

УДК 533.69

## АЭРОДИНАМИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ДЕФОРМИРУЕМОГО ПРОФИЛЯ КРЫЛА ПРИ КВАЗИСТАЦИОНАРНОМ ДОЗВУКОВОМ ОБТЕКАНИИ\*

Гришанина Т.В., Русских Н.М.

*ФГБОУ ВО «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)», г. Москва, Россия*

### АННОТАЦИЯ

Рассматривается линейная задача деформирования и аэродинамического нагружения тонкого профиля прямого крыла большого удлинения. Профиль крыла состоит из недеформированной носовой части и упругого хвостика. Поперечное перемещение и малый угол поворота носовой части считаются заданными функциями времени. Поперечное перемещение упругого хвостика представляется по методу Ритца в виде разложения по заданным функциям с неизвестными коэффициентами, которые принимаются за обобщенные координаты.

Аэродинамическая нагрузка определяется по теории плоского безотрывного обтекания профиля квазистационарным дозвуковым потоком сжимаемого газа. Уравнения аэроупругих колебаний деформируемого профиля для обобщенных координат получаются на основе принципа возможных перемещений.

Выполнены расчеты для двух вариантов силовых схем упругого хвостика профиля. В первом варианте хвостик образован тонкой упругой пластиной постоянной толщины, жестко соединенной с носовой частью, аэродинамическая форма которого получается с помощью накладного профилированного пенопласта. Заполнитель в этом случае не работает на изгиб и сдвиг, и расчеты проводятся для профиля с постоянными характеристиками по длине без учета сдвига. Во втором варианте хвостик состоит из сотового заполнителя, работающего на сдвиг, и тонкой обшивки постоянной толщины, работающей на растяжение-сжатие. В этом случае толщина хвостика уменьшается по линейному закону до нуля на задней кромке.

Получены распределения аэродинамической нагрузки по хорде деформируемого профиля и значения квазистационарных аэродинамических коэффициентов подъемной силы и момента тангажа для угла атаки и скорости тангажа носовой части путем квазистатического исключения обобщенных координат.

**Ключевые слова:** упругий профиль крыла; дозвуковое обтекание; аэроупругость; аэродинамические характеристики; метод Ритца

## AERODYNAMIC CHARACTERISTICS OF THE DEFORMABLE AIRFOIL WITH QUAZISTATIC SUBSONIC FLOW

Grishanina T.V., Russkikh N.M.

*Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, Russia*

---

\* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 18-08-00937-а.

## ABSTRACT

The linear problem of deformation and aerodynamic loading of a straight wing thin airfoil of a large elongation is considered. The wing airfoil consists of an undeformed fore part and an elastic tail. The transverse displacement and the small angle of rotation of the fore part are considered to be given functions of time. The transverse displacement of the elastic tail is represented by the Ritz method in the form of expansions in terms of given functions with unknown coefficients, which are taken as generalized coordinates.

The aerodynamic load is determined by the theory of plane attached airflow of an airfoil with quasistationary subsonic flow of compressible gas. The equations of aeroelastic oscillations of a deformed airfoil for generalized coordinates are obtained on the basis of the principle of possible displacements.

The calculations for two types of the power schemes of the elastic tail of the airfoil are performed. In the first case, the tail is formed by a thin elastic plate of constant thickness rigidly connected with the fore part, the aerodynamic shape of which is obtained by means of an overhead profiled foam. The filler in this case does not work for bending and shear and calculations are carried out for a profile with constant characteristics along the length without allowance for shear. In the second case, the elastic part of the airfoil consists of honeycomb filler working for shear and a thin skin of constant thickness, working for stretching-compression. In this case, the thickness of the elastic tail decreases linearly to zero on the rear edge.

The distributions of the aerodynamic load along the chord of the deformed profile and the values of the quasistationary aerodynamic coefficients of the lift and pitch moment are obtained for the attack angle and pitch velocity of the fore part by quasistatic elimination of generalized coordinates.

**Keywords:** elastic airfoil; subsonic flow; aeroelasticity; aerodynamic characteristics; Ritz method

## ВВЕДЕНИЕ

Беспилотные неманевренные самолеты специального назначения, например, предназначенные для длительного полета на больших высотах с целью мониторинга местности, имеют облегченную и, как следствие, весьма гибкую конструкцию с прямыми морфными крыльями большого удлинения без поворотных органов управления. Крыло такого типа может состоять из передней тонкостенной балки (лонжерона) с замкнутым контуром поперечного сечения, работающей на изгиб и кручение, с присоединенной к ней задней частью в виде сужающейся трехслойной пластины с сотовым наполнителем или в виде тонких пластин и мембран, профилированных пенопластом. В полете возникают поперечные перемещения и углы поворота профилей крыла за счет изгиба и кручения лонжерона, управляемые перемещения хвостиков, а так же – дополнительные перемещения хвостиков за счет их деформации под действием аэродинамической нагрузки. Решение задач статической и динамической аэроупругости крыльев большого удлинения в строгой трехмерной постановке с учетом связанных упругих деформаций в направлениях размаха и хорды представляет большие трудности.

Здесь считается, что для крыльев большого удлинения, геометрические и упругие характеристики, а также формы их деформирования и изгибно-крутильных колебаний изменяются в направлении размаха достаточно медленно, задачу аэроупругости профилей крыла в каждом поперечном сечении можно рассматривать как плоскую. В этом приближении получено решение задачи для аэроупругих колебаний в дозвуковом квазистационарном потоке тонкого

профиля, совершающего заданные поступательно-вращательные движения (за счет изгиба и кручения крыла) и дополнительные поперечные перемещения за счет упругих деформаций хвостика, которые представляются обобщенными координатами. Последние как квазистатические координаты выражаются через значения и первые производные по времени поперечного перемещения и угла закручивания лонжерона.

