

УДК 539.37

О НЕВОЗМОЖНОСТИ МОДЕЛИРОВАНИЯ СИГМОИДАЛЬНЫХ КРИВЫХ СВЕРХПЛАСТИЧНОСТИ ПАРАЛЛЕЛЬНЫМ ИЛИ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫМ СОЕДИНЕНИЯМИ СТЕПЕННЫХ ВЯЗКИХ ЭЛЕМЕНТОВ*

Белякова Т.А.¹, Гончаров И.А.¹, Хохлов А.В.²

¹Механико-математический факультет МГУ им. М.В. Ломоносова,
г. Москва, Россия

²НИИ механики МГУ им. М.В. Ломоносова, г. Москва, Россия

АННОТАЦИЯ

Использование моделей для описания сверхпластического деформирования материалов возможно лишь при удовлетворительном описании ими характерных качественных особенностей данных испытаний материалов (наблюдаемых эффектов), в частности, диаграмм деформирования и сигмоидальной формы их зависимости от скорости деформирования (в логарифмических координатах). Один из традиционных инструментов в моделировании сверхпластичности, используемый более полувека, – структурные реологические модели, состоящие из соединений разного рода вязких и пластических элементов, в частности, только степенных нелинейно-вязких элементов, характеризующихся двумя материальными параметрами. В представленной работе доказана невозможность описания сигмоидальной кривой сверхпластичности только параллельным или только последовательным соединением любого количества нелинейно-вязких элементов с произвольными параметрами, т.е. доказана необходимость комбинировать в модели и параллельные, и последовательные соединения или добавлять элементы других типов. Анализ показал, что формы кривых скоростной чувствительности диаграмм деформирования, генерируемых смешанными соединениями трех степенных вязких элементов, и способность такой модели обеспечить сигмоидальный вид зависимости диаграмм деформирования от скорости деформирования существенным образом зависят от соотношения показателей скоростной чувствительности элементов.

Установлена возможность качественно описать сигмоидальную кривую скоростной чувствительности диаграмм деформирования и моделировать высокие значения показателя скоростной чувствительности в рамках линейной теории вязкоупругости без каких-либо сложных ограничений на функцию релаксации. Это означает, что линейные интегральные операторы вязкоупругости могут быть использованы в качестве «элементов» при построении определяющих соотношений для материалов с сигмоидальной кривой скоростной чувствительности диаграмм деформирования, в частности, для режимов сверхпластического деформирования материалов.

Ключевые слова: сверхпластичность; сигмоидальная кривая; диаграммы деформирования с постоянными скоростями; показатель скоростной чувствительности; структурно-механические модели; степенной нелинейно-вязкий элемент; модель Бэкофена; линейная теории вязкоупругости; функция релаксации

THE IMPOSSIBILITY OF MODELLING OF SIGMOID SUPERPLASTICITY CURVES USING ONLY PARALLEL OR SERIES CONNECTIONS OF POWER-LAW VISCOUS ELEMENTS

* Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант №17-08-01146_a).

Beliakova T.A.¹, Goncharov I.A.¹, Khokhlov A.V.²

¹*Department of Mechanics and Mathematics, Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russia*

²*Institute of Mechanics, Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russia*

ABSTRACT

Models for superplastic deformation of materials are applicable only in case they are able to describe properly the characteristic qualitative features of test data (the main effects observed), in particular material stress-strain curves features and sigmoid shape of their dependency on strain rate (in logarithmic coordinates). One of the traditional approaches to superplasticity modelling commonly used for more than half a century is based on structural rheological models, consisting of connections of various viscous and plastic elements, particularly connections of non-linear power-law viscous elements which are governed by two material parameters. In the present paper it is proved that it is impossible to describe the sigmoid shape of superplasticity curve by only parallel or only series connections of any number of non-linear viscous elements with arbitrary parameters. It results in the necessity to combine both parallel and series connections of power-law viscous elements in the model or to add elements of other types. The analysis showed that the shape of the strain rate sensitivity curves generated by the mixed connection of three power-law viscous elements as well as the model ability to provide a sigmoid strain rate sensitivity curves depend significantly on the relation between the strain rate exponents of the elements involved.

The possibility of qualitative simulation of sigmoid strain rate sensitivity curve as well as providing high values of the strain rate sensitivity index within the framework of the linear viscoelasticity theory is shown without any complex restrictions on the relaxation modulus. It means that linear integral operators of the viscoelasticity theory may be used as an "element" in construction of constitutive equations for a material with a sigmoid strain rate sensitivity curve, in particular in modelling superplastic deformation of materials.

Keywords: superplasticity; sigmoid curve; stress-strain curves at constant strain rates; strain rate sensitivity value; structural mechanical models; power-law non-linear viscous element; the Backofen model; the linear viscoelasticity theory; relaxation modulus

ВВЕДЕНИЕ

Сверхпластичностью называют способность некоторых материалов в определенных структурно-термомеханических условиях к очень большой пластической деформации (в сотни, и даже тысячи процентов) без образования шейки и очагов разрушения. Напряжение течения в состоянии сверхпластичности обычно значительно ниже предела текучести материала в обычном состоянии (при той же температуре) и сильно зависит от скорости деформирования. Сверхпластический режим деформирования реализуется у металлов и сплавов (титан, медь, цинк, титановые, алюминиевые и свинцово-оловянные сплавы, стали и др.), интерметаллидов и керамик с ультрамелкозернистой структурой при достаточно высоких температурах ($T > 0.4T_m$, T_m – температура плавления в Кельвинах) и малых скоростях деформации ($\dot{\epsilon} = 10^{-5} \div 10^{-1} \text{ c}^{-1}$) [1-19]. Сверхпластическое деформирование – процесс, крайне чувствительный к микроструктуре образца. Принято считать, что средний размер равноосных зерен материала должен составлять не более 10 мкм. В процессе

сверхпластического деформирования в материале устанавливается режим совместного действия ряда микроструктурных механизмов, таких как диффузионная ползучесть, зернограничное проскальзывание, внутризеренное дислокационное скольжение, рекристаллизация [6-20]. Сверхпластическое деформирование лежит в основе важных технологических процессов штамповки изделий сложной формы, получения материалов с нужной структурой и механическими свойствами посредством обработки давлением и большими пластическими деформациями [7,9,10,14-17,20,21] и т.п.

Феноменологию сверхпластичности как механического свойства материалов впервые экспериментально исследовал Треска еще в начале XIX века, а классической работой, напрямую посвящённой данному явлению и его структурным механизмам, считается работа Пирсона [1]. Термин «сверхпластичность» предложили советские учёные Бочвар и Свидерская [2]. Современное состояние вопроса освещено в монографиях и обзорах [11-20].

Сверхпластичность традиционно наблюдается и исследуется в испытаниях на одноосное растяжение или кручение образца (под давлением) с постоянными (и кусочно-постоянными) скоростями деформации ξ . Семейство диаграмм деформирования материала в состоянии сверхпластичности $\sigma(\varepsilon, \xi)$ сильно зависит от скорости ξ (как правило, под напряжением понимается напряжение по Коши, а под деформацией – логарифмическая деформация Генки). При изображении зависимости σ от ξ в логарифмических координатах кривая имеет характерный перегиб и сигмоидальную форму (рис.1) [6-19]. Точке перегиба кривой $\lg \sigma - \lg \xi$ (будем называть ее кривой скоростной чувствительности), соответствует максимум производной

$$M(\xi, \varepsilon) := \partial \lg \sigma / \partial \lg \xi = \xi \sigma^{-1} \partial \sigma / \partial \xi. \quad (1)$$

Эта величина называется показателем скоростной чувствительности (ПСЧ).

