing the integrity of steel structural components with stress raisers using the Theory of Critical Distances*. Eng. Fail. Anal., 2016, Vol.70, Pp.73-89.
20. Fuentes J.D., Cicero S., Procopio I. *Some default values to estimate the critical distance and their effect on structural integrity assessments*. Theor. Appl. Fract. Mech., 2017, Vol.90, Pp.204-212.
21. Taylor D. *The Theory of Critical Distances: A link to micromechanisms*. Theor. Appl. Fract. Mech., 2017, Vol.90, Pp.228-233.
22. Justo J., Castro J., Cicero S., Sánchez-Carro M.A., Husillos R. *Notch effect on the fracture of several rocks: Application of the Theory of Critical Distances*. Theor. Appl. Fract. Mech., 2017, Vol.90, Pp.251-258.
23. Vargiu F., Sweeney D., Firrao D., Matteis P., Taylor D. *Implementation of the Theory of Critical Distances using mesh control*. Theor. Appl. Fract. Mech., 2017, Vol.92, Pp.113-121.
24. Taylor D. *The Theory of Critical Distances applied to multiscale toughening mechanisms*. Eng. Fract. Mech., 2019, Vol.209, Pp.392-403.
25. Shaw M.C. *A critical review of mechanical failure criteria*. Trans. ASME. J. Eng. Mater. and Technol., 1984, Vol.106, No.3, Pp.219-226.
26. Elices M., Guinea G.V., Gómez J., Planas J. *The cohesive zone model: advantages, limitations and challenges*. Eng. Fract. Mech., 2002, Vol.69, No.2, Pp.137-163.
27. Gómez F.J., Elices M. *A fracture criterion for blunted V-notched samples*. Int. J. Fract., 2004, Vol.127, No.3, Pp.239-264.
28. Wnuk M.P. *New mathematical models pertinent to material fracture at meso- and nanoscales*. Physical Mesomechanics, 2009, Vol.12, No.5-6, Pp.263-268.
29. Kornev V.M., Zinov'ev A.A. *Quasi-brittle rock failure model*. Journal of Mining Science, 2013, Vol.49, No.4, Pp.576-582.

30. Astapov N.S. *Modifitsirovannaya model' zony predrazrusheniya kvazikhrupkikh strukturirovannykh materialov [Modified prefracture zone model for structured quasibrittle material]*. Fizicheskaya mezomekhanika, 2014, Vol.17, No.1, Pp.89-96.
31. Polilov A.N. *Skhema predrazrusheniya kompozitov okolo otverstij [Prefracture pattern of composites near the holes]*. Izvestiya akademii nauk SSSR. Mekhanika tverdogo tela, 1982, No.3, Pp.110-117.
32. Berto F., Lazzarin P., Radaj D. *Fictitious notch rounding concept applied to V-notches with root hole subjected to in-plane mixed mode loading*. Eng. Fract. Mech., 2014, Vol.128, Pp.171-188.
33. Tan S.C. *A progressive failure model for composite laminates containing openings*. J. Compos. Mater., 1991, Vol.25, No.5, Pp.556-577.
34. Panasyuk V.V. *Mekhanika kvazikhrupkogo razrusheniya materialov [Quasi-brittle fracture mechanics of materials]*. Kiev, Naukova dumka, 1991, 416 p.
35. Timoshenko S.P., Goodier J.N. *Theory of elasticity*. New York, McGraw-Hill, 1970.
36. Tan S.C. *Laminated composites containing an elliptical opening. II. Experiment and model modification*. J. Compos. Mater., 1987, Vol.21, No.10, Pp.949-968.
37. Suknev S.V. *Primenenie nelokal'nykh i gradientnykh kriteriev dlya otsenki razrusheniya geomaterialov v zonakh kontsentratsii rastyagivayushhikh napryazhenij [Application of nonlocal and stress gradient criteria for estimation of fracture of geomaterials in tensile stress concentration zones]*. Fizicheskaya mezomekhanika, 2011, Vol.14, No.2, Pp.67-75.

Поступила в редакцию 27 июня 2019 года.

Сведения об авторе:

Сукнёв Сергей Викторович – д.т.н., зав.лаб., ФГБУН Институт горного дела Севера им. Н.В. Черского СО РАН, г. Якутск, Россия; e-mail: suknyov@igds.ysn.ru