

МОДЕЛИРОВАНИЕ ЯВЛЕНИЯ ОРИЕНТИРОВАННОГО ПРЕВРАЩЕНИЯ ПРИ КРУЧЕНИИ СТЕРЖНЕЙ И ТРУБОК ИЗ СПЛАВА С ПАМЯТЬЮ ФОРМЫ*

Саганов Е.Б.

*ФГБУН Институт прикладной механики Российской академии наук,
г. Москва, Россия*

АННОТАЦИЯ

Работа посвящена моделированию явления ориентированного превращения при кручении трубок и стержней из сплава с памятью формы (СПФ). Получено аналитическое и численное решение рассматриваемых задач. Моделирование выполнено в рамках модели нелинейного деформирования СПФ при фазовых и структурных превращениях в однократно связанной термомеханической постановке. При решении принята гипотеза плоских сечений для полных деформаций. Процесс охлаждения считается достаточно медленным, так что распределение температуры по толщине стержня или трубки считается однородным. В рамках задачи об ориентированном превращении для тонкостенной трубки, рассмотрены различные варианты функции модели, отвечающей за вклад в фазовую деформации процессов зарождения и развития мартенситных элементов. В качестве параметра процесса ориентированного превращения выступает объемная доля мартенситной фазы для тонкостенных трубок, а для стержней сплошного круглого поперечного сечения и толстостенных трубок из СПФ – температура. Рассмотрение задачи ведется в рамках трех этапов. На первом происходит прямое мартенситное превращение под действием постоянного крутящего момента. На втором этапе происходит упругая разгрузка. Отмечается, что на момент начала разгрузки как напряженно-деформированное, так и фазовое состояния являются неоднородными. После полной разгрузки наблюдаются фазово-структурные и упругие деформации, которые по отдельности не подчиняются гипотезе Сен-Венана. В результате процесс разгрузки моделируется численно. После разгрузки, с учетом напряженного состояния определяется, будет ли фазовый переход продолжаться сразу или потребуются дополнительное охлаждение образца из СПФ. На третьем этапе происходит охлаждение образца до полного окончания прямого мартенситного превращения. В ходе работы получены зависимости безразмерной крутки от параметра фазового состава и безразмерного параметра температуры для различных значений безразмерного крутящего момента, под действием которого протекал первый этап ориентированного превращения. Приведены эпюры безразмерных напряжений по сечению стержня для различных этапов охлаждения.

Ключевые слова: сплавы с памятью формы; ориентированное превращение; кручение; трубки; стержни

SIMULATION OF THE PHENOMEN OF ORIENTED TRANSFORMATION WITH TORSION OF RODS AND TUBES FROM SHAPE MEMORY ALLOY

Saganov E.B.

Institute of Applied Mechanics of Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

* Работа выполнена при финансовом содействии РФФИ, проект № 17-01-00216.

ABSTRACT

The work is devoted to the simulation of the phenomenon of oriented transformation in the torsion of tubes and rods from shape memory alloy (SMA). An analytical and numerical solution of the problems is obtained. Modeling is performed in the framework of the non-linear model of straining of SMA in phase and structure transition in a single-coupled thermomechanical formulation. The flat sections hypothesis is accepted for total deformations. The cooling process is considered to be sufficiently slow, so that the temperature distribution over the thickness of the rod or tube is considered to be uniform. In the framework of the problem of oriented transformation for a thin-walled tube, various variants of the function of the model responsible for the contribution to the phase deformation of the processes of nucleation and development of martensitic elements are considered. As the parameter of the process of oriented transformation, the volume fraction of the martensite phase for thin-walled tubes is favored, and for rods of solid circular cross section and thick-walled tubes from SMA, the temperature is. The problem is reviewed in three stages. At the first, a direct martensitic transformation occurs under the action of a constant torque. At the second stage, there is an elastic unloading. It is noted that at the time of the start of unloading both the stress-strain and the phase state are inhomogeneous. After complete unloading, phase-structural and elastic deformations are observed, which do not obey the Saint-Venant's hypothesis separately. As a result, the unloading process is simulated numerically. After unloading, based on the stress state of the SMA sample, it is determined whether the phase transition will continue immediately or additional cooling of the sample will be required. The third stage is the cooling of the sample to the complete termination of the direct martensitic transformation. In the work, dependences are determined of the dimensionless twist from the phase composition parameter and the dimensionless temperature parameter for different values of the dimensionless torque under the action of which the first stage of the oriented transformation proceeded. Dimensionless stresses distributions are plotted along the cross-section of the rod for various cooling stages.