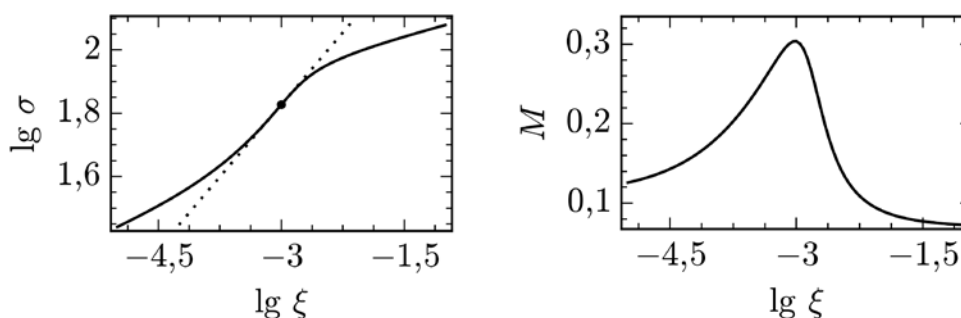


Рис.1. Сигмоидальная кривая сверхпластичности $\lg \sigma - \lg \xi$ (а) и соответствующий ей показатель скоростной чувствительности M (б). Пунктиром намечена касательная в точке перегиба.

Данные многочисленных испытаний материалов показывают, что сигмоидальность кривой с большей или меньшей степенью выраженности наблюдается во всех случаях сверхпластического деформирования материалов [6-19]. Наличие перегиба весьма важно для практических применений, поскольку положение точки перегиба характеризует оптимальный диапазон скоростей деформации для технологических процессов в режиме сверхпластичности. Модели сверхпластического деформирования материала должны воспроизводить эту характерную особенность зависимости напряжения σ от скорости

деформации ξ (наряду с развитым течением при почти постоянном напряжении и высокой чувствительностью напряжения течения к скорости деформирования).

Один из популярных традиционных способов описания поведения вязкоупругих и вязкопластичных материалов – структурные механические модели. Такие модели строятся из базовых элементов, описывающихся конкретными определяющими соотношениями с малым количеством параметров (разного рода упругих, вязких, пластических и других элементов), которые соединяются между собой параллельно или последовательно в произвольных комбинациях. За счёт различных способов соединения и подходящего выбора параметров, оказывается возможным получать модели со свойствами, существенно отличающимися от свойств исходных базовых элементов.

Структурно-механические модели являются удобным инструментом для построения одномерных определяющих соотношений и в случае сверхпластичности. Поскольку при моделировании сверхпластического деформирования материала связь напряжения и деформации должна отражать течение при постоянном напряжении и высокую скоростную чувствительность материала, традиционно в качестве базового используется [4-17,22,23] степенной нелинейно-вязкий элемент, моделирующий течение материала соотношением $\sigma = K\xi^m$, где σ – напряжение, ξ – скорость деформации, $m \in (0;1]$ и $K > 0$ – параметры элемента (материальные константы). Аналогичное соотношение лежит в основе гидромеханики неньютоновских вязких жидкостей. При $m=1$ из него получается линейный вязкий элемент Ньютона (ньютоновская жидкость), широко применяемый в структурных реологических моделях (Максвелла, Фойгта, Кельвина и др.), описывающих линейную вязкоупругость, с середины 19-го века. Использование структурно-механических моделей при описании реологических свойств материалов служит удобной и наглядной схемой учета основных микроструктурных механизмов в процессе деформирования. Так, в работе Бэкофена и соавторов [4] было предложено соединение трех степенных вязких элементов (рис.2а), в котором каждый элемент моделирует один из основных микромеханизмов сверхпластичности: диффузионную ползучесть ($m \approx 1$), зернограничное проскальзывание ($m \approx 0,5$) и дислокационное скольжение ($m \approx 0,1$). Часто используемое предположение о представимости скорости полной деформации в виде суммы скоростей деформации для каждого из микроструктурных процессов соответствует последовательному соединению вязких элементов.

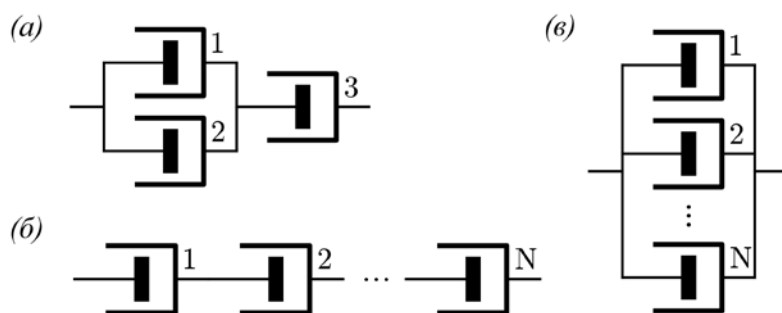


Рис.2. Смешанное (а), последовательное (б) и параллельное (в) соединения степенных нелинейно-вязких элементов.

В случае линейных упругих или вязких элементов произвольная комбинация из нескольких элементов одного типа может быть заменена на один эквивалентный элемент того же типа с определенными параметрами элемента. Для нелинейно-вязких элементов в случае несовпадения значений показателя m это не так: поведение соединения не сводится к поведению одного элемента. Чтобы использовать структурные модели из степенных вязких элементов для описания сверхпластичности необходимо ответить на вопрос: способны ли они моделировать сигмоидальную кривую и при каких условиях на параметры и схему соединения.

Видимо, впервые эта задача рассмотрена в работе [4] для модели на рис.2а: автором удалось подобрать конкретные наборы шести параметров, обеспечивших сигмоидальность. Основательное исследование структурных моделей, состоящих из упругих, вязких и идеально-пластических элементов выполнено Смирновым [7]. Ему не удалось получить модель, порождающую сигмоидальную зависимость $\lg \sigma - \lg \xi$, однако он предложил дробно-рациональную «формулу Смирнова», которая описывает сигмоидальность экспериментальных зависимостей, хотя и не соответствует какой-либо конкретной структурной модели. Вопрос о моделировании сигмоидальной кривой сверхпластичности комбинацией степенных элементов подробно рассматривался в работах [12,13,22,23]. Масштабные вычислительные эксперименты с моделями, полученными только параллельным или только последовательным соединением элементов, основанные на переборе параметров элементов, не увенчались успехом и не позволили найти наборы параметров, обеспечивающие сигмоидальность кривой $\lg \sigma - \lg \xi$. В работах [22,23] посредством численных экспериментов показано, что только параллельные или только последовательные комбинации малого числа (от 2 до 5) степенных вязких элементов при любых значениях их параметров не способны воспроизвести сигмоидальность кривой $\lg \sigma - \lg \xi$. Аналитическое исследование этого вопроса в общем случае не проведено.

Основной целью настоящей работы является математическое доказательство принципиальной невозможности описания кривых $\lg \sigma - \lg \xi$ сигмоидальной формы с помощью моделей, полученных только параллельным или только последовательным соединением любого количества вязких элементов с произвольными параметрами $m_i \in (0;1]$, $K_i > 0$, $i = 1, \dots, N$.

