

УДК 539.3

ПАРАМЕТРИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ДОКРИТИЧЕСКОГО НАПРЯЖЁННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ КОНСТРУКТИВНО-АНИЗОТРОПНЫХ ПАНЕЛЕЙ ИЗ КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ*

Фирсанов В.В., Гавва Л.М.

*ФГБОУ ВО Московский авиационный институт (национальный
исследовательский университет), г. Москва, Россия*

АННОТАЦИЯ

Приводятся соотношения математической модели для исследования докритического напряжённо-деформированного состояния конструктивно-анизотропных панелей из композиционных материалов. С целью дальнейшего решения задачи устойчивости в уточнённой постановке рассматривается докритическое напряжённое состояние плоских прямоугольных многослойных панелей из полимерных волокнистых композиционных материалов с эксцентричным продольно-поперечным набором. Разработана новая расчётная модель для исследования напряжённо-деформированного состояния конструктивно-анизотропных панелей из композиционных материалов. Уточняется математическая модель подкрепляющего элемента при закручивании в условиях одностороннего контакта с обшивкой. Учитывается влияние процесса технологии изготовления композитов: остаточные температурные напряжения, возникающие при охлаждении после отверждения, и предварительное натяжение армирующих волокон. Разрешающее уравнение с линейным дифференциальным оператором восьмого порядка и естественные граничные условия построены на основании вариационного принципа Лагранжа с использованием метода конструктивной анизотропии. Решение краевой задачи в замкнутом виде выполнено в одинарных тригонометрических рядах для частного случая согласованных граничных условий по двум противоположным кромкам. Краевые условия на торцах соответствуют достаточно общей трактовке физических граничных условий элементов конструкции. Рассматриваются все возможные варианты закрепления торцевых кромок в отношении связанных плоской задачи и задачи изгиба. В операционной среде MATLAB разработан пакет прикладных программ. Проанализировано влияние параметров конструкции на характер распределения внутренних силовых факторов по длине углепластиковых панелей при сжатии в продольном направлении.

Ключевые слова: панели из композиционных материалов; эксцентричный продольно-поперечный набор; тонкостенный стержень; силовое и технологическое температурное нагружение; устойчивость; докритическое напряжённое состояние; MATLAB

THE PARAMETRIC ANALYSIS SYSTEM OF PRE-CRITICAL STRESS-STRAIN STATE OF STRUCTURALLY-ANISOTROPIC PANELS MADE OF COMPOSITE MATERIALS

Firsanov V.V., Gavva L.M.

Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, Russia

* Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект №17-08-00849/17).

ABSTRACT

The mathematical model relations for investigation of pre-critical stress-strain state of structurally-anisotropic panels made of composite materials are presented. The pre-critical stressed state of plane angle laminated panels made of polymer fiber composite materials with eccentric longitudinally-lateral stiffening set is considered for further development of refined buckling problems. The new mathematical model for stress-strain state investigation of structurally-anisotropic composite panels is designed. The mathematical model of stiffening rib being torsioned under one-side contact with the skin is refined. Further development of the theory of thin-walled elastic ribs related to the contact problem for the skin and the rib with improved rib model reflects the scientific novelty of the research. One takes into account the influence of panel production technology: residual thermal stresses and reinforcing fibers preliminary tension. The resolved equation of eighth order differential operator and natural boundary conditions are obtained with variation Lagrange procedure. The schematization of the panel as structurally anisotropic one has been proposed as a design model. Exact analytical solutions for edge problems are considered accordingly general treatment of physical boundary conditions for structure components. The solution in closed form is designed by unitary trigonometric series for the particular case of conformable boundary conditions on two opposite sides. All possible combinations for lateral edges boundary restrictions are examined when bending is integral with plane stress state problem. Computer program package is developed using operating MATLAB environment. The influence of the structure parameters on the inner force factors distribution by the length of carbon-plastic panels has analyzed while longitudinal compression.

Keywords: panels made of composite materials; un-centric longitudinal and lateral set; thin-walled rib; force and technology temperature action; resolved eighth order equation; buckling; pre-critical stress-strain state; MATLAB

В операционной среде MATLAB построены программы и реализован процесс компьютерного многокритериального исследования докритического напряжённого состояния конструктивно-анизотропных панелей из композиционных материалов, которые находятся в условиях силового и температурного воздействия.