Keywords: shape memory alloys; oriented transformation; torsion; tubes; rods

ВВЕДЕНИЕ

Одним из уникальных свойств СПФ [1] является феномен ориентированного превращения [2]. На примере кручения он заключается в следующем: трубка или стержень из СПФ, находящиеся в аустенитном фазовом состоянии, предварительно закручиваются с последующей фиксацией действующего крутящего момента. Далее следует охлаждение через интервал температур прямого термоупругого мартенситного фазового превращения. При достижении некоторой температуры, ниже температуры начала, но выше температуры окончания прямого мартенситного превращения охлаждение останавливается. Производится изотермическая упругая разгрузка до нулевого значения крутящего момента. Далее в отсутствии внешнего механического воздействия следует охлаждение до окончания прямого мартенситного превращения. При этом наблюдается закручивание образца из СПФ в сторону ранее действующего крутящего момента. Суммарная фазово-структурная деформация такого процесса очевидно меньше той, которая накапливается при протекании прямого мартенситного превращения под действием постоянного напряжения. Однако его отличительной особенностью является тот факт, что фазово-структурная деформация продолжает накапливаться в отсутствии внешнего механического воздействия.

Отмеченный феномен может с успехом применяться при разработке устройств с активным элементом из СПФ, работающих на кручение. Среди

подобных разработок отмечаются актуаторы (силовозбудители), в которых рабочее тело из СПФ соединено с упругим контртелом [3,4]. Явление ориентированного превращения может быть успешно использовано в таких конструкциях для выборки или наоборот создания углового зазора между активными элементами из СПФ и контртелом.

Ряд работ [5,6] посвящен изучению вопросов кручения трубок и стержней из СПФ на случай их сверхупругого поведения в рамках модели [7]. Труды [8,9] посвящены рассмотрению явления сверхупругости при кручении и кручении совместно с растяжением. В данных работах моделирование выполнено в рамках моделей [10,11]. Большое внимание уделяется экспериментальному изучению поведения стержней и трубок из СПФ при кручении [12-14]. Часть работ [15,16] посвящена разработке актуаторов с активным элементом из СПФ.

Однако, задачи кручения стержней и трубок из СПФ для случая прямого мартенситного превращения рассматриваются крайне редко и представлены в работах [17,18]. Моделирование в этих трудах выполнено в рамках модели [19-23]. В представленных работах не рассматривается явление ориентированного превращения. Кроме этого, в упомянутых выше работах (за исключением [18]) не учитывался процесс развития мартенситных элементов в ходе протекания прямого термоупругого мартенситного фазового превращения. Накопление фазовых деформаций было обусловлено лишь процессом зарождения мартенситных элементов. В рамках таких моделей явление ориентированного превращения в принципе описано быть не может. Данная работа подобного недостатка лишена.

1. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ОБ ОРИЕНТИРОВАННОМ ПРЕВРАЩЕНИИ ДЛЯ ТОНКОСТЕННЫХ ТРУБОК ИЗ СПФ ПРИ КРУЧЕНИИ

Решение задачи ведется в рамках модели нелинейного деформирования СПФ при фазовых и структурных превращениях [19-23] в однократно связанной [24] термомеханической постановке. Образец из СПФ рассматривается в цилиндрической системе координат r, z, φ . Так как трубка является тонкостенной, то касательные напряжения $\tau_{z\varphi}$ равномерно распределены по ее сечению и не зависят от радиальной координаты r . В дальнейшем индекс « $z\varphi$ » будет для краткости опущен.