1. МОНОТОННОЕ ВОЗРАСТАНИЕ ПОКАЗАТЕЛЯ СКОРОСТНОЙ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ ДЛЯ ЛЮБОГО ПАРАЛЛЕЛЬНОГО СОЕДИНЕНИЯ СТЕПЕННЫХ ВЯЗКИХ ЭЛЕМЕНТОВ

Проанализируем модель, включающую степенные вязкие элементы, соединённые одинаковым образом. Сначала рассмотрим параллельное соединение произвольного числа нелинейно-вязких элементов (рис.2б) с определяющими соотношениями $\sigma_i = K_i \xi_i^{m_i}$, $i = 1, \dots, N$, $N \geq 2$. При параллельном соединении деформация (и скорость деформации ξ) всех элементов совпадает, а напряжение σ является суммой напряжений σ_i в каждом элементе. Определяющие соотношения модели будут, следовательно, выглядеть таким образом

$$\begin{aligned}\xi &= \xi_1 = \dots = \xi_N; \\ \sigma &= \sum_{i=1}^N \sigma_i = \sum K_i \xi^{m_i}\end{aligned}\quad (2)$$

Здесь и далее знаком суммирования без указания пределов суммирования обозначается сумма от 1 до N . Поскольку при перестановке элементов общая схема не изменяется, а два элемента с номерами $i \neq j$, для которых выполняется равенство $m_i = m_j$, можно заменить на один эквивалентный элемент с тем же показателем $m = m_i = m_j$ и коэффициентом $K = K_i + K_j$, будем считать без ограничения общности, что $m_1 < \dots < m_N$.

Вычислим показатель скоростной чувствительности (1) для модели (2)

$$M_p = \frac{\xi}{\sigma} \cdot \frac{\partial \sigma}{\partial \xi} = \frac{\xi}{\sum K_i \xi^{m_i}} \cdot \sum K_i m_i \xi^{m_i-1} = \frac{\sum K_i m_i \xi^{m_i}}{\sum K_i \xi^{m_i}} \quad (3)$$

Экстремумы ПСЧ соответствуют нулям производной

$$\frac{\partial M_p}{\partial \lg \xi} = \xi \cdot \frac{\partial M_p}{\partial \xi} = \frac{\left(\sum K_i m_i^2 \xi^{m_i}\right) \cdot \left(\sum K_i \xi^{m_i}\right) - \left(\sum K_i m_i \xi^{m_i}\right)^2}{\left(\sum K_i \xi^{m_i}\right)^2} \quad (4)$$

Поскольку $0 < m_i \leq 1$, $K_i > 0$ и, в случае одноосного растяжения, $\xi > 0$, каждая сумма в выражении (4) строго положительна. Равенство дроби нулю возможно лишь в случае равенства нулю её числителя.

Лемма. Для любых $N \geq 2$, различных $m_i \in (0; 1]$, $K_i > 0$, $i = 1, \dots, N$, и любого $\xi > 0$ справедливо неравенство

$$S[N] := \left(\sum_{i=1}^N K_i m_i^2 \xi^{m_i}\right) \cdot \left(\sum_{i=1}^N K_i \xi^{m_i}\right) - \left(\sum_{i=1}^N K_i m_i \xi^{m_i}\right)^2 > 0 \quad (5)$$

Доказательство. Воспользуемся методом математической индукции. В качестве базы индукции рассмотрим $N = 2$, тогда выражение (5) примет вид

$$S[2] = \left(K_1 m_1^2 \xi^{m_1} + K_2 m_2^2 \xi^{m_2}\right) \cdot \left(K_1 \xi^{m_1} + K_2 \xi^{m_2}\right) - \left(K_1 m_1 \xi^{m_1} + K_2 m_2 \xi^{m_2}\right)^2$$

Раскроем скобки и упростим получившееся выражение

$$\begin{aligned}S[2] &= K_1^2 m_1^2 \xi^{2m_1} + K_1 K_2 m_1^2 \xi^{m_1+m_2} + K_1 K_2 m_2^2 \xi^{m_1+m_2} + K_2^2 m_2^2 \xi^{2m_2} - \\ &\quad - K_1^2 m_1^2 \xi^{2m_1} - 2K_1 K_2 m_1 m_2 \xi^{m_1+m_2} - K_2^2 m_2^2 \xi^{2m_2} = \\ &= K_1 K_2 \xi^{m_1+m_2} (m_1^2 + m_2^2 - 2m_1 m_2) = K_1 K_2 \xi^{m_1+m_2} (m_1 - m_2)^2 > 0.\end{aligned}$$

Теперь рассмотрим выражение (5), содержащее суммы с $N+1$ слагаемым, считая, что при N слагаемых факт уже доказан (шаг индукции). Сгруппируем все слагаемые, кроме последнего, в единую сумму

$$\begin{aligned}S[N+1] &= \left(\sum K_i m_i^2 \xi^{m_i} + K_{N+1} m_{N+1}^2 \xi^{m_{N+1}}\right) \cdot \left(\sum K_i \xi^{m_i} + K_{N+1} \xi^{m_{N+1}}\right) - \\ &\quad - \left(\sum K_i m_i \xi^{m_i} + K_{N+1} m_{N+1} \xi^{m_{N+1}}\right)^2.\end{aligned}$$

Вновь раскроем скобки и упростим выражение

$$\begin{aligned}S[N+1] &= \left(\sum K_i m_i^2 \xi^{m_i}\right) \cdot \left(\sum K_i \xi^{m_i}\right) + K_{N+1} m_{N+1}^2 \xi^{m_{N+1}} \sum K_i \xi^{m_i} + \\ &\quad + K_{N+1} \xi^{m_{N+1}} \sum K_i m_i^2 \xi^{m_i} + K_{N+1}^2 m_{N+1}^2 \xi^{2m_{N+1}} - \left(\sum K_i m_i \xi^{m_i}\right)^2 - \\ &\quad - 2K_{N+1} m_{N+1} \xi^{m_{N+1}} \sum K_i m_i \xi^{m_i} - K_{N+1}^2 m_{N+1}^2 \xi^{2m_{N+1}}.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & -2K_{N+1}m_{N+1}\xi^{m_{N+1}} \sum K_i m_i \xi^{m_i} - K_{N+1}^2 m_{N+1}^2 \xi^{2m_{N+1}} = \\
 & = S[N] + K_{N+1} \xi^{m_{N+1}} \left(m_{N+1}^2 \sum K_i \xi^{m_i} + \sum K_i m_i^2 \xi^{m_i} - 2m_{N+1} \sum K_i m_i \xi^{m_i} \right).
 \end{aligned}$$

По предположению индукции $S[N] > 0$; $K_{N+1} \xi^{m_{N+1}} > 0$, поэтому нужно доказать лишь положительность выражения в скобках

$$\begin{aligned}
 & \sum \left(m_{N+1}^2 K_i \xi^{m_i} + K_i m_i^2 \xi^{m_i} - 2m_{N+1} K_i m_i \xi^{m_i} \right) = \\
 & = \sum \left(K_i \xi^{m_i} \left(m_{N+1}^2 + m_i^2 - 2m_{N+1} m_i \right) \right) = \sum \left(K_i \xi^{m_i} \left(m_{N+1} - m_i \right)^2 \right) > 0.
 \end{aligned}$$

Таким образом, утверждение полностью доказано.

Итак, согласно лемме вторая производная (4) зависимости $\log \sigma$ от $\log \xi$, следующей из соотношения (2), всегда положительна. Следовательно, её первая производная M_p (3) монотонно возрастает и не имеет экстремумов, а кривая самой зависимости не имеет точек перегиба (точнее, выпукла вниз).