В результате суммарные значения подъемной силы и аэродинамического момента, действующих на деформируемый профиль крыла (полоски единичной ширины) записываются через его угол атаки и угловую скорость недеформируемого носка с квазистационарными аэродинамическими коэффициентами, учитывающими упругие деформации хвостика. Для решения этой задачи использовались подходы, изложенные в [1-6].

Рассмотрены примеры расчета с оценками влияния упругих деформаций хвостиков профиля, на его аэродинамические характеристики.

## 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим линейную задачу деформирования и аэродинамического нагружения тонкого профиля прямого крыла большого удлинения. Профиль крыла состоит из недеформируемой носовой части и упругого хвостика, рис.1.

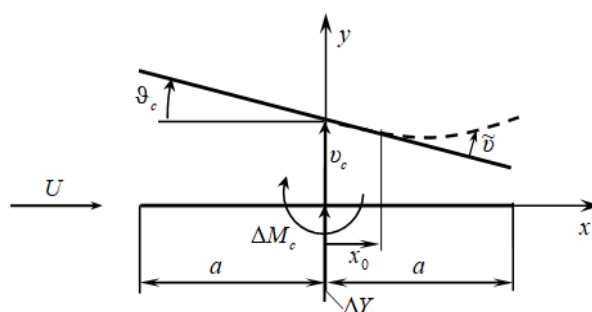


Рис.1. Модель профиля крыла.

Положение деформированного профиля в стационарном потоке в системе координат  $Oxy$ , связанной с его исходным недеформированным состоянием (рис.1), характеризуется заданными значениями поперечного перемещения  $v_c$  и малого угла поворота  $\vartheta_c$  его центра  $x=0$ , а также неизвестным поперечным перемещением  $\tilde{v}(x,t)$  упругого хвостика  $x_0 \leq x \leq a$ .

Поперечное перемещение сечения упругого профиля будет

$$v = v_c - \vartheta_c x + \tilde{v}(x,t), \quad (1.1)$$

где  $v_c(t)$ ,  $\vartheta_c(t)$  – заданные, достаточно медленно изменяющиеся функции.

Малое относительное перемещение упругого хвостика представим по методу Ритца в виде

$$\tilde{v}(\xi, t) = a \sum_{i=1}^s q_i(t) \eta_i(\xi); \quad \xi = x/a; \quad \xi_0 \leq \xi \leq 1; \quad \xi_0 = x_0/a, \quad (1.2)$$

где  $q_i(t)$  – безразмерные обобщенные координаты;  $\eta_i(\xi)$  – безразмерные функции, представляющие в общем случае изгиб и поперечный сдвиг хвостика, как консольной балки-полоски. Хвостик профиля будем считать легким, и влиянием его массы при колебаниях профиля будем пренебрегать.

Аэродинамическое давление на деформируемый профиль (полоску единичной ширины) определяется в зависимости от местного угла атаки  $\alpha(x)$  при безотрывном обтекании квазистационарным дозвуковым потоком. Уравнения аэроупругости деформируемого профиля с учетом (1.2) для независимых переменных  $q_1, q_2, \dots, q_s$  получаются на основании принципа возможных перемещений

$$\delta\Pi - \delta A_a = 0, \quad (1.3)$$

где  $\Pi$  – потенциальная энергия деформации упругого хвостика;  $\delta A_a$  – вариация работы аэродинамического давления, действующего на профиль.

## 2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ АЭРОДИНАМИЧЕСКОЙ НАГРУЗКИ НА ДЕФОРМИРУЕМЫЙ ПРОФИЛЬ КРЫЛА

Местный угол атаки  $\alpha(x, t)$  деформируемого колеблющегося профиля при безотрывном обтекании будет

$$\alpha = -\left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{1}{U} \frac{\partial v}{\partial t}\right). \quad (2.1)$$

Введем новую переменную  $\varphi$  как  $x = a \cos \varphi$  или  $\xi = \cos \varphi$  и представим  $\alpha(\varphi, t)$  в виде ряда

$$\alpha = \sum_{n=0}^{\infty} \alpha_n \cos n\varphi; \quad (2.2)$$

$$\alpha_0 = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \alpha d\varphi; \quad \alpha_n = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} \alpha \cos n\varphi d\varphi.$$

Тогда перепад давления между нижней и верхней поверхностями тонкого профиля при дозвуковом обтекании его сжимаемым потоком на основании квазистационарной теории с учетом (1.1), (1.2), (2.1) и (2.2) запишется в виде [1,4,5]

$$\Delta p = \frac{\rho U^2}{2} \frac{4}{\beta} \left[ \alpha_0 \frac{1 - \cos \varphi}{\sin \varphi} + \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n \sin n\varphi \right], \quad (2.3)$$

где  $\rho, U$  – плотность и скорость набегающего потока,  $\beta = \sqrt{1 - M^2}$ ,  $M$  – число Маха,  $M < 1$ .

С учетом (1.2) коэффициенты (2.2) выражаются через обобщенные координаты как

$$\alpha_0 = \left(\vartheta_c - \frac{\dot{v}_c}{U}\right) - \sum_{j=1}^s [q_j c_{0,j} + \frac{a}{U} \dot{q}_j g_{0,j}];$$

$$\alpha_n = \frac{\dot{\vartheta}_c a}{U} \delta_{1n} - \sum_{j=1}^s [q_j c_{n,j} + \frac{a}{U} \dot{q}_j g_{n,j}]; \quad \delta_{11} = 1; \quad \delta_{1n} = 0 \text{ при } n \neq 1; \quad (2.4)$$

$$c_{0,j} = \frac{1}{\pi} \int_0^{\varphi_0} \eta'_j(\xi) d\varphi; \quad g_{0,j} = \frac{1}{\pi} \int_0^{\varphi_0} \eta_j(\xi) d\varphi;$$

$$c_{n,j} = \frac{2}{\pi} \int_0^{\varphi_0} \eta'_j(\xi) \cos n\varphi d\varphi; \quad g_{n,j} = \frac{2}{\pi} \int_0^{\varphi_0} \eta_j(\xi) \cos n\varphi d\varphi.$$

Здесь и далее верхней точкой обозначаются производные по  $t$ , а штрихом – по  $\xi$ .