Связь между крутящим моментом и τ устанавливается следующим соотношением

$$M_{кр} = 2\pi \int_{r_1}^{r_1+\delta} \tau r^2 dr = \pi (r_1 + r_2) \delta \tau \quad \text{при } \delta \ll r_2 \quad (1.1)$$

Здесь $M_{кр}$ – внешний крутящий момент, r – радиальная координата, δ – толщина трубки, r_1 – внутренний радиус трубки.

Полные сдвиговые деформации системы вычисляются на основе гипотезы плоских сечений

$$\gamma = \theta r \quad (1.2)$$

где θ – крутка или относительный угол закручивания на единицу длины.

В рамках модели нелинейного деформирования СПФ при фазовых и структурных превращениях предполагается аддитивное представление деформаций

$$\gamma = \gamma^e + \gamma^{phst} \quad (1.3)$$

Здесь γ^e – упругие, а γ^{phst} – фазово-структурные деформации.

На первом этапе задачи рассматривается охлаждение трубки через интервал температур прямого мартенситного превращения. Анализируется достаточно медленный процесс охлаждения из полностью аустенитного фазового состояния. Температура в отсчетных точках сечения трубки принимается одинаковой. Прямое превращение происходит при постоянном значении $M_{кр}$. Очевидно, что в данной постановке задачи касательные напряжения τ в процессе охлаждения в сечении трубки из СПФ меняться не будут. Это означает, что неупругие деформации будут генерироваться только за счет фазового перехода (структурное превращение [19,22] отсутствует).

Упругие деформации системы определяются на основе приведенного ниже соотношения

$$\gamma^e = \frac{\tau_{z\varphi}}{G(q)}, \quad \frac{1}{G(q)} = \frac{q}{G_M} + \frac{1+q}{G_A} \quad (1.4)$$

Соотношение для фазовых деформаций в общем случае имеет дифференциальную форму

$$\frac{d\gamma^{ph}}{dq} = \left[\sqrt{3}\rho_d (1 - qf(q))F_1(\sqrt{3}\tau) + f(q)\gamma^{ph} \right] \quad (1.5)$$

Здесь q – параметр фазового состава, в качестве которого выступает объемная доля мартенситной фазы, ρ_d – параметр материала, коррелирующий с интенсивностью кристаллографической деформацией фазового превращения, $F_1(\sqrt{3}\tau) = 1 - \exp(-\sqrt{3}\tau)$ – интегральная функция распределения интенсивности микронапряжений в аустенитном состоянии СПФ, $f(q)$ – функция, задающая соотношение между вкладами в приращение фазовой деформации процессов развития и зарождения мартенситных элементов. В работе рассматривается два варианта функции $f(q)$ в соответствии с приведенными ниже выражениями

$$f(q) = a_0, \quad 0 < a_0 < 1 \quad (1.6)$$

$$f(q) = \frac{1}{q+C}, \quad C \geq 0 \quad (1.7)$$

Здесь a_0, C – постоянные материала.

В рамках данной постановки задачи уравнение (1.5) интегрируется при нулевых начальных условиях $\gamma^{ph}(0) = 0$

$$\gamma^{ph} = \sqrt{3}\rho_d F_1(\sqrt{3}\tau) q \quad (1.8)$$

Связь между температурой T и параметром фазового состава q устанавливается следующим блоком уравнений

$$q = \frac{1}{2}(1 - \cos(\pi t_\sigma)) \quad (1.9)$$

$$t_\sigma = M_s^\sigma - T / (M_s^0 - M_f^0) \quad (1.10)$$

$$M_s^\sigma = M_s^0 + \omega^+ \sqrt{3}\tau / \Delta S_0 \quad (1.11)$$

$$\omega^+ = \rho_d (1 - qf(q)) F_1(\sqrt{3}\tau) + f(q) \gamma^{ph} / \sqrt{3} \quad (1.12)$$

Здесь ΔS_0 – скачек объемной плотности энтропии при переходе от мартенситного состояния к аустенитному.