2. МОНОТОННОЕ УБЫВАНИЕ ПОКАЗАТЕЛЯ СКОРОСТНОЙ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ ДЛЯ ЛЮБОГО ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОГО СОЕДИНЕНИЯ СТЕПЕННЫХ ВЯЗКИХ ЭЛЕМЕНТОВ

Теперь рассмотрим последовательное соединение $N \geq 2$ степенных вязких элементов (рис.2в). При таком соединении деформация, наоборот, является суммой деформаций всех элементов, а напряжения в них одинаковы: $\sigma = \sigma_1 = \dots = \sigma_N$. Введём обозначения $n_i := 1/m_i$, $C_i := 1/K_i^{n_i}$. Тогда $\xi_i = C_i \sigma_i^{n_i}$ и определяющее соотношение модели выражается уравнением

$$\xi = \sum_{i=1}^N \xi_i = \sum C_i \sigma^{n_i} \tag{6}$$

Вычислим ПСЧ по формуле (1)

$$M_s = \frac{\xi}{\sigma} \cdot \left(\frac{\partial \xi}{\partial \sigma} \right)^{-1} = \frac{\sum C_i \sigma^{n_i}}{\sum C_i n_i \sigma^{n_i}} \tag{4}$$

Данное выражение после очевидного переобозначения переменных превращается в выражение вида $1/M_p$, где M_p – ПСЧ (3) в случае параллельного соединения. Поскольку уже доказано, что M_p – строго положительная возрастающая функция, то M_s также является строго положительной и монотонной, но убывающей функцией. Таким образом, зависимость $\log \sigma$ от $\log \xi$, следующая из соотношения (6), также не имеет точек перегиба (точнее, выпукла вверх).

3. ЗАВИСИМОСТЬ ФОРМЫ КРИВОЙ СКОРОСТНОЙ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ $\lg \sigma - \lg \xi$ ОТ СПОСОБА СОЕДИНЕНИЯ СТЕПЕННЫХ ВЯЗКИХ ЭЛЕМЕНТОВ

Как следует из разделов 1 и 2, последовательное и параллельное соединения степенных вязких элементов приводят к зависимостям с монотонными ПСЧ. В то же время, как уже упоминалось, с помощью смешанного соединения (модели Бэкофена) возможно получить модели, обладающие немонотонными ПСЧ.

Тем не менее, само по себе смешанное соединение не обеспечивает требуемой сигмоидальной формы кривой зависимости $\lg \sigma$ от $\lg \xi$. Для получения сигмоидальной кривой необходимо выбрать подходящие значения параметров элементов, входящих в модель.

Рассмотрим для примера рис.3, на котором изображены графики ПСЧ и кривые $\lg \sigma - \lg \xi$ моделей, получаемых различными способами соединения трёх степенных вязких элементов со следующими шестью параметрами: $m_1 = 0,9$, $K_1 = 200000$, $m_2 = 0,3$, $K_2 = 793$, $m_3 = 0,1$, $K_3 = 462$. Элементы соединяются способами, изображёнными на рис.2: последовательно (линия 1), параллельно (линия 2) и смешанным образом, то есть по модели Бэкофена (линия 3). Кроме того приводятся кривые модели, полученной таким же смешанным соединением, но с изменением порядка элементов: первый и третий элементы меняются местами (линия 4). Пунктиром показаны графики ПСЧ и кривые (прямые) $\lg \sigma - \lg \xi$ отдельных элементов (ПСЧ любого степенного элемента – константа).

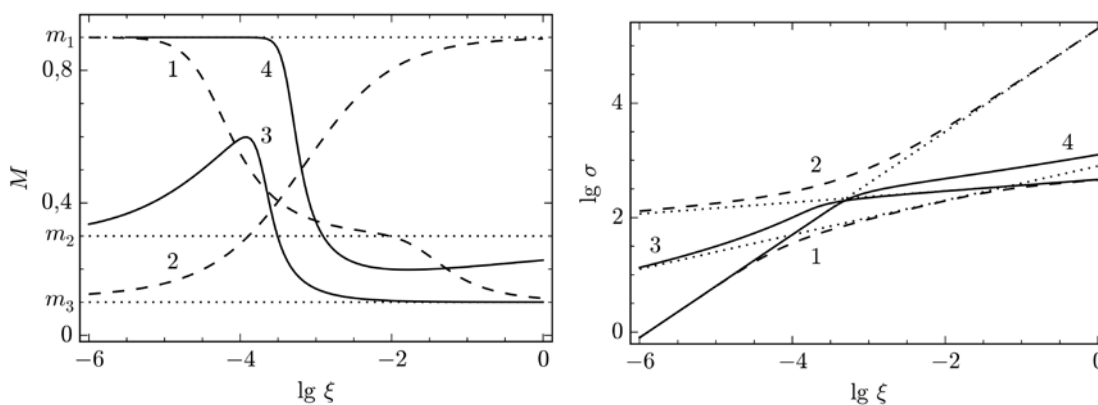


Рис.3. Зависимость от способа соединения элементов графика показателя скоростной чувствительности $M - \lg \xi$ (а) и кривых $\lg \sigma - \lg \xi$ (б).

Как было доказано, при однотипном соединении кривая $\lg \sigma - \lg \xi$ не имеет перегибов (линии 1 и 2), а ПСЧ монотонно убывает в случае последовательного соединения и монотонно возрастает в случае параллельного соединения. Предельные значения M при $\xi \rightarrow 0$ и $\xi \rightarrow \infty$ равны максимальному или минимальному из показателей элементов m_i (в силу (3) и (7)). В случае же смешанного соединения (модели Бэкофена) решающее значение имеет также порядок элементов даже при сохранении величин их параметров. Более точно, общая форма получаемой по модели кривой задаётся соотношением показателя элемента, присоединенного последовательно, и показателей двух элементов, соединённых параллельно.

Подробное исследование этой модели и характеристика областей её (шестимерного) пространства параметров по типам форм порождаемых ею кривых $\lg \sigma - \lg \xi$ приведены в работе [24]. В частности, показано, что отвечающие за сигмоидальность константы модели могут быть сведены к четырем независимым параметрам со значениями из отрезка $[0;1]$. Это позволило выделить области сигмоидальности диаграмм деформирования, их монотонности и «отрицательной сигмоидальности» (когда перегиб на кривой

$\lg \sigma - \lg \xi$ существует, но соответствует переходу не от выпуклости вниз к выпуклости вверх, как на экспериментальных диаграммах, а наоборот).

4. СПОСОБНОСТЬ ФИЗИЧЕСКИ ЛИНЕЙНОГО СООТНОШЕНИЯ ВЯЗКОУПРУГОСТИ ОПИСЫВАТЬ «СИГМОИДАЛЬНУЮ» ФОРМУ ЗАВИСИМОСТИ НАПРЯЖЕНИЯ ОТ СКОРОСТИ ДЕФОРМАЦИИ

Полезно сопоставить полученные для нелинейных моделей результаты с возможностями линейной теории вязкоупругости по моделированию скоростной чувствительности диаграмм деформирования и сигмоидальной формы зависимости $\lg \sigma - \lg \xi$.

В работах [25-27] аналитически исследованы свойства семейства диаграмм деформирования $\sigma = \sigma(\varepsilon, \xi)$, порождаемых физически линейным определяющим соотношением вязкоупругости

$$\sigma(t) = \int_0^t R(t-\tau) d\varepsilon(\tau), \quad \varepsilon(t) = \int_0^t \Pi(t-\tau) d\sigma(\tau), \quad t \geq 0 \quad (5)$$

с произвольными функциями релаксации и ползучести $R(t)$ и $\Pi(t)$, $t > 0$, в одноосных испытаниях с постоянными скоростями деформации ($\varepsilon(t) = \xi t$) и их зависимость от скорости деформации ξ , выведено и изучено общее выражение для показателя их скоростной чувствительности (ПСЧ). На функции ползучести и релаксации в (8) налагаются минимальные необходимые ограничения: они предполагались положительными и дифференцируемыми на $(0; \infty)$, $\Pi(t)$ – возрастающей и выпуклой вверх на $(0; \infty)$, а $R(t)$ – убывающей и выпуклой вниз, $R(t)$ может иметь интегрируемую особенность в точке $t = 0$ (например, степенную) и включать слагаемое $\eta \delta(t)$, где $\delta(t)$ – дельта-функция, $\eta > 0$. Время и напряжение в определяющем соотношении (8) (и формуле для ПСЧ (1)) считаются безразмерными. В силу линейности операторов (8) изучаемые качественные свойства диаграмм деформирования и ПСЧ не зависят от способа масштабирования напряжений и времени.