Вариация работы аэродинамического давления на перемещениях профиля

$$\delta A_a = \int_{x_0}^a \Delta p \delta \tilde{v} dx$$

с учетом (1.2), (2.1), (2.3), (2.4) при  $\delta v_c = \delta \vartheta_c = 0$  записывается в виде

$$\delta A_a = \frac{2\rho U^2 a^2}{\beta} \sum_{i=1}^s \delta q_i \cdot [\beta_{0,i} (\vartheta_c - \frac{\dot{v}_c}{U}) + \beta_{1,i} \frac{\dot{\vartheta}_c a}{U} - \sum_{j=1}^s b_{ij} q_j - \sum_{j=1}^s \frac{a}{U} d_{ij} \dot{q}_j], \quad (2.5)$$

где

$$b_{ij} = \beta_{0,i} c_{0,j} + \sum_{n=1}^{\infty} \beta_{n,i} c_{n,j}; \quad d_{ij} = \beta_{0,i} g_{0,j} + \sum_{n=1}^{\infty} \beta_{n,i} g_{n,j};$$

$$\beta_{0,i} = \int_0^{\varphi_0} \eta_i(\xi) (1 - \cos \varphi) d\varphi; \quad \beta_{n,i} = \int_0^{\varphi_0} \eta_i(\xi) \sin n\varphi \sin \varphi d\varphi.$$

Подъемная сила и аэродинамический момент относительно центра профиля с учетом (2.2), (2.3) вычисляются по формулам

$$\begin{aligned} \Delta Y &= \int_{-a}^a \Delta p dx = \frac{\rho U^2 a}{\beta} \pi (2\alpha_0 + \alpha_1); \\ \Delta M_c &= - \int_{-a}^a \Delta p x dx = \frac{\rho U^2 a^2}{2\beta} \pi (2\alpha_0 - \alpha_2). \end{aligned} \quad (2.6)$$

### 3. ПОТЕНЦИАЛЬНАЯ ЭНЕРГИЯ ДЕФОРМАЦИИ ПРОФИЛЯ

Потенциальную энергию изгиба-сдвига упругой части профиля запишем как для балки-полоски единичной ширины

$$\Pi = \frac{1}{2} \int_{x_0}^a [EI (\frac{\partial \vartheta}{\partial x})^2 + GF_c (\frac{\partial \tilde{v}}{\partial x} - \vartheta)^2] dx, \quad (3.1)$$

где  $EI(x)$ ,  $GF_c(x)$  – жесткости профиля как полоски единичной ширины на изгиб и на сдвиг, соответственно.

Из дифференциального уравнения равновесия моментов для неоднородной балки с учетом поперечных сдвигов получим

$$\frac{\partial \tilde{v}}{\partial x} - \vartheta = - \frac{1}{GF_c} \frac{\partial}{\partial x} (EI \frac{\partial \vartheta}{\partial x}). \quad (3.2)$$

Тогда (3.1) с учетом (3.2) и замены  $x = a\xi$

$$\Pi = \frac{1}{2} \int_{\xi_0}^1 [EI (\vartheta')^2 + \frac{((EI\vartheta)')^2}{a^2 GF_c}] d\xi. \quad (3.3)$$

Если пренебречь поперечными сдвигами, считая, что при изгибе поперечные сечения остаются перпендикулярными изогнутой оси балки, то  $GF_c \rightarrow \infty$ ,  $\vartheta = \partial \tilde{v} / \partial x$ , а  $GF_c (\partial \tilde{v} / \partial x - \vartheta)^2 = 0$ .

Угол поворота поперечного сечения по методу Ритца представим в виде

$$\vartheta(\xi, t) = \sum_{i=1}^s q_i(t) \psi_i(\xi), \quad (3.4)$$

где  $q_i(t)$  – обобщенные координаты, введенные в разложении (1.2);  $\psi_i(\xi)$  – заданные линейно-независимые безразмерные функции, представляющие

возможные углы поворота поперечных сечений балки и удовлетворяющие кинематическим граничным условиям  $\psi_i(\xi_0) = 0$ .

Соответствующие (3.4) аппроксимирующие функции для прогиба  $\eta_i(\xi)$  можно определить из соотношения (3.2) с учетом граничного условия  $\eta_i(\xi_0) = 0$

$$\eta_i(\xi) = \int_{\xi_0}^{\xi} [\psi_i - \frac{(EI\psi_i)'}{a^2 GF_c}] d\xi. \quad (3.5)$$

Подставляя (3.4) в выражение для потенциальной энергии (3.3), запишем её в виде

$$\Pi = \frac{1}{2} \frac{EI_0}{a} \sum_{i=1}^s \sum_{j=1}^s k_{ij} q_i q_j; \quad (3.6)$$

$$k_{ij} = \int_{\xi_0}^1 \left\{ \frac{EI}{EI_0} \psi_i' \psi_j' + \frac{EI_0}{GF_c a^2} \left[ \left( \frac{EI}{EI_0} \psi_i' \right)' \right] \left[ \left( \frac{EI}{EI_0} \psi_j' \right)' \right] \right\} d\xi,$$

где  $EI_0 = EI(\xi_0)$ .