Так как в процессе охлаждения величина τ остается неизменной, а температура T в каждый момент времени равномерно распределена по толщине трубки, то блок уравнений (1.9-1.12) устанавливает однозначную зависимость между T и q . При решении данной задачи удобно в качестве параметра процесса использовать объемную долю мартенситной фазы q .

Первый этап охлаждения продолжается до тех пор, пока величина $q \leq 0.5$. В целом, алгоритм решения системы (1.1-1.12) имеет следующий вид: задается величина $M_{кр}$, на основе (1.1) однозначно определяются касательные напряжения τ . Далее производится шаг по $dq > 0$ и находится новое значение $q = q + dq$. После вычисляется упругая (1.4), фазовая (1.8) и полная (1.3) деформации.

На втором этапе производится изотермическая разгрузка до $M_{кр} = 0$. По окончании разгрузки касательные напряжения, в рамках сделанного предположения об их равномерном распределении по радиусу в тонкостенной трубке, равны нулю: $\tau = 0$. Соответственно и упругие деформации системы равны нулю: $\gamma^e = 0$.

На третьем этапе вклад в общую деформацию γ будет вносить только фазовая составляющая γ^{ph} . После разгрузки $\tau = 0$ и дифференциальное уравнение (1.5) записывается в следующем виде

$$\frac{d\gamma^{ph}}{dq} = f(q) \gamma^{ph} \quad (1.13)$$

Уравнение (1.13) интегрируется при начальном условии $\gamma^{ph}(q^*) = \gamma^{ph*}$. Здесь γ^{ph*} – величина фазовой деформации достигнутой к моменту времени $q = q^*$.

Решение уравнения (1.13) зависит от принимаемого для функции $f(q)$ соотношения. В случае, когда для $f(q)$ принято соотношение (1.6) решение уравнения (1.13) имеет следующий вид

$$\gamma^{ph} = \gamma^{ph*} \exp(a_0(q - q^*)) \quad (1.14)$$

Решение уравнения (1.13) для функции $f(q)$ в соответствии с (1.7) представлено ниже

$$\gamma^{ph} = \frac{q + C}{q^* + C} \gamma^{ph*} \quad (1.15)$$

В ходе работы было выполнено моделирование явления ориентированного превращения в тонкостенной трубке из СПФ, которая на первом этапе подвергалась воздействию крутящего момента. Решение получено для параметров материала соответствующих равноатомному никелиду титана: $a_0 = 0.34$, $C = 2$, $\rho_d = 0.07$. На рис.1 приведено решение задачи, представляющее собой зависимости полных деформаций от параметра фазового состава $\gamma - q$. На рис.1 сплошная линия представляет собой решение задачи о непрерывном прямом

превращение в тонкостенной трубке из СПФ под действием постоянного безразмерного крутящего момента $\mu = \tau / G_A = 0.002$, пунктирная линия – решение задачи об ориентированном превращении для функции $f(q)$ в соответствии с уравнением (1.6), штриховая – в соответствии с уравнением (1.7). Сплошная вертикальная линия – участок упругой разгрузки до $\mu = 0$. Разгрузка происходит при $q^* = 0.5$.