Уравнение семейства диаграмм деформирования, порождаемых определяющим соотношением (8) (т.е. его откликов на процессы вида $\varepsilon(t) = \xi t$) имеет вид

$$\sigma(\varepsilon, \xi) = P(\varepsilon/\xi) \varepsilon, \quad P(t) := t^{-1} \int_0^t R(\tau) d\tau. \quad (6)$$

Здесь $P(t)$ – осреднение функции релаксации; в работе [25] доказано, что $P(t)$ – гладкая убывающая функция, обладающая свойствами $P(t) > 1/\Pi(t) > R(t)$ при $t > 0$ и $\dot{P}(t) = t^{-1}(R(t) - P(t))$. Вычисление по диаграммам деформирования (9) ПСЧ (1) дает $M(\xi, \varepsilon) := \xi \sigma^{-1} \partial \sigma / \partial \xi = \varepsilon \sigma^{-1} [P(\varepsilon/\xi) - R(\varepsilon/\xi)]$, т.е. в силу (9)

$$M(x) = 1 - R(x)/P(x), \quad x := \varepsilon/\xi > 0. \quad (7)$$

Таким образом, в рамках линейной теории вязкоупругости ПСЧ – функция, зависящая от *одного* аргумента $x = \varepsilon/\xi$. Каждой конкретной модели (8) (каждой

функции релаксации $R(x)$) соответствует своя функция $M(x)$, характеризующая её скоростную чувствительность (и остальные свойства) [27].

Так как $P(x) > R(x) > 0$ при $x > 0$, то из (10) следует *общая оценка* $0 < m(x) < 1$, справедливая для любой функции релаксации. Для вырожденных моделей реализуются предельные случаи: для упругого элемента $R(t) = E = \text{const}$, $P(x) = E$ и $M(x) \equiv 0$, а для ньютоновской жидкости – $R = \eta \delta(t)$, $P(t) = \eta t^{-1}$ и $M(x) \equiv 1$ при $x > 0$. Таким образом, линейное определяющее соотношение (8) описывает только псевдопластические среды и не может моделировать дилатантные среды (у которых кажущаяся вязкость $\eta := \sigma/\dot{\epsilon}$ – возрастающая функция скорости деформации) [26].

Отметим, что для степенных функций релаксации $R(t) = At^{-\alpha}$, $\alpha \in (0;1)$, $A > 0$, ПСЧ не зависит от ξ и ε : $M(x) \equiv \alpha$ при $x > 0$, а ПСЧ параллельных соединений любого числа линейных моделей со степенными функциями релаксации с произвольными $\alpha_i \in (0;1)$ и $A_i > 0$ всегда убывает по x (соответственно, ПСЧ возрастает с ростом скорости ξ), причем $M(0+) = \alpha$ и $M(+\infty) = \alpha_0$, где $\alpha = \max \alpha_i$ и $\alpha_0 := \min \alpha_i$ [27]. Это свойство аналогично результату п.1 для параллельного соединения нелинейно вязких элементов.

В работе [26] доказано, что, если $R(0+) < \infty$ и $R(\infty) \neq 0$ (т.е. мгновенный модуль конечен, а длительный отличен от нуля), то положительная непрерывная функция (10) стремится к нулю на концах интервала $(0; +\infty)$, и, следовательно, ПСЧ $M(x)$ имеет хотя бы один локальный максимум (в той точке $x = \hat{x}$, в которой достигает своей точной верхней грани на $(0; +\infty)$). При фиксированной скорости деформации ξ функция $M(\varepsilon)$, $\varepsilon > 0$, имеет максимум в точке $\varepsilon = \xi \hat{x}$. А при фиксированном ε функция $M(\xi)$, $\xi > 0$, имеет максимум в т. $\xi = \varepsilon/\hat{x}$. Таким образом, физически линейная теория способна моделировать наличие максимума на кривой зависимости ПСЧ от скорости деформации (см. рис.1). Тем самым доказана (неожиданная) способность интегральных операторов линейной вязкоупругости качественно описывать сигмоидальную форму зависимости *зависимости* $\lg \sigma$ от $\lg \xi$ и очень высокую скоростную чувствительность (с показателем $M \in (0,5;1)$), характерные для режима сверхпластического деформирования материалов, причем без каких-либо экзотических ограничений на функцию релаксации в соотношении (8) (указанные условия выполняются даже для классической модели Кельвина из двух упругих элементов и одного вязкого [26]: ее функция релаксации имеет вид $R = (E - r)e^{-\mu t} + r$, $E > r \geq 0$, $\mu > 0$). Отсюда следует принципиальная возможность использования линейных интегральных операторов вида (8) (даже инвариантных относительно сдвигов по времени) как полезного инструмента («элемента») при построении определяющего соотношения сверхпластичности, связывающих истории тензоров напряжений и деформаций (конечных, больших), температуры и эволюции параметров структуры материала [26]. Например,

соединив (параллельно или последовательно) один нелинейно вязкий элемент и линейную модель Кельвина (или иной линейный вязкоупругий «суперэлемент») можно получить нелинейную модель с ПСЧ, имеющим максимум.

Для иллюстрации свойств ПСЧ рассмотрим степенную функцию релаксации $R(t) = At^{-\alpha}$, $\alpha \in (0;1)$, $A > 0$, и ее регуляризацию

$$R(t) = r + A(t+h)^{-\alpha}, \quad A, h, \alpha > 0, \quad r \geq 0. \quad (8)$$

При $h=0$ и $\alpha \in (0;1)$ регулярная функция релаксации (11) вырождается во фрактальную модель Фойгта (нерегулярную), а мгновенный модуль $E = R(0) = r + Ah^{-\alpha}$ стремится к бесконечности при $h \rightarrow 0+$.

В случае $\alpha \neq 1$ осреднение функции релаксации (11) и ПСЧ имеют вид $P(t) = r + A(1-\alpha)^{-1} t^{-1} [(t+h)^{1-\alpha} - h^{1-\alpha}]$,

$$M(x) = 1 - \frac{\bar{r} + h^{-\alpha} (1+x/h)^{-\alpha}}{\bar{r} + (1-\alpha)^{-1} h^{1-\alpha} x^{-1} [(1+x/h)^{1-\alpha} - 1]}, \quad x > 0, \quad (9)$$

где $\bar{r} := r/A$.

При $\alpha = 1$ имеем $P(t) = r + At^{-1} \ln[(t+h)/h]$ и $M(x) = 1 - \frac{\bar{r} + (x+h)^{-1}}{\bar{r} + x^{-1} \ln(1+x/h)}$.

В силу регулярности функции релаксации (11) $M(0+) = 0$. Предел $M(\infty)$ и интервалы монотонности $M(x)$ зависят от r и α . Если $r > 0$, то $M(\infty) = 0$ и $M(x)$ имеет точку максимума. Если $r = 0$, то $M(x)$ монотонно возрастает при $x > 0$ (соответственно, $M(\xi)$ убывает при всех $\xi > 0$), а $M(\infty) = \alpha$ в случае $\alpha \in (0;1)$ и $M(\infty) = 1$ для любого $\alpha \geq 1$.