#### 4. УРАВНЕНИЯ АЭРОУПРУГОСТИ ПРОФИЛЯ

На основании принципа возможных перемещений (1.3) с учетом (2.5) и (3.6) уравнения аэроупругих колебания профиля без учета инерционных сил его легкого деформируемого хвостика записываются в виде [3]

$$\begin{aligned} \frac{EI_0}{a} \sum_{j=1}^s k_{ij} q_j + \frac{2\rho U^2 a^2}{\beta} \sum_{j=1}^s [b_{ij} q_j + \frac{a}{U} d_{ij} \dot{q}_j] = \\ = - \frac{2\rho U^2 a^2}{\beta} [\beta_{0,i} (\vartheta_c - \frac{\dot{v}_c}{U}) + \beta_{1,i} \frac{\dot{\vartheta}_c a}{U}]; \end{aligned} \quad (4.1)$$

( $i = 1, 2, \dots, s$ ).

Эта система уравнений после деления на  $EI_0/a$  записывается в матричном виде

$$\mathbf{C}\mathbf{q} + \lambda \frac{a}{U} \tilde{\mathbf{D}}\dot{\mathbf{q}} = -\lambda [\beta_0 (\vartheta_c - \frac{\dot{v}_c}{U}) + \beta_1 \frac{\dot{\vartheta}_c a}{U}]; \quad \lambda = \frac{2\rho U^2 a^3}{\beta EI_0}; \quad (4.2)$$

$$\mathbf{q} = \{q_j\}; \beta_0 = \{\beta_{0,i}\}; \beta_1 = \{\beta_{1,i}\}; \tilde{\mathbf{K}} = [k_{ij}]; \tilde{\mathbf{B}} = [b_{ij}]; \tilde{\mathbf{D}} = [d_{ij}]; \mathbf{C} = \tilde{\mathbf{K}} + \lambda \tilde{\mathbf{B}}.$$

Для достаточно медленных движений профиля будем пренебрегать аэродинамическим демпфированием по координатам  $q_j$ , полагая  $\mathbf{D}\dot{\mathbf{q}} \approx \mathbf{0}$  [3].

Тогда

$$\mathbf{q} = -\lambda \mathbf{C}^{-1} [\beta_0 (\vartheta_c - \frac{\dot{v}_c}{U}) + \beta_1 \frac{\dot{\vartheta}_c a}{U}]. \quad (4.3)$$

Коэффициенты  $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2$  (2.4), входящие в выражения  $\Delta Y$  и  $\Delta M_c$  (2.6), в данном случае (при  $\dot{q}_j \approx 0$ ), линейно зависят от параметров движения профиля  $\vartheta_c - \dot{v}_c/U$  и  $\dot{\vartheta}_c/U$ , а также от обобщенных координат  $q_j$ , ( $j=1, 2, \dots, s$ ), которые также линейно зависят от этих параметров согласно (4.3). В этом случае выражения  $\Delta Y$  и  $\Delta M_c$  можно записать в общепринятом для профиля крыла виде через квазистационарные аэродинамические коэффициенты [1,3]

$$\Delta Y = \frac{\rho U^2}{2} b [c_y^\alpha \alpha_c + c_y^{\bar{\omega}_z} \bar{\omega}_z];$$

$$\Delta M_c = \frac{\rho U^2}{2} b^2 [m_z^\alpha \alpha_c + m_z^{\bar{\omega}_z} \bar{\omega}_z];$$

$$\alpha_c = \vartheta_c - \frac{\dot{v}_c}{U}; \quad \bar{\omega}_z = \frac{b \dot{\vartheta}_c}{U}; \quad b = 2a.$$
(4.4)

В данном случае безразмерные аэродинамические коэффициенты рассматриваемого профиля крыла  $c_y^\alpha$ ,  $c_y^{\bar{\omega}_z}$ ,  $m_z^\alpha$ ,  $m_z^{\bar{\omega}_z}$  зависят от его упругих деформаций, характеризующихся обобщенными координатами  $q_j$ , ( $j = 1, 2, \dots, s$ ). В случае недеформируемого тонкого профиля крыла (при  $q_j = 0$ ), совершающего достаточно медленные поступательно-вращательные движения в дозвуковом потоке идеального сжимаемого газа:  $c_y^\alpha = 2\pi/\beta$ ;  $c_y^{\bar{\omega}_z} = m_z^\alpha = \pi/2\beta$ ;  $m_z^{\bar{\omega}_z} = 0$ ;  $\beta = \sqrt{1-M^2}$ ;  $M < 1$ .

### 5. ПРИМЕР РАСЧЕТА

В качестве примера рассмотрим симметричный профиль крыла, представленный в двух вариантах конструктивного исполнения.

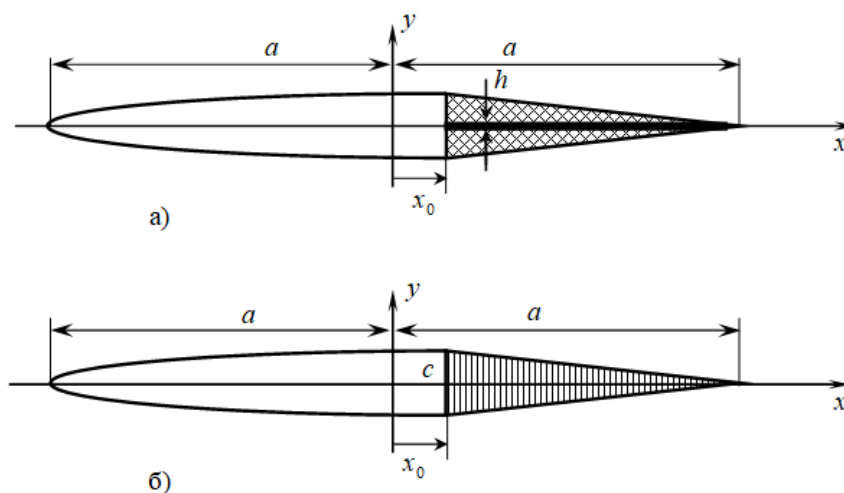


Рис.2. Варианты конструктивного исполнения профиля.