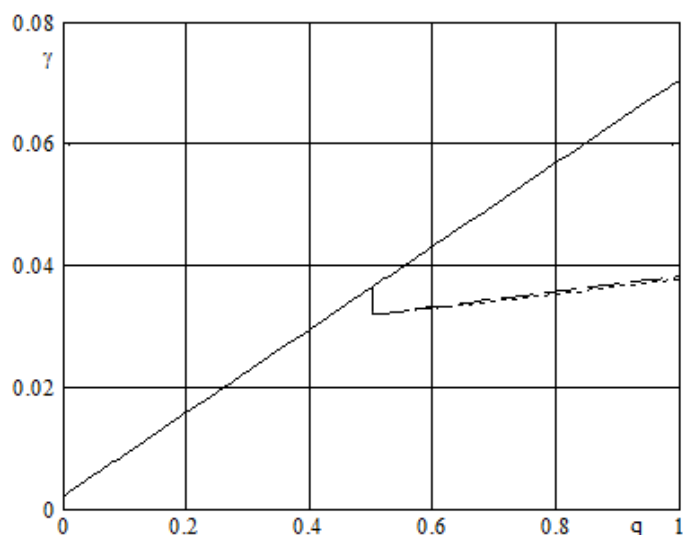


Рис.1. Зависимости $\gamma - q$.

Из приведенного рисунка видно, что максимальный уровень накапливаемой за процесс охлаждения деформации выше в случае прямого мартенситного превращения, происходящего при постоянно действующей нагрузке. Однако в случае ориентированного превращения также отмечается рост деформаций на третьем этапе данного процесса. Следует отметить, что использование разных соотношений для функции $f(q)$ приводит к несущественным различиям. Однако когда для $f(q)$ принято соотношение (1.6) зависимость $\gamma - q$ имеет экспоненциальный характер (1.14). Для функции $f(q)$ в соответствии с уравнением (1.7) зависимость $f(q)$ имеет линейный характер (1.15) в независимости от значения параметра материала C .

2. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ОБ ОРИЕНТИРОВАННОМ ПРЕВРАЩЕНИИ ДЛЯ ТОЛСТОСТЕННЫХ ТРУБОК И СТЕРЖНЕЙ ИЗ СПФ ПРИ КРУЧЕНИИ

При рассмотрении задачи об ориентированном превращении в толстостенных трубках и стержнях из СПФ можно выделить три аналогичных этапа, отмеченных в разделе 1. На первом этапе происходит прямое мартенситное превращение, из полностью аустенитного фазового состояния, под действием постоянного крутящего момента. Охлаждение происходит до тех пор, пока величина q не достигнет значения q^* на нейтральной оси или внутреннем радиусе образца из СПФ. Считается, что этот процесс происходит достаточно

медленно, так что температура по сечению трубки или стержня распределена равномерно.

Задача кручения толстостенных трубок и стержней является статически неопределимой. Связь между касательными напряжениями τ и крутящим моментом $M_{кр}$ имеет следующий вид

$$M_{кр} = 2\pi \int_{r_1}^{r_2} \tau(r) r^2 dr \quad (2.1)$$

Соотношение (2.1) записано на случай кручения толстостенных трубок. Для стержня необходимо положить r_1 равным нулю и заменить r_2 на R – внешний радиус стержня. Для полных деформаций справедлива гипотеза плоских сечений (1.2). В рамках данной задачи касательные напряжения τ будут меняться в процессе охлаждения и сами являются функцией радиальной координаты r . В данной задаче соотношения для деформаций имеют дифференциальный вид в рамках гипотезы их аддитивности

$$d\gamma(r) = d\gamma^e(r) + d\gamma^{ph}(r) + d\gamma^{st}(r)$$

Для упругих деформаций справедливо приведенное ниже уравнение

$$d\gamma^e(r) = \frac{d\tau(r)}{G(q)} + \tau(r) \frac{G_A - G_M}{G_A G_M} dq(r)$$

Фазовые деформации определяются на основе следующего соотношения

$$d\gamma^{ph}(r) = \left(\sqrt{3} \rho_d (1 - q(r) f(q)) F_1(\sqrt{3} \tau(r)) + f(q) \gamma^{phst}(r) \right) dq(r)$$

Для их наличия необходимо выполнение двух условий

$$\begin{cases} dq(r) > 0 \\ M_f^\sigma(r) < T < M_s^\sigma(r) \end{cases}$$

Здесь T – текущая температура.