На рис.4а приведены ПСЧ $M(x)$ для моделей (11) с $h=1$, $\bar{r} := r/A = 1/9$ (кривые 1-5) и $r=0$ (штриховые кривые 1'-4') и с разными показателями: $\alpha = 0.2; 0.5; 1; 2; 5$. Для моделей с $r=0$ (кривые 1'-4') $M(x)$ возрастает при $x > 0$, а для моделей с $r \neq 0$ $M(x)$ имеет точку максимума и $M(x) \rightarrow 0$ при $x \rightarrow \infty$. Графики ПСЧ моделей с $\alpha < 1$ (кривые 1', 2' для $\alpha = 0.2$ и $\alpha = 0.5$) имеют горизонтальные асимптоты $M = \alpha$ (прямые 11' и 12'), а ПСЧ моделей с $\alpha \geq 1$ – общую асимптоту $M = 1$ (прямая 13'). Эти прямые совпадают с ПСЧ модели со степенной функцией релаксации (с $r=0$ и $h=0$). При фиксированном r , чем больше α , тем выше график $M(x)$ в окрестности точки $x=0$ (и тем больше максимальное значение $M(\hat{x})$); для моделей с $r=0$ это верно на всей оси, а для моделей с $r > 0$ порядок графиков по вертикали быстро меняется на обратный правее точек максимума $M(\hat{x})$. При $\alpha \rightarrow \infty$ $M(\hat{x})$ растёт (но не до 1), $\hat{x} \rightarrow 0$, и правый склон графика $M(x)$ всё ближе по очертанию к ПСЧ модели Фойгта $M = 1/(1+\lambda x)$ (штрих-пунктирная линия 10 – ПСЧ модели Фойгта с $\lambda := r/\eta = 1$).

На рис.4б приведены зависимости $M(\xi)$ при фиксированном $\varepsilon = 0.01; 0.05; 0.10; 0.20; 0.30$ для двух моделей с $\alpha = 2$ (т.е. $\alpha > 1$): при $\bar{r} = 1/9$, т.е. $r/E = 0.1$ (кривые 1-5) и при $r = 0$ (штриховые кривые 1'-5'). Для модели с $r = 0$ $M(\xi)$ убывает при всех $a > 0$, причём $M(\xi) \rightarrow 0$ при $a \rightarrow \infty$. Для модели с $r \neq 0$ графики $M(\xi)$ имеет точку максимума, максимальное значение ПСЧ $M(\hat{x})$ для конкретной модели не зависит от ε и $M(\xi) \rightarrow 0$ при $\xi \rightarrow \infty$.

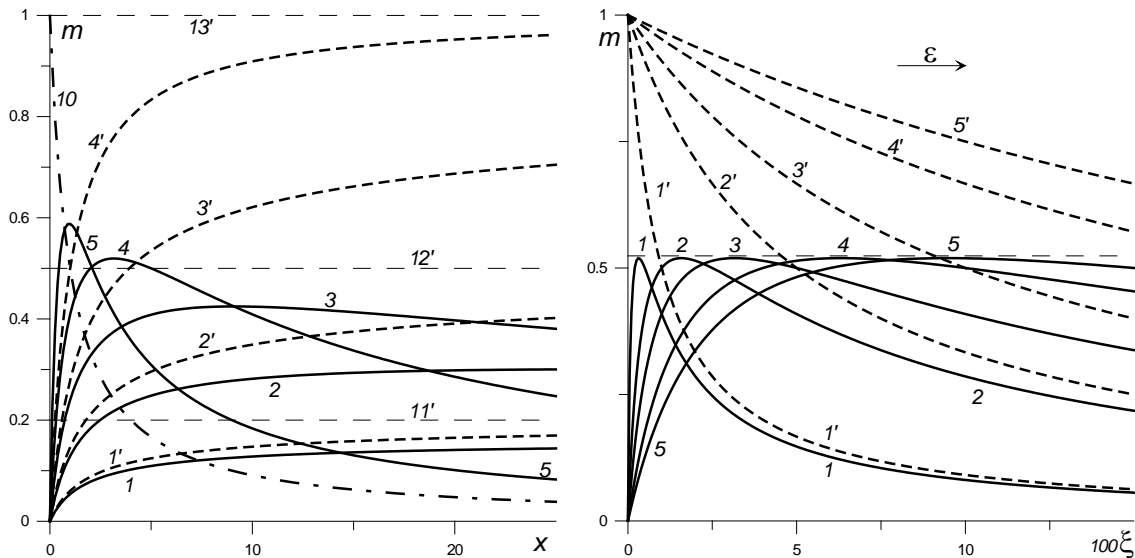


Рис.4. а – Кривые скоростной чувствительности $M(x)$ моделей вида (11) с $h = 1$, $\bar{r} = 1/9$ (кривые 1-5) или $\bar{r} = 0$ (штриховые кривые 1'-4') для разных показателей $\alpha = 0.2; 0.5; 1; 2; 5$; б – зависимости $M(\xi)$ при $\varepsilon = 0.01; 0.05; 0.10; 0.20; 0.30$ для двух моделей (11) с $\alpha = 2$ и $\bar{r} = 1/9$ (кривые 1-5) или $r = 0$ (штриховые кривые 1'-5').

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В статье доказано утверждение о монотонности показателя скоростной чувствительности (1) моделей, полученных только параллельным или только последовательным соединением любого числа степенных нелинейно-вязких элементов с произвольными материальными константами, и отсутствии точки перегиба кривой скоростной чувствительности $\lg \sigma - \lg \xi$, порождаемой любой из таких моделей. Это означает, что такие модели не способны описывать сигмоидальную форму кривой скоростной чувствительности, характерную для сверхпластического деформирования материалов, и потому непригодны для моделирования сверхпластичности. Необходимо комбинировать в модели сверхпластичности и параллельные, и последовательные соединения или добавлять элементы других типов и исследовать ограничения на их параметры, позволяющие моделировать сигмоидальность (и, конечно, вводить в модель зависимость напряжения от эволюции среднего размера зерна материала и, возможно, иных параметров структуры, задаваемую кинетическим уравнениями [11-17, 28-32]).