В первом варианте (рис.2,а) хвостик образован тонкой упругой пластиной постоянной толщины, аэродинамическая форма которого получается с помощью накладного профилированного пенопласта. Заполнитель в этом случае не работает на изгиб и сдвиг и расчеты проводятся для профиля с постоянными характеристиками по длине без учета сдвига. Аппроксимирующие функции для угла поворота (3.4) и поперечного перемещения (1.2), удовлетворяющие соотношению (3.5) при  $GF_c \rightarrow \infty$ , берутся в виде

$$\psi_i = (\xi - \xi_0)^i; \quad \eta_i = \frac{(\xi - \xi_0)^{i+1}}{i+1}.$$

Во втором варианте (рис.2,б) упругая часть профиля состоит из сотового заполнителя, работающего на сдвиг, и тонкой обшивки постоянной толщины  $h_0$ ,

работающей на растяжение-сжатие. В этом случае считается, что толщина упругого хвостика при  $\xi_0 \leq \xi \leq 1$  меняется по линейному закону, как  $c = c_0(1 - \xi_0)^{-1}(1 - \xi)$ , ( $c_0$  – толщина профиля в сечении  $\xi = \xi_0$ ). Жесткости хвостика на изгиб и на сдвиг:  $EI = \frac{1}{2}Eh_0c^2$ ;  $GF_c = Gc$ . Аппроксимирующие функции для этого случая, удовлетворяющие соотношению (3.5) берутся в виде

$$\begin{aligned} \psi_i &= (\xi - \xi_0)^i; \\ \eta_1 &= \frac{(\xi - \xi_0)^2}{2} + \frac{E h_0 c_0}{G a^2} \frac{\xi - \xi_0}{1 - \xi_0}; \\ \eta_i &= \frac{(\xi - \xi_0)^{i+1}}{i+1} - \frac{E h_0 c_0}{G 2a^2} \left\{ i - (i+1) \frac{\xi - \xi_0}{1 - \xi_0} \right\} (\xi - \xi_0)^{i-1}; \quad i = 2, 3, \dots, s. \end{aligned}$$

Расчеты выполнены при следующих исходных данных:  $a = 0.5$  м,  $x_0 = 0.05$ ,  $\frac{Ec_0 h_0}{Ga^2} = 1$ ,  $M = 0$  ( $\beta = 0$ ).

Значения аэродинамических коэффициентов для упругих профилей, полученные по методу Ритца при различном числе  $s$  аппроксимирующих функций, приведены в табл.1 для 1-го варианта профиля (рис.2,а) и в табл.2 – для 2-го варианта (рис.2,б).

На рис.3,4,5 и 6 приведены графики изменения аэродинамических коэффициентов профиля  $\Delta c_y^\alpha$ ,  $\Delta m_z^\alpha$ ,  $\Delta c_y^{\bar{\omega}_z}$ ,  $\Delta m_z^{\bar{\omega}_z}$  за счет упругости его хвостика по сравнению с их значениями для абсолютно жесткого профиля  $c_y^\alpha = 2\pi$ ,  $m_z^\alpha = c_y^{\bar{\omega}_z} = \pi/2$ ,  $m_z^{\bar{\omega}_z} = 0$  в зависимости от безразмерного параметра  $\lambda$  для вариантов 1 и 2. Сплошными линиями показаны результаты, полученные при использовании  $s=8$  аппроксимирующих функций, пунктирными линиями –  $s=2$ .

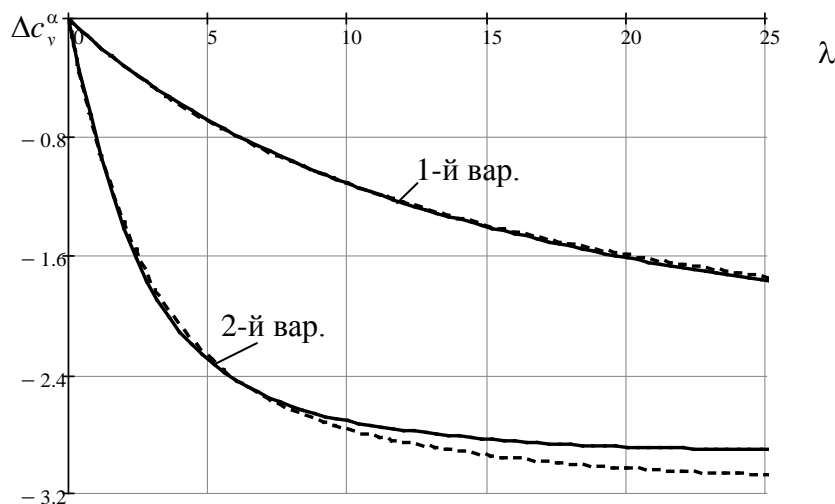


Рис.3. Графики изменения  $\Delta c_y^\alpha$ .



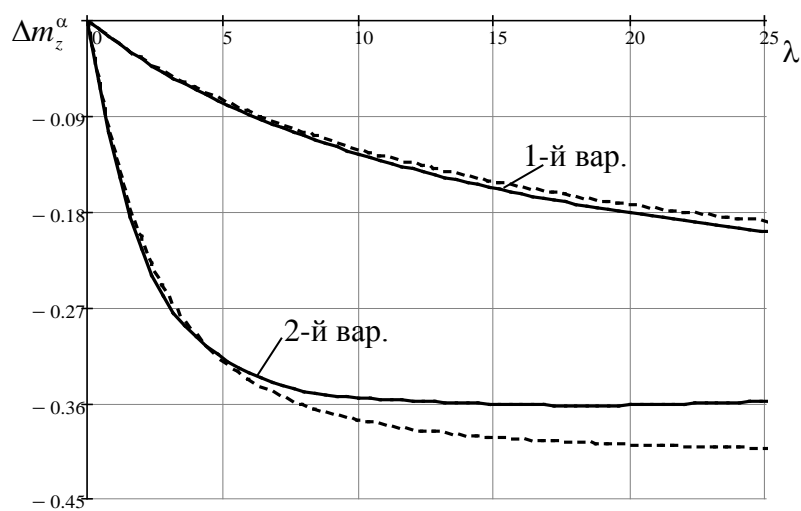


Рис.4. Графики изменения  $\Delta m_z^\alpha$ .

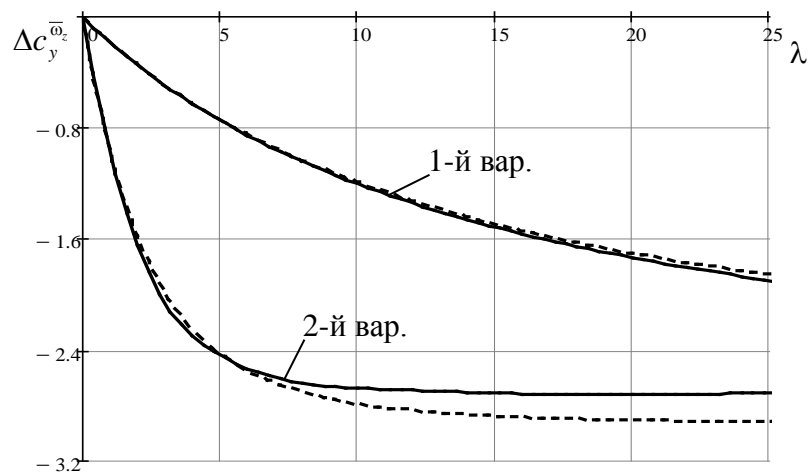


Рис.5. Графики изменения  $\Delta c_y^{\bar{\omega}_z}$ .

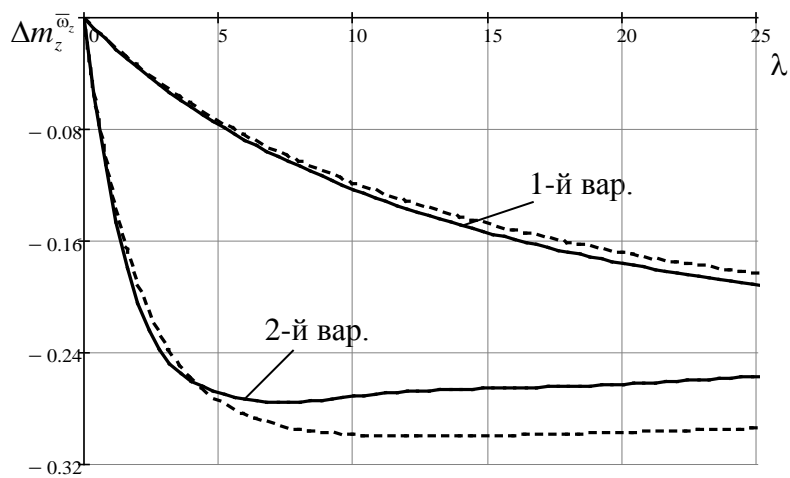


Рис.6. Графики изменения  $\Delta m_z^{\bar{\omega}_z}$ .

Таблица 1.

Коэф-ты	Абс. жесткий профиль	Деформируемый профиль, вар. 1; $\lambda = 10$		
		$s=2$	$s=4$	$s=8$
$c_y^\alpha$	6.2832	5.1719	5.1697	5.1697
$m_z^\alpha$	1.5708	1.4499	1.4454	1.4454
$c_y^{\bar{\omega}_z}$	1.5708	0.3789	0.3660	0.3660
$m_z^{\bar{\omega}_z}$	0	-0.1184	-0.1231	-0.1231

Таблица 2.

Коэф-ты	Абс. жесткий профиль	Деформируемый профиль, вар. 2; $\lambda = 10$		
		$s=2$	$s=4$	$s=8$
$c_y^\alpha$	6.2832	3.5147	3.5920	3.5704
$m_z^\alpha$	1.5708	1.1951	1.2219	1.2158
$c_y^{\bar{\omega}_z}$	1.5708	-1.2141	-1.0715	-1.1040
$m_z^{\bar{\omega}_z}$	0	-0.2986	-0.2648	-0.2713

На рис.7 приведен график изменения перепада аэродинамического давления по длине профиля, отнесенного к скоростному напору  $\Delta\bar{p} = 2\Delta p / (\rho U^2)$ , при  $\alpha_c = 0.1$  рад: сплошной линией – для абсолютно жесткого профиля; пунктирной линией – для 1-го варианта профиля при  $\lambda = 10$ ,  $s=8$ ; штрих-пунктирной линией – для 2-го варианта профиля при  $\lambda = 10$ ,  $s=8$ .

На рис.8 изображены графики поперечного перемещения упругого хвостика профиля при  $\alpha_c = 0.1$  рад,  $\lambda = 10$ ,  $s=8$ : пунктирной линией – для 1-го варианта профиля; штрих-пунктирной линией – для 2-го варианта профиля.

На рис.9 приведены графики изменения аэродинамических коэффициентов  $\Delta c_y^\alpha$  за счет упругости хвостика по сравнению с абсолютно жестким профилем  $c_y^\alpha = 2\pi$  в зависимости от безразмерного параметра  $\lambda$ : пунктирной линией – для 1-го варианта профиля при  $s=8$ , а штрих-пунктирной линией – для 2-го варианта профиля при  $Ec_0 h_0 / Ga^2 = 0.01$ ,  $s=8$ .

На рис.10 приведены графики изменения перепада аэродинамического давления по длине профиля, отнесенного к скоростному напору, при  $\alpha_c = 0.1$  рад и  $\lambda = 10$ : сплошной линией – для абсолютно жесткого профиля; пунктирной линией – для 1-го варианта профиля; штрих-пунктирной линией – для 2-го варианта профиля при  $Ec_0 h_0 / Ga^2 = 0.01$ .

На рис.11 изображены перемещения упругого хвостика профиля при  $\alpha_c = 0.1$  рад и  $\lambda = 10$ : пунктирной линией – для 1-го варианта профиля, а сплошной линией – для 2-го варианта профиля при  $Ec_0 h_0 / Ga^2 = 0.01$ .

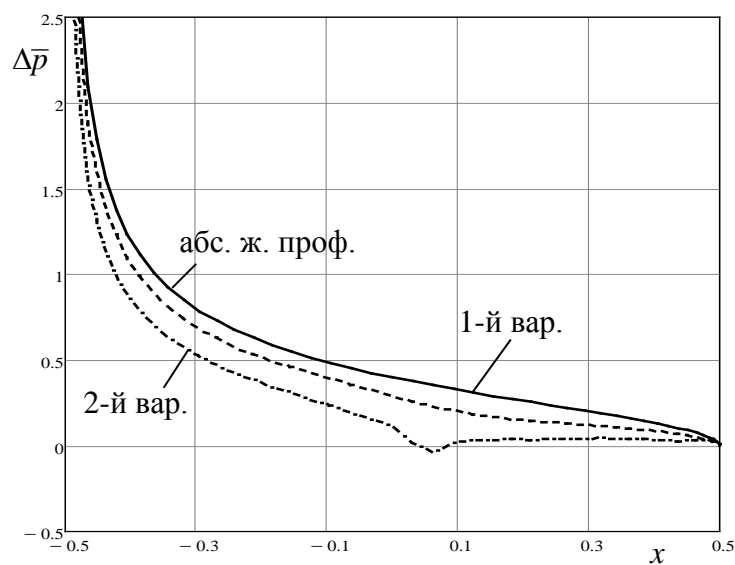


Рис.7. Графики аэродинамического давления.

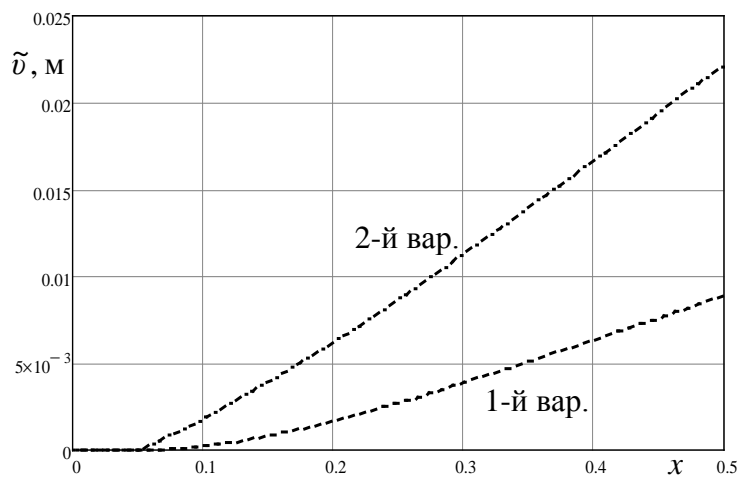


Рис.8. Графики перемещения упругого хвостика профиля.

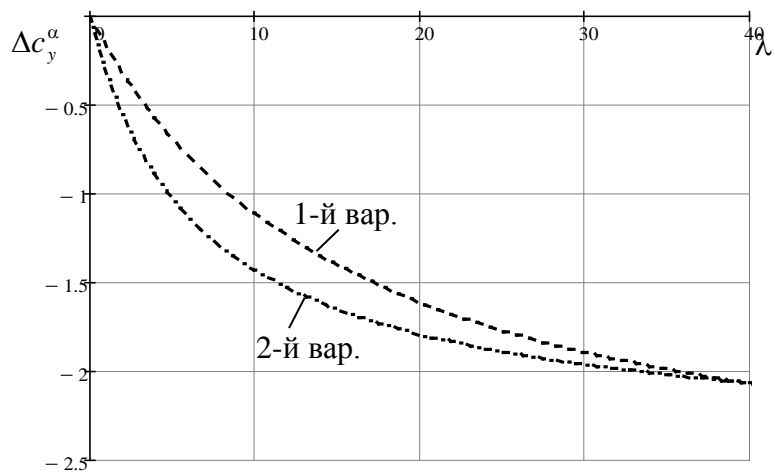


Рис.9. Графики изменения  $\Delta c_y^\alpha$  за счет упругости хвостика по сравнению с абсолютно жестким профилем.

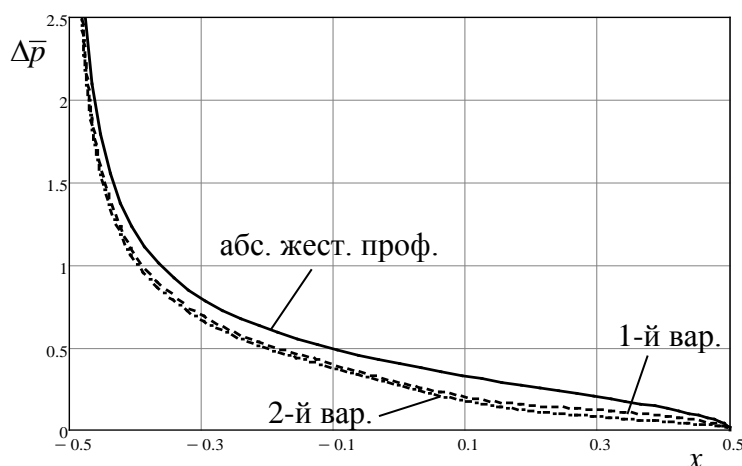


Рис.10. Графики аэродинамического давления.

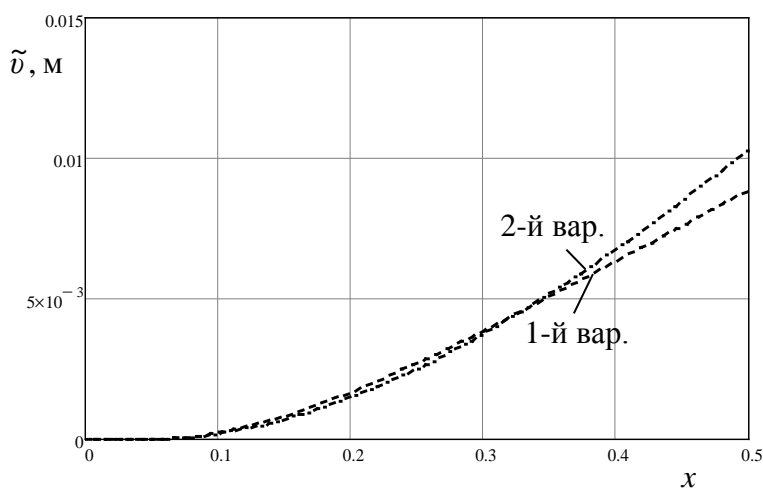


Рис.11. Графики перемещения упругого хвостика профиля.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Сформулирована и решена задача аэродинамического нагружения и аэроупругих колебаний в дозвуковом квазистационарном потоке тонкого упругого профиля, жестко соединенного в передней части с лонжероном крыла большого удлинения, совершающего изгибно-крутильные колебания.

В предположении, что упругий хвостик профиля является достаточно легким (влияние его инерционных сил не учитывается), обобщенные координаты, характеризующие его деформации, исключаются как квазистатические. Получены выражения для подъемной силы и момента тангажа профиля в зависимости от угла атаки и угловой скорости его жесткой передней части с квазистационарными аэродинамическими коэффициентами, учитывающими упругие деформации хвостика.

Выполнены расчеты для деформируемых хвостиков двух типов: 1) в виде тонкой пластины, профилированной пенопластом; 2) в виде сужающейся трехслойной пластины с мембранными внешними слоями и сотовым наполнителем.

Получены оценки влияния упругости хвостиков на квазистационарные аэродинамические коэффициенты подъемной силы и момента тангажа профиля.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Бисплингхофф Р.Л., Эшли Х., Халфмен Р.Л. *Аэроупругость*. – М.: Изд-во иностранной литературы, 1958. – 800 с.
2. Брутян М.А., Крапивский П.Л. *Теория тонкого деформируемого профиля* // Труды ЦАГИ. – 1983. – Вып. 2216. – С.3-21.
3. Шклярчук Ф.Н. *Аэроупругость самолета*. – М.: Изд-во МАИ, 1985. – 77 с.
4. Гришанина Т.В., Шклярчук Ф.Н. *Динамика упругих управляемых конструкций*. – М.: Изд-во МАИ, 2007. – 328 с.
5. Гришанина Т.В., Шклярчук Ф.Н. *Деформация и аэродинамические характеристики профиля мембранного крыла при дозвуковом обтекании* // Вестник Московского авиационного института. – 2014. – Т.21. – №5. – С.7-12.
6. Брутян М.А. *Влияние пассивной адаптации формы профиля на его аэродинамические характеристики при малых скоростях* // Фундаментальные и прикладные исследования: проблемы и результаты. – 2014. – №11. – С.155-160.

## REFERENCES

1. Bisplinghoff R.L., Ashley H., Halfman R.L. *Aeroelasticity*. Cambridge, Addison-Wesley Company, Inc., 1955, 860 p.
2. Brutyan M.A., Krapivskii P.L. *Teoriya tonkogo deformiruemogo profilya* [*The theory of thin deformable profile*]. Trudy TsAGI, 1983, Iss.2216, Pp.3-21.
3. Shklyarchuk F.N. *Aerouprugost' samoleta* [*Aeroelasticity of a plane*]. Moskva, Izd-vo MAI, 1985, 77 p.
4. Grishanina T.V., Shklyarchuk F.N. *Dinamika uprugikh upravlyaemykh konstruksii* [*Dynamics of elastic controlled structures*]. Moskva, Izd-vo MAI, 2007, 328 p.
5. Grishanina T.V., Shklyarchuk F.N. *Deformatsiya i aerodinamicheskie kharakteristiki profilya membrannogo kryla pri dozvukovom obtekanii* [*Deformation and aerodynamic characteristics of a membrane wing airfoil with subsonic flow*]. Vestnik Moskovskogo aviatsionnogo instituta, 2014, Vol.21, No.5, Pp.7-12.
6. Brutyan M.A. *Vliyanie passivnoi adaptatsii formy profilya na ego aerodinamicheskie kharakteristiki pri malykh skorostyakh* [*Effect of a passive adaptation of the airfoil form on its aerodynamic characteristics with small velocities*]. Fundamental'nye i prikladnye issledovaniya: problemy i rezul'taty, 2014, No.11, Pp.155-160.

Поступила в редакцию 14 июня 2018 года.

## Сведения об авторах:

Гришанина Татьяна Витальевна – д.ф.-м.н., проф., Кафедра «Проектирование и прочность авиационно-ракетных и космических изделий», ФГБОУ ВО «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)», г. Москва, Россия; e-mail: [grishaninatat@list.ru](mailto:grishaninatat@list.ru)

Русских Наталия Михайловна – асс., Кафедра «Проектирование и прочность авиационно-ракетных и космических изделий», ФГБОУ ВО «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)», г. Москва, Россия; e-mail: [pogewe@mail.ru](mailto:pogewe@mail.ru)