Структурные деформации вычисляются на основе приведенного ниже уравнения

$$d\gamma^{st}(r) = 3\rho_d q(r) F_2'(\sqrt{3} \tau(r)) d\tau(r)$$

Для наличия структурных деформаций также необходимо выполнения двух условий

$$\begin{cases} d\tau(r) > 0 \\ \tau(r) = |\tau(r)_{\max}| \end{cases} \quad (2.2)$$

Здесь F_2' – производная интегральной функции распределения интенсивности микронапряжений в мартенситном состоянии СПФ. Здесь рассматривается упрощенный вариант модели поведения СПФ, соответствующий выполнению гипотезы об изотропном упрочнении. Более сложные варианты модели, учитывающие, помимо изотропного, еще и трансляционное упрочнение, рассмотрены в [23,25].

Для параметра фазового состава справедлив блок уравнений (1.9-1.12) за той разницей, что q , τ и γ^{ph} становятся функцией радиальной координаты r .

Из упругого решения задачи кручения вблизи внешних слоев стержня и трубки наблюдается максимальный уровень касательных напряжений τ . Тогда, в соответствии с соотношениями (1.11), фазовый переход начнется с внешних

слоев, и будет двигаться внутрь стержня или трубки из СПФ. При охлаждении, в общем случае, в сечении трубки или стержня можно выделить три характерные области. Область вблизи внешних слоев находится в мартенситном фазовом состоянии. Фазовый переход в ней уже завершился. В средней части сечения протекает фазово-структурный переход. Вблизи нейтральной оси стержня или вблизи внутреннего радиуса трубки фазовый переход еще не начался, и материал деформируется упруго с аустенитным модулем.

Границы между этими областями заранее неизвестны и находятся непосредственно из решения задачи. Граница начала фазового перехода r_0 находится из условия $T = M_s^\sigma(r)$, где T – текущая температура образца из СПФ. Уравнение для определения r_0 имеет следующий вид

$$(T - M_s^0) \Delta S_0 = \sqrt{3} G_A \theta r_0 \rho_d F_1(\sqrt{3} G_A \theta r_0)$$

Граница окончания фазового перехода r_{00} определяется путем поиска радиальной координаты, для которой выполняется следующее условие

$$q(r_{00}) = 1$$

В целом данная задача сводится к следующей системе дифференциальных уравнений [18]. Для крутки

$$\frac{d\theta}{dT} = \frac{I_3}{\frac{G_A (r_0^4 - r_1^4)}{4} + I_1 + I_2} \quad (2.3)$$

Дифференциальное уравнение для касательных напряжений $\tau(r)$ различно для разных областей сечения образца из СПФ. Для аустенитной области

$$\frac{d\tau(r)}{dT} = G_A r \frac{d\theta}{dT} \quad (2.4)$$

Для области фазово-структурного перехода

$$\frac{d\tau(r)}{dT} = \frac{r}{F(r) + D(r)S(r)} \frac{d\theta}{dT} - \frac{D(r)B(r)}{F(r) + D(r)S(r)} \quad (2.5)$$

Для параметра фазового состава $q(r)$ справедливо следующее дифференциальное уравнение

$$\frac{dq(r)}{dT} = S \frac{d\tau(r)}{dT} + B(r) \quad (2.6)$$

Дифференциальное уравнение для деформаций имеет приведенный ниже вид

$$\begin{aligned} \frac{d\gamma(r)}{dT} = & \frac{1}{G(q)} \frac{d\tau(r)}{dT} + \tau(r) \frac{G_A - G_M}{G_A G_M} \frac{dq(r)}{dT} + \\ & + \left(\sqrt{3} \rho_d (1 - q(r)) f(q) \right) F_1(\sqrt{3} \tau(r)) + \\ & + f(q) \gamma^{phst}(r) \frac{dq(r)}{dT} + 3 \rho_d q(r) F_2'(\sqrt{3} \tau(r)) \frac{d\tau(r)}{dT} \end{aligned} \quad (2.7)$$