В частности, показано, что формы кривых скоростной чувствительности диаграмм деформирования, генерируемых смешанными соединениями трех степенных вязких элементов, и способность такой модели обеспечить сигмоидальный вид зависимости диаграмм деформирования от скорости деформирования существенным образом зависят от соотношения показателей скоростной чувствительности элементов. Кроме того, установлена возможность качественно описать сигмоидальную кривую скоростной чувствительности диаграмм деформирования и моделировать высокие значения показателя скоростной чувствительности (близкие к единице) с помощью линейного определяющего соотношения вязкоупругости (8) без каких-либо сложных ограничений на функцию релаксации (используя даже простейшие классические модели). Это означает, что линейные интегральные операторы (8) могут быть использованы в качестве «элемента» при построении определяющих соотношений для материалов с сигмоидальной кривой скоростной чувствительности диаграмм деформирования, в частности, для режимов сверхпластического деформирования материалов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Pearson C.E. *The viscous properties of extruded eutectic alloys of Pb-Sn and Bi-Sn* // J. of the Institute of Metals. – 1934. – Vol.54. – Pp.111-123.
2. Бочвар А.А., Свидерская З.А. *Явление сверхпластичности в сплавах цинка с алюминием* // Изв. АН СССР. ОТН. – 1945. – №9. – С.821-824.
3. Lee D., Backofen W.A. *Superplasticity in some titanium and zirconium alloys* // Trans. Met. Soc. AIME. – 1967. – Vol.239. – Pp.1034-1040.
4. Zehr S.W., Backofen W.A. *Superplasticity in Lead-Tin alloys* // Trans. ASM. – 1968. – Vol.61. – Pp.300-313.
5. Hedworth J., Stowell M.J. *The measurement of strain rate sensitivity in superplastic alloys* // J. Mater. Sci. – 1971. – Vol.6. – Pp.1061-1069.
6. Грабский М.В. *Структурная сверхпластичность металлов.* – М.: Металлургия, 1975. – 272 с.
7. Смирнов О.М. *Обработка металлов давлением в состоянии сверхпластичности.* – М.: Машиностроение, 1979. – 184 с.
8. Padmanabhan K.A., Davies J.J. *Superplasticity.* – Berlin: Springer-Verlag, 1980. – 314 p.
9. Кайбышев О.А. *Сверхпластичность промышленных сплавов.* – М.: Металлургия, 1984. – 264 с.
10. Сегал В.М., Резников В.И., Копылов В.И., Павлик Д.А. *Процессы пластического структурообразования металлов.* – Минск: Наука и техника, 1994. – 232 с.
11. Nieh T.G., Wadsworth J., Sherby O.D. *Superplasticity in metals and ceramics.* – Cambridge Univ. Press, 1997. – 287 p.
12. Васин Р.А., Еникеев Ф.У. *Введение в механику сверхпластичности.* – Уфа: Гилем, 1998. – 280 с.
13. Padmanabhan K.A., Vasin R.A., Enikeev F.U. *Superplastic Flow: Phenomenology and Mechanics.* – Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2001. – 363 p.
14. Кайбышев О.А., Утяшев Ф.З. *Сверхпластичность, измельчение структуры и обработка труднодеформируемых сплавов.* – М.: Наука, 2002. – 438 с.

15. Чумаченко Е.Н., Смирнов О.М., Цепин М.А. *Сверхпластичность: Материалы, теория, технологии*. – М.: КомКнига, 2005. – 320 с.
16. Segal V.M., Beyerlein I.J., Tome C.N., Chuvil'deev V.N., Kopylov V.I. *Fundamentals and Engineering of Severe Plastic Deformation*. – New York: NovaSciencePub. Inc, 2010. – 542 p.
17. Langdon T.G. *Forty-Five Years of Superplastic Research: Recent Developments and Future Prospects* // *Materials Science Forum*. – 2016. – Vol.838-839. – Pp.3-12.
18. Шарифуллина Э.Р., Швейкин А.И., Трусов П.В. *Обзор экспериментальных исследований структурной сверхпластичности: эволюция микроструктуры материалов и механизмы деформирования* // *Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика*. – 2018. – №3. – С.103-127.
19. Mosleh A.O., Mikhaylovskaya A.V., Kotov A.D., AbuShanab W.S., Moustafa E.B., Portnoy V.K. *Experimental Investigation of the Effect of Temperature and Strain Rate on the Superplastic Deformation Behavior of Ti-Based Alloys in the ($\alpha+\beta$) Temperature Field* // *Metals*. – 2018. – Vol.8. – Iss.10(819). – Pp.1-16.
20. Faraji G., Kim H.S., Kashi H.T. *Severe Plastic Deformation: Methods, Processing and Properties*. – Elsevier, 2018. – 324 p.
21. Ефимов О.Ю., Громов В.Е., Иванов Ю.Ф. *Формирование структуры, фазового состава и свойств сталей и сплавов в упрочняющих технологиях обработки давлением*. – Новокузнецк: Сиб. гос. индустр. ун-т, Интер-Кузбасс, 2012. – 345 с.
22. Васин Р.А., Еникеев Ф.У., Мазурский М.И., Мунирова О.С. *Структурно-механическое моделирование универсальной кривой сверхпластичности* // *Проблемы прочности*. – 2000. – Т.32. – №2. – С.109-118.
23. Vasin R.A., Enikeev F.U., Mazurski M.I., Munirova O.S. *Mechanical modelling of the universal superplastic curve* // *J. of Materials Science*. – 2000. – Vol.35. – No.10. – Pp.2455-2466.
24. Белякова Т.А., Васин Р.А., Гончаров И.А. *Влияние параметров нелинейно-вязких элементов на моделирование характерных свойств процесса сверхпластичности* // *Письма о материалах*. – 2015. – Т.5. – №1. – С.24-29.
25. Хохлов А.В. *Общие свойства диаграмм деформирования линейных моделей вязкоупругости при постоянной скорости деформации* // *Проблемы прочности и пластичности*. – 2015. – Т.77. – №1. – С.60-74.
26. Хохлов А.В. *О способности физически линейного соотношения вязкоупругости описывать «сигмоидальную» форму зависимости напряжения от скорости деформации* // *Деформация и разрушение материалов (в печати)*.
27. Хохлов А.В. *Характеристика скоростной чувствительности диаграмм деформирования в линейной теории вязкоупругости и построение по ней функции релаксации* // *Проблемы прочности и пластичности (в печати)*.
28. Sun Q.J., Wang G.C. *Microstructure and superplasticity of TA15 alloy* // *Mater. Sci. Eng. A*. – 2014. – Vol.606. – Pp.401-408.
29. Vylya O.I, Sarangi M.K., Ovchinnikova N.V. et al. *FEM simulation of microstructure refinement during severe deformation* // *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. – 2014. – Vol.63. – No.012033. – P.1-10.
30. Alabort E., Putman D., Reed R.C. *Superplasticity in Ti-6Al-4V: characterisation, modelling and applications* // *Acta Mater*. – 2015. – Vol.95. – Pp.428-442.

31. Bylya O.I., Vasin R.A., Blackwell P.L. *The mechanics of superplastic forming — how to incorporate and model superplastic and superplastic-like condition* // Materials Science Forum. – 2016. – Vol.838. – P.468-476.
32. Lin Y.C., Chen X.-M. *A critical review of experimental results and constitutive descriptions for metals and alloys in hot working* // Materials and Design. – 2011. – Vol.32. – Pp.1733-1759.

REFERENCES

1. Pearson C.E. *The viscous properties of extruded eutectic alloys of Pb-Sn and Bi-Sn*. J. of the Institute of Metals, 1934, Vol.54, Pp.111-123.
2. Bochvar A.A., Sviderskaia Z.A. *Yavlenie sverkhplastichnosti v splavakh tsinka s alyuminiem [Phenomenon of superplasticity in zinc-aluminum alloys]*. Izvestiya akademii naukSSSR. Otdelenie tekhnicheskikh nauk, 1945, No.9, Pp.821-824.
3. Lee D., Backofen W.A. *Superplasticity in some titanium and zirconium alloys*. Trans. Met. Soc. AIME, 1967, Vol.239, Pp.1034-1040.
4. Zehr S.W., Backofen W.A. *Superplasticity in Lead-Tin alloys*. Trans. ASM, 1968, Vol.61, Pp.300-313.
5. Hedworth J., Stowell M.J. *The measurement of strain rate sensitivity in superplastic alloys*. J. Mater. Sci., 1971, Vol.6, Pp.1061-1069.
6. Grabskii M.V. *Strukturnaya sverkhplastichnost' metallov [Structural superplasticity of metals]*. Moskva, Metallurgiya, 1975, 272 p.
7. Smirnov O.M. *Obrabotka metallov davleniem v sostoyanii sverkhplastichnosti [Treatment of metals by pressure in a state of superplasticity]*. Moskva, Mashinostroenie, 1979, 184 p.
8. Padmanabhan K.A., Davies J.J. *Superplasticity*. Berlin, Springer-Verlag, 1980, 314 p.
9. Kaibyshev O.A. *Sverkhplastichnost' promyshlennykh splavov [Superplasticity of industrial alloys]*. Moskva, Metallurgiya, 1984, 264 p.
10. Segal V.M., Reznikov V.I., Kopylov V.I., Pavlik D.A. *Protsessy plasticheskogo strukturoobrazovaniya metallov [Processes of plastic structure formation of metals]*. Minsk, Nauka i tekhnika, 1994, 232 p.
11. Nieh T.G., Wadsworth J., Sherby O.D. *Superplasticity in metals and ceramics*. Cambridge Univ. Press, 1997, 287 p.
12. Vasin R.A., Enikeev F.U. *Vvedenie v mekhaniku sverkhplastichnosti [Introduction to the superplasticity mechanics]*. Ufa, Gilem, 1998, 280 p.
13. Padmanabhan K.A., Vasin R.A., Enikeev F.U. *Superplastic Flow: Phenomenology and Mechanics*. Berlin, Heidelberg, Springer-Verlag, 2001, 363 p.
14. Kaibyshev O.A., Utiashev F.Z. *Sverkhplastichnost', izmel'chenie struktury i obrabotka trudnodeformiruemykh splavov [Superplasticity, structure refinement and treatment of hard-to-form alloys]*. Moskva, Nauka, 2002, 438 p.
15. Chumachenko E.N., Smirnov O.M., Tsepin M.A. *Sverkhplastichnost': Materialy, teoriya, tekhnologii [Superplasticity: materials, theory, technologies]*. Moskva, KomKniga, 2005, 320 p.
16. Segal V.M., Beyerlein I.J., Tome C.N., Chuvil'deev V.N., Kopylov V.I. *Fundamentals and Engineering of Severe Plastic Deformation*. New York, NovaSciencePub. Inc, 2010, 542 p.
17. Langdon T.G. *Forty-Five Years of Superplastic Research: Recent Developments and Future Prospects*. Materials Science Forum, 2016, Vol.838-839, Pp.3-12.

18. Sharifullina E.R., Shveikin A.I., Trusov P.V. *Obzor ehksperimental'nykh issledovaniy strukturnoj sverkhplastichnosti: ehvolyutsiya mikrostrukтуры materialov i mekhanizmy deformirovaniya [Review of experimental studies of structural superplasticity: evolution of the microstructure of materials and deformation mechanisms]*. Vestnik Permskogo natsional'nogo issledovatel'skogo politekhnicheskogo universiteta. Mekhanika, 2018, No.3, Pp.103-127.
19. Mosleh A.O., Mikhaylovskaya A.V., Kotov A.D., AbuShanab W.S., Moustafa E.B., Portnoy V.K. *Experimental Investigation of the Effect of Temperature and Strain Rate on the Superplastic Deformation Behavior of Ti-Based Alloys in the ($\alpha+\beta$) Temperature Field*. Metals, 2018, Vol.8, Iss.10(819), Pp.1-16.
20. Faraji G., Kim H.S., Kashi H.T. *Severe Plastic Deformation: Methods, Processing and Properties*. Elsevier, 2018, 324 p.
21. Efimov O.U., Gromov V.E., Ivanov U.F. *Formirovanie struktury, fazovogo sostava i svojstv staley i splavov v uprochnyayushhikh tekhnologiyakh obrabotki davleniem [Forming of structure, phase composition and properties of steels and alloys in the hardening technologies of pressure treatment]*. Novokuznetsk, Sibirskij gosudarstvennyj industrial'nyj universitet, Inter-Kuzbass, 2012, 345 p.
22. Vasin R.A., Enikeev F.U., Mazurskii M.I., Munirova O.S. *Strukturno-mekhanicheskoe modelirovanie universal'noj krivoj sverkhplastichnosti [Structural-mechanical modelling of the universal superplastic curve]*. Problemy prochnosti, 2000, Vol.32, No.2, Pp.109-118.
23. Vasin R.A., Enikeev F.U., Mazurski M.I., Munirova O.S. *Mechanical modelling of the universal superplastic curve*. J. of Materials Science, 2000, Vol.35, No.10, Pp.2455-2466.
24. Beliakova T.A., Vasin R.A., Goncharov I.A. *The influence of the parameters of nonlinear viscous elements on the modelling of characteristic properties of superplasticity processes*. Letters on Materials, 2015, Vol.5, No.1, Pp.24-29.
25. Khokhlov A.V. *Obshhie svojstva diagramm deformirovaniya linejnykh modelej vyazkouprugosti pri postoyannoj skorosti deformatsii [General properties of stress-strain curves at constant strain rate yielding from the linear theory of viscoelasticity]*. Problemy prochnosti i plastichnosti, 2015, Vol.77, No.1, Pp.60-74.
26. Khokhlov A.V. *O sposobnosti fizicheski linejnogo sootnosheniya vyazkouprugosti opisyyvat' «sigmoidal'nuyu» formu zavisimosti napryazheniya ot skorosti deformatsii [The ability of the physically linear viscoelasticity theory to simulate sigmoid shape of stress dependence on strain rate]*. Deformatsiya i razrushenie materialov (in press).
27. Khokhlov A.V. *Kharakteristika skorostnoj chuvstvitel'nosti diagram deformirovaniya v linejnoj teorii vyazkouprugosti i postroenie po nej funktsii relaksatsii [The function characterizing strain rate sensitivity in the linear viscoelasticity theory and the relaxation modulus reconstruction assuming the function is given]*. Problemy prochnosti i plastichnosti (in press).
28. Sun Q.J., Wang G.C. *Microstructure and superplasticity of TA15 alloy*. Mater. Sci. Eng. A, 2014, Vol.606, Pp.401-408.
29. Bylya O.I., Sarangi M.K., Ovchinnikova N.V. et.al. *FEM simulation of microstructure refinement during severe deformation*. IOP Conference Series: Materials Science and Engineering, 2014, Vol.63, No.012033, Pp.1-10.
30. Alabort E., Putman D., Reed R.C. *Superplasticity in Ti-6Al-4V: characterisation, modelling and applications*. Acta Mater, 2015, Vol.95, Pp.428-442.

31. Bylya O.I., Vasin R.A., Blackwell P.L. *The mechanics of superplastic forming – how to incorporate and model superplastic and superplastic-like condition*. Materials Science Forum, 2016, Vol.838, Pp.468-476.
32. Lin Y.C., Chen X.-M. *A critical review of experimental results and constitutive descriptions for metals and alloys in hot working*. Materials and Design, 2011, Vol.32, Pp.1733-1759.

Поступила в редакцию 02 июля 2019 года.

Сведения об авторах:

Белякова Татьяна Александровна – к.ф.-м.н., доц., Механико-математический факультет, Кафедра теории пластичности, ФГБОУ ВО «Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова» (МГУ), г. Москва, Россия; e-mail: tanbel2@yandex.ru

Гончаров Иннокентий Александрович – асп., Механико-математический факультет, Кафедра теории пластичности, ФГБОУ ВО «Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова» (МГУ), г. Москва, Россия; e-mail: rtif91@gmail.com

Хохлов Андрей Владимирович – к.т.н., доц., в.н.с., НИИ механики ФГБОУ ВО «Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова» (МГУ), г. Москва, Россия; e-mail: andrey-khokhlov@ya.ru