С целью дальнейшего решения задачи устойчивости в уточнённой постановке рассматривается докритическое напряжённое состояние плоских прямоугольных многослойных панелей из полимерных волокнистых композиционных материалов с эксцентричным продольно-поперечным набором (рис.1). Панели находятся под действием постоянных погонных сжимающих усилий, приложенных к торцам в плоскости обшивки. Граничные условия по продольным кромкам являются согласованными в отношении плоской задачи и задачи изгиба.

Тонкостенные панели несущих поверхностей летательных аппаратов (ЛА) из высокомодульных и высокопрочных композиционных материалов усилены дискретным набором, в том числе, для предотвращения потери устойчивости, к которой могут привести сжимающие и сдвигающие распределённые усилия, приложенные к кромкам в плоскости обшивки. Таким образом, исследование устойчивости плоских прямоугольных конструктивно-анизотропных композитных панелей является актуальным с точки зрения практики проектирования.

Новое точное полуаналитическое решение задачи о потере устойчивости слоистой композитной пластиной при двухосном сжатии построено в [1], влияние гибридизации на критические параметры исследовано в [2], вопросам температурной потери устойчивости многослойных несущих поверхностей летательных аппаратов из полимерных композиционных материалов посвящены работы [3,4]. Определение критических параметров термосиловой нагрузки

осуществляется на основе теоремы Папковича, энергетического критерия в форме Брайана и конечно-элементной процедуры [3]. Соотношения для вычисления матриц жёсткости конечных элементов не предполагают использования приёма континуализации – «размазывания» – дискретной сетки рёбер. Рассматриваются разнообразные статические и кинематические граничные условия. Минимальные собственные значения задачи устойчивости углепластиковой панели кессона крыла ЛА найдены в [5] при одночленной аппроксимации функции прогиба, когда обшивка с различными вариантами сетчатой структуры деформируется совместно с поясами лонжеронов кессона.

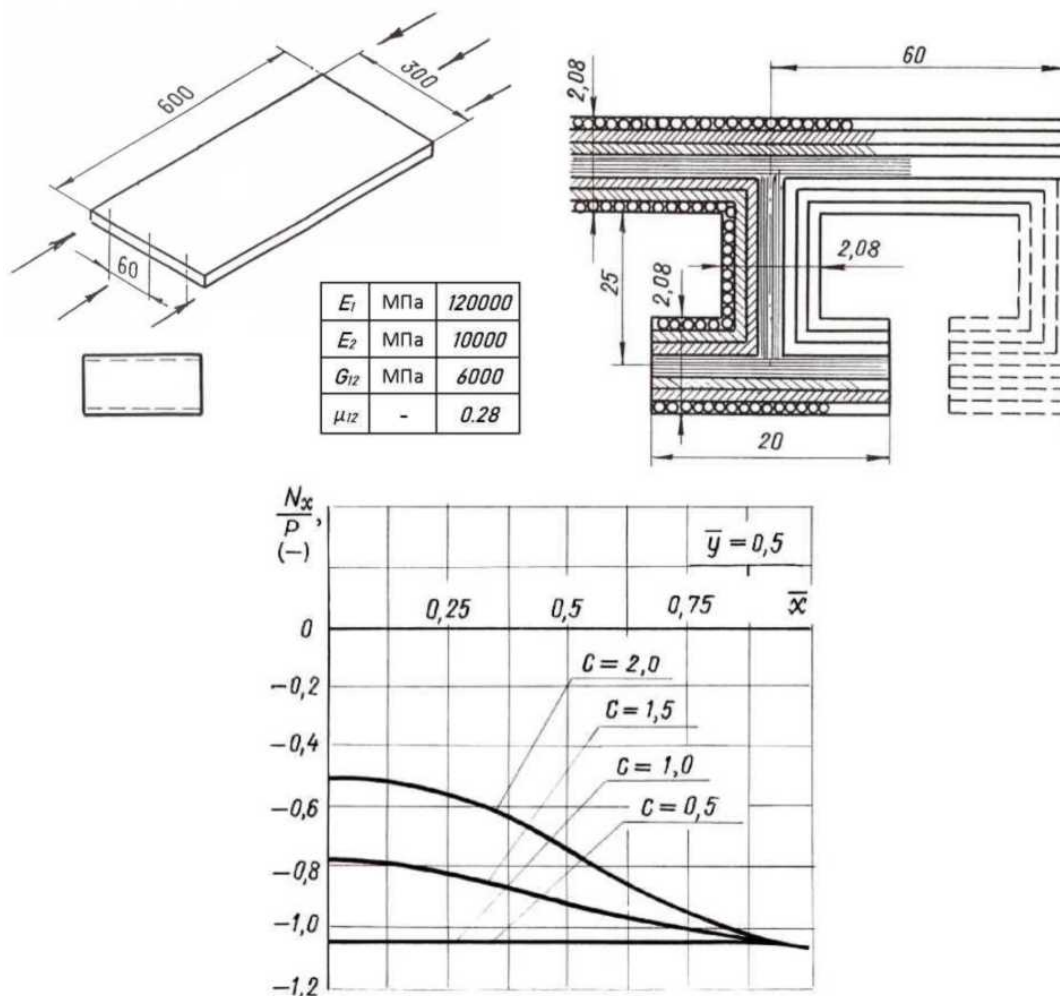


Рис.1. Стрингерная панель, сжатая в продольном направлении. Зависимость нормальных усилий от отношения сторон панели при продольном изгибе

Крутильная форма потери устойчивости подкреплённых стрингерами композитных слоистых панелей рассмотрена в [6]. Эффективная конечно-элементная модель потери устойчивости перекрёстно-подкреплёнными слоистыми панелями из композиционных материалов предложена в [7].

В рамках предлагаемой расчётной модели [8-11] рассматриваются тонкостенные подкрепляющие элементы, которые находятся в условиях сложного сопротивления вследствие одностороннего контакта с обшивкой. Дальнейшее развитие теории тонкостенных упругих стержней применительно к общей контактной задаче для обшивки и ребра с уточнением модели последнего при

закручивании отражает научную новизну работы.

Задача устойчивости так же, как и задача о докритическом напряжённом состоянии, является связанной, то есть не разделяется на плоскую и изгиб пластины.

Решение задачи устойчивости [10,11] осуществляется с использованием общего дифференциального уравнения устойчивости восьмого порядка, построенного на основе дифференциального уравнения равновесия с учётом приведённой нагрузки от действия нормальных – N_x, N_y и тангенциальных – N_{xy}, N_{yx} усилий, которое имеет вид

$$\sum_{i=0,1,2,\dots}^8 K_{8-i,i} \frac{\partial^8 \Phi}{\partial x^{8-i} \partial y^i} = N_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + (N_{xy} + N_{yx}) \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + N_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \quad (1)$$

Прогиб $w(x, y)$ связан с потенциальной функцией $\Phi(x, y)$ соотношением

$$w = \left(R_{40} \frac{\partial^4}{\partial x^4} + R_{31} \frac{\partial^4}{\partial x^3 \partial y} + R_{22} \frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial y^2} + R_{13} \frac{\partial^4}{\partial x \partial y^3} + R_{04} \frac{\partial^4}{\partial y^4} \right) \Phi \quad (2)$$

Коэффициенты $R_{ij}, i = 4, 3, \dots, 0, j = 0, 1, \dots, 4$ в формулах связи (2) и $K_{ij}, i = 8, 7, \dots, 0, j = 0, 1, \dots, 8$ в разрешающем уравнении (1) – постоянные величины, зависящие от упругих свойств материала и геометрических параметров конструкции.

Если структура композитной панели ортотропна, задача устойчивости сводится к исследованию дифференциального уравнения, в левой части которого содержатся чётные производные $\Phi(x, y)$ по каждой из координат, а нечётные производные в правой части связаны со сдвигом, то есть

$$\begin{aligned} & \frac{K_{80}}{a^8} \frac{\partial^8 \Phi}{\partial x^8} + \frac{K_{62}}{a^6 b^2} \frac{\partial^8 \Phi}{\partial x^6 \partial y^2} + \frac{K_{44}}{a^4 b^4} \frac{\partial^8 \Phi}{\partial x^4 \partial y^4} + \frac{K_{26}}{a^2 b^6} \frac{\partial^8 \Phi}{\partial x^2 \partial y^6} + \frac{K_{08}}{b^8} \frac{\partial^8 \Phi}{\partial y^8} = \\ & = \left[\begin{array}{cc} \frac{N_x R_{40}}{a^6} \frac{\partial^6 \Phi}{\partial x^6} + \frac{(N_{xy} + N_{yx}) R_{40}}{a^5 b} \frac{\partial^6 \Phi}{\partial x^5 \partial y} + \\ + \frac{(N_x R_{22} + N_y R_{40})}{a^4 b^2} \frac{\partial^6 \Phi}{\partial x^4 \partial y^2} + \frac{(N_{xy} + N_{yx}) R_{22}}{a^3 b^3} \frac{\partial^6 \Phi}{\partial x^3 \partial y^3} + \\ + \frac{(N_x R_{04} + N_y R_{22})}{a^2 b^4} \frac{\partial^6 \Phi}{\partial x^2 \partial y^4} + \frac{(N_{xy} + N_{yx}) R_{04}}{a b^5} \frac{\partial^6 \Phi}{\partial x \partial y^5} + \\ + \frac{N_y R_{04}}{b^6} \frac{\partial^6 \Phi}{\partial y^6} \end{array} \right], \quad (3) \end{aligned}$$

$x = x/a, y = y/b$ – безразмерные координаты, отнесённые к полудлине панели a и к ширине панели b , соответственно.

Все компоненты напряжённого состояния и внутренние силовые факторы – усилия в плоскости обшивки могут быть выражены через потенциальную функцию $\Phi(x, y)$

$$\left. \begin{array}{l} N_x = L_{Nx} \Phi - N_x^T - N_x^H, \quad N_y = L_{Ny} \Phi - N_y^T - N_y^H \\ N_{xy} = L_{Nxy} \Phi - N_{xy}^T - N_{xy}^H, \quad N_{yx} = L_{Nyx} \Phi - N_{yx}^T - N_{yx}^H \end{array} \right\}, \quad (4)$$

где, например, для ортотропной структуры линейный дифференциальный оператор

$$L_{Nx} = P_{60}^x \frac{\partial^6}{\partial x^6} + P_{42}^x \frac{\partial^6}{\partial x^4 \partial y^2} + P_{24}^x \frac{\partial^6}{\partial x^2 \partial y^4} + P_{06}^x \frac{\partial^6}{\partial y^6},$$

$N_x^T, N_y^T, N_{xy}^T, N_{yx}^T$ – температурные усилия и моменты, $N_x^H, N_y^H, N_{xy}^H, N_{yx}^H$ – усилия и моменты от предварительного натяжения волокон композита.

Коэффициенты $P_{ij}^x, i = 6, 4, 2, 0, j = 0, 2, 4, 6$, так же, как и коэффициенты в формулах связи (2), определяются геометрией и упругими характеристиками материала конструкции.

При непосредственной подстановке соотношений (4) в правую часть уравнения (3) задача устойчивости конструктивно-анизотропной композитной панели становится нелинейной, и, с точки зрения прямого подхода, её исследование в точной постановке связано с определёнными математическими трудностями. Ограничиваясь в дальнейшем приближённым решением, для определения критических сил применим метод линейаризации.

В целях изучения характера распределения нормальных и сдвигающих усилий, вызванных внешней нагрузкой, рассмотрим напряжённо-деформированное состояние конструкции при продольном изгибе, то есть докритическое основное напряжённое состояние, которое согласно предложенной расчётной схеме является сложным, так как не разделяется на плоскую задачу и изгиб пластины. Далее задачу устойчивости, из решения которой может быть найдено дополнительное по отношению к исходному деформированию искривление поверхности приведения, будем формулировать как задачу о собственных значениях, определяя критические нагрузки из условия нетривиальности системы однородных линейных алгебраических уравнений, полученной при удовлетворении заданным условиям на контуре.

Рассмотрим определение докритического напряжённого состояния плоской прямоугольной несимметрично подкреплённой композитной панели ортотропной структуры. По двум противоположным сторонам распределены равномерно нормальные сжимающие усилия интенсивности P . Граничные условия соответствуют шарнирному опиранию в отношении изгиба и скользящей заделке в тангенциальном направлении в отношении плоской задачи, когда продольные края панели нагружены потоками касательных сил.

Для исследования характера распределения нормальных усилий N_x по координатам x и y определим напряжённо-деформированное состояние конструктивно-анизотропной панели при продольном изгибе. В целях сопоставления результатов по критическим параметрам, полученных без учёта и с учётом неравномерности исходного напряжённого состояния, в том случае, когда внешняя нагрузка приложена к кромкам в продольном направлении, не принимаем во внимание изменение кососимметричных внутренних силовых факторов N_{xy} и N_{yx} , а также поперечного усилия N_y .

Положим, что до потери устойчивости

$$N_{xy} = N_{yx} = N_y = 0.$$

Когда внешние поверхностные силы отсутствуют, разрешающее уравнение (3) становится однородным

$$\frac{K_{80}}{a^8} \frac{\partial^8 \Phi}{\partial x^8} + \frac{K_{62}}{a^6 b^2} \frac{\partial^8 \Phi}{\partial x^6 \partial y^2} + \frac{K_{44}}{a^4 b^4} \frac{\partial^8 \Phi}{\partial x^4 \partial y^4} + \frac{K_{26}}{a^2 b^6} \frac{\partial^8 \Phi}{\partial x^2 \partial y^6} + \frac{K_{08}}{b^8} \frac{\partial^8 \Phi}{\partial y^8} = 0. \quad (5)$$

Граничные условия панели, «шарнирно опертой» по продольным кромкам

и сжатой по поперечным кромкам, соответствуют равенствам

$$\left. \begin{array}{l} \text{при } x = \pm 1 \quad w = M_x = v_0 = 0, \quad N_x = -P \\ \text{при } y = 0 \text{ и } y = 1 \quad w = M_y = u_0 = N_y = 0 \end{array} \right\} \quad (6)$$

Интеграл уравнения (5), удовлетворяющий краевым условиям (6), представим в одинарных тригонометрических рядах

$$\Phi(x, y) = \sum_{i=1,3,5}^{\infty} \Phi_i(x) \sin(i\pi y), \quad (7)$$

где $\Phi_i(x)$ подлежит определению.

Так как краевая задача симметрична в отношении координаты x , в решении для $\Phi_i(x)$ оставим лишь чётные функции, и с точностью до четырёх произвольных постоянных запишем обобщённую функцию перемещений $\Phi(x, y)$

$$\Phi(x, y) = \sum_{i=1,3,5}^{\infty} \left[\sum_{L=1}^4 B_{iL} \operatorname{ch}(\lambda_{iL} x) \right] \sin(i\pi y). \quad (8)$$

Здесь $\lambda_{iL} = z_L \lambda_{iy} a$, $\lambda_{iy} = \frac{i\pi}{b}$, z_L – корни соответствующего характеристического полинома, которые находятся численно с использованием встроенных функций операционной среды MATLAB.

В одинарные тригонометрические ряды с точностью до констант B_{iL} (8) раскладываются компоненты вектора перемещений, деформации и кривизны поверхности приведения, углы поворота, внутренние силовые факторы. В одинарные тригонометрические ряды раскладываются также внутренние силовые факторы, связанные с температурой и натяжением. При этом симметричные компоненты НДС зависят только от чётных функций по координате x , косо-симметричные компоненты – от нечётных функций.

Для окончательного моделирования компонентов НДС, то есть, по существу, системы неизвестных констант B_{iL} ($i = 1, 3, 5, \dots, L = 1, 2, 3, 4$) необходимо удовлетворить граничным условиям на торцах конструкции при $x = +1$.

Закон распределения продольных усилий N_x , соответствующих докритическому напряжённому состоянию сжатой вдоль оси x подкреплённой композитной панели, имеет вид

$$N_x = P \sum_{i=1,3,5,\dots}^{\infty} \left[\sum_{L=1}^4 (N_x)_{iL} \operatorname{ch}(\lambda_{iL} x) - \frac{(N_x^T)_i}{P} - \frac{(N_x^H)_i}{P} \right] \sin(i\pi y)$$

$(N_x)_{iL}$ – коэффициенты разложения в одинарные тригонометрические ряды нормальных усилий N_x , известные после определения констант B_{iL} , $(N_x^T)_i$, $(N_x^H)_i$ – коэффициенты разложения в одинарные тригонометрические ряды температурных усилий и усилий от предварительного натяжения N_x^H .

Таким образом, если рассматриваются краевые условия (6), представляется возможным оценить влияние технологии изготовления на несущую способность конструктивно-анизотропной композитной панели: остаточных температурных напряжений, имеющих место при охлаждении после завершения процесса отверждения, и предварительного натяжения армирующих волокон. Решение строится в одинарных тригонометрических рядах, принимается во внимание

докритическое напряжённое состояние конструкции.

В соответствии с изложенным алгоритмом разработан пакет прикладных программ для РС на языке операционной среды MATLAB. Программы предназначены для определения докритического напряжённого состояния и оптимизации процесса проектирования конструктивно-анизотропных панелей из композиционных материалов.

В качестве примера на рис.1,2 представлены эпюры нормальных сил N_x эксцентрично подкреплённых прямоугольных панелей из углепластика, находящихся под действием постоянной погонной сжимающей нагрузки, при продольном изгибе.

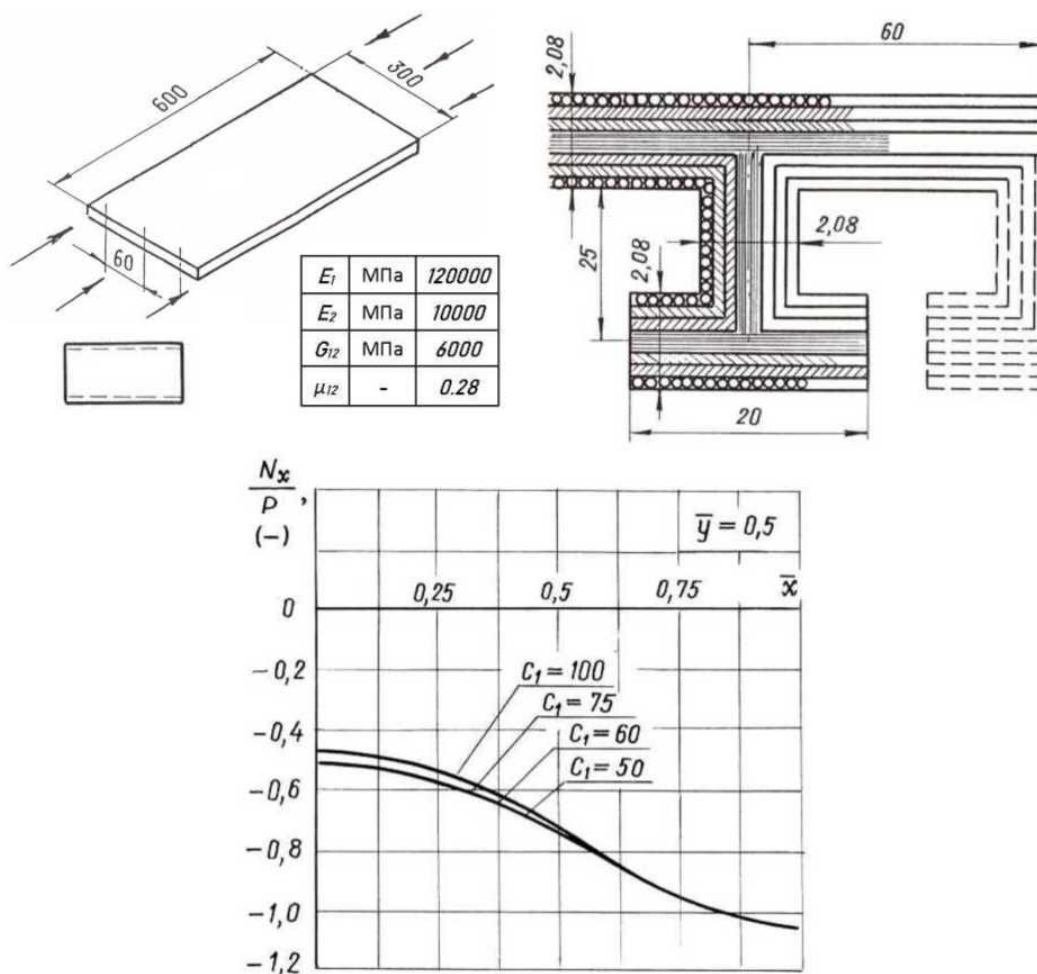


Рис.2. Стрингерная панель, сжатая в продольном направлении. Зависимость нормальных усилий от расстояния между стрингерами при продольном изгибе.

Чем короче обшивка, и чем выше жёсткость продольных подкреплений, тем ближе докритическое напряжённое состояние приближается к однородному. Если отношение сторон панели $c < 1,0$, нормальные усилия распределены по длине практически равномерно.

Если отношение сторон панели $c = 2,0$, распределение нормальных усилий по длине панели при продольном изгибе практически не зависит от расстояния между стрингерами.

Выполнена компьютерная многокритериальная оптимизация конструктивно-анизотропных композитных панелей ЛА. Так как решение строится точными аналитическими методами, время расчёта варианта минимально, что представляет интерес с точки зрения практики проектирования с использованием параметрического анализа. Результаты расчётов дают возможность снижения и оптимизации весовых характеристик конструкции.

ЛИТЕРАТУРА

1. Kazemi M. *A new exact semi-analytical solution for buckling analysis of laminated plates under biaxial compression* // Arch. Appl. Mech. – 2015. – Vol.85. – No.11. – Pp.1667-1677.
2. Yeter E., Erklig A., Bulut M. *Hybridization effects on the buckling behavior of laminated composite plates* // Compos. Struct. – 2014. – Vol.118. – Pp.19-27.
3. Андронов В.А. *Термоупругая задача устойчивости композитных континуально-дискретных пластин и оболочек* // Механика композиционных материалов и конструкций. – 1999. – Т.5. – №3. – С.3-28.
4. Chen C.S., Lin C.Y., Chien R.D. *Thermally induced buckling of functionally graded hybrid composite plates* // Int. J. Mech. Sci. – 2011. – Vol.53. – No.1. – Pp.51-58.
5. Азиков Н.С., Белоусов П.С. *Несущая способность композитной панели сетчатой структуры кессона крыла летательного аппарата* // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2003. – Т.9. – №1. – С.109-122.
6. Mittelstedt C. and Schroder K.U. *Local postbuckling of hat-stringer-stiffened composite laminated plates under transverse compression* // Compos. Struct. – 2010. – Vol.92. – No.12. – Pp.2830-2844.
7. Huang L., Sheih A.H., Ng C.T., Griffin M.C. *An efficient finite element model for buckling analysis of grid stiffened laminated composite plates* // Compos. Struct. – 2015. – Vol.122. – Pp.41-50.
8. Бойцов Б.В., Гавва Л.М. *Параметрический анализ напряжённо-деформированного состояния конструктивно-анизотропных панелей из композиционных материалов. Математическая модель* // Качество и жизнь. – 2017. – №2. – С.84-89.
9. Бойцов Б.В., Гавва Л.М. *Параметрический анализ напряжённо-деформированного состояния конструктивно-анизотропных панелей из композиционных материалов. Решение краевых задач* // Качество и жизнь. – 2017. – №3. – С.19-23.
10. Фирсанов В.В., Гавва Л.М. *Исследование в операционной среде MATLAB крутильной формы потери устойчивости конструктивно-анизотропных панелей из композиционных материалов* // Известия ТулГУ. Технические науки. – 2017. – №2. – С.226-237.
11. Фирсанов В.В., Гавва Л.М. *Исследование в операционной среде MATLAB изгибной формы потери устойчивости конструктивно-анизотропных панелей из композиционных материалов* // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. – 2017. – №4. – С.66-76.

REFERENCES

1. Kazemi M. *A new exact semi-analytical solution for buckling analysis of laminated plates under biaxial compression*. Arch. Appl. Mech, 2015, Vol.85, No.11, Pp.1667-

- 1677.
2. Yeter E., Erklig A., Bulut M. *Hybridization effects on the buckling behavior of laminated composite plates*. Compos. Struct., 2014, Vol.118, Pp.19-27.
 3. Andronov V.A. *Termouprugaya zadacha ustojchivosti kompozitnykh kontinual'no-diskretnykh plastin i obolochek [Thermo-elastic buckling problem for composite continue-discreet plates and shells]*. Mekhanika kompozitsionnykh materialov i konstruksii, 1999, Vol.5, No.3, Pp.3-28.
 4. Chen C.S., Lin C.Y., Chien R.D. *Thermally induced buckling of functionally graded hybrid composite plates*. Int. J. Mech. Sci., 2011, Vol.53, No.1, Pp.51-58.
 5. Azikov N.S., Belousov P.S. *Nesushhaya sposobnost' kompozitnoj paneli setchatoj struktury kessonа kryla letatel'nogo apparata [Bearing strength of grid structure composite panel of aircraft wing box]*. Mekhanika kompozitsionnykh materialov i konstruksii, 2003, Vol.9, No.1, Pp.109-122.
 6. Mittelstedt C., Schroder K.U. *Local postbuckling of hat-stringer-stiffened composite laminated plates under transverse compression*. Compos. Struct., 2010, Vol.92, No.12, Pp.2830-2844.
 7. Huang L., Sheih A.H., Ng C.T., Griffin M.C. *An efficient finite element model for buckling analysis of grid stiffened laminated composite plates*. Compos. Struct., 2015, Vol.122, Pp.41-50.
 8. Boytsov B.V., Gavva L.M. *Parametricheskij analiz napryazhyonno-deformirovannogo sostoyaniya konstruktivno-anizotropnykh panelej iz kompozitsionnykh materialov. Matematicheskaya model' [Parametric analysis of stress-strain state for structurally-anisotropic panels made of composite materials. Mathematical model]*. Kachestvo i zhizn', 2017, No.2, Pp.84-89.
 9. Boytsov B.V., Gavva L.M. *Parametricheskij analiz napryazhyonno-deformirovannogo sostoyaniya konstruktivno-anizotropnykh panelej iz kompozitsionnykh materialov. Reshenie kraevykh zadach [Parametric analysis of stress-strain state for structurally-anisotropic panels made of composite materials. Edge problem solution]*. Kachestvo i zhizn', 2017, No.3, Pp.19-23.
 10. Firsanov V.V., Gavva L.M. *Issledovanie v operatsionnoj srede MATLAB krutil'noj formy poteri ustojchivosti konstruktivno-anizotropnykh panelej iz kompozitsionnykh materialov [The investigation of the torsion form of buckling for structurally-anisotropic panels made of composite materials in operating MATLAB system]*. Izvestiya TulGU, Tekhnicheskie nauki, 2017, No.2, Pp.226-237.
 11. Firsanov V.V., Gavva L.M. *Issledovanie v operatsionnoj srede MATLAB izgibnoj formy poteri ustojchivosti konstruktivno-anizotropnykh panelej iz kompozitsionnykh materialov [The investigation of the bending form of buckling for structurally-anisotropic panels made of composite materials in operating MATLAB system]*. Stroitel'naya mekhanika inzhenernykh konstruksij i sooruzhenij, 2017, No.4, Pp.66-76.

Поступила в редакцию 25 августа 2018 года.

Сведения об авторах:

Фирсанов Валерий Васильевич – д.т.н., проф., зав.каф., ФГБОУ ВО Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), г. Москва, Россия; e-mail: k906@mai.ru

Гавва Любовь Михайловна – к.т.н., доц., ФГБОУ ВО Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), г. Москва, Россия; e-mail: rva101@mail.ru