Ниже приводятся выражения, входящие в систему уравнений (2.3-2.7).

$$I_1 = \int_{r_0}^{r_{00}} \frac{r^3}{F(r) + D(r)S(r)} dr \quad (2.8)$$

$$I_2 = \int_{r_0}^{r_2} \frac{r^3}{F(r)} dr \quad (2.9)$$

$$I_3 = \int_{r_0}^{r_{00}} \frac{D(r)B(r)r^2}{F(r) + D(r)S(r)} dr \quad (2.10)$$

$$B(r) = -\beta(r) \frac{\Delta S_0}{1 + \beta(r)f(q)^2 C(r)} \quad (2.11)$$

$$\beta(r) = \frac{\pi \sqrt{(1-q(r))^2}}{2\Delta S_0 (M_s^0 - M_f^0)} \quad (2.12)$$

$$C(r) = \rho_d q(r) \sqrt{3} \tau(r) F_1(\sqrt{3} \tau(r)) - \tau(r) \gamma(r)^{phst} \quad (2.13)$$

$$D(r) = \frac{(G_A - G_M) \tau(r)}{G_A G_M} + \left(\sqrt{3} \rho_d F_1(\sqrt{3} \tau(r)) (1 - f(q)q(r)) + f(q) \gamma^{phst}(r) \right) \quad (2.14)$$

$$F(r) = \left(\frac{1}{G(q)} + 3 \rho_d q(r) F_2'(\sqrt{3} \tau(r)) \right) \quad (2.15)$$

$$S(r) = \frac{\beta(r) f(q) \gamma^{phst}(r)}{1 + \beta(r) f(q)^2 C(r)} + \frac{\beta(r) \sqrt{3} \rho_d \left[\left(F_1(\sqrt{3} \tau(r)) + \sqrt{3} \tau(r) F_1'(\sqrt{3} \tau(r)) \right) (1 - f(q)q(r)) \right]}{1 + \beta(r) f(q)^2 C(r)} + \frac{\beta(r) \sqrt{3} \rho_d \left(f(q) \sqrt{3} \tau(r) q(r) F_2'(\sqrt{3} \tau(r)) \right)}{1 + \beta(r) f(q)^2 C(r)} \quad (2.16)$$

Алгоритм решения системы уравнений (2.3-2.16) на случай первого и третьего этапа ориентированного превращения изложен в работе [18].

В случае упругой разгрузки на втором этапе действует следующая последовательность операций. Так как разгрузка происходит упруго и изотермически, фазово-структурные деформации сниматься не будут. Поэтому вычислению подлежат только упругие деформации. В качестве параметра процесса выступает крутка θ . Производится отрицательный шаг $d\theta$ и вычисляется приращение касательных напряжений $d\tau(r)$ по сечению образца из СПФ на основе следующего уравнения

$$d\tau(r) = rd\theta / F(r)$$

Далее вычисляется новое распределение напряжений по сечению $\tau(r) = \tau(r) + d\tau(r)$ и определяется значение $M_{кр}$ согласно (2.1). Так как $d\theta < 0$, то значение $M_{кр}$ будет убывать. Этот процесс продолжается до тех пор, пока величина $M_{кр}$ не станет равной нулю. После разгрузки необходимо определить

будет ли фазовый переход продолжаться сразу или потребуется дополнительное охлаждение образца из СПФ. Для этого необходимо получить зависимость $M_s^\sigma(r)$ на основе соотношения (1.11). Для тех значений r , для которых выполняется неравенство $T < M_s^\sigma(r)$, фазовый переход начнется непосредственно после разгрузки, для остальных потребуется дополнительное охлаждение.

Ниже приведены безразмерные переменные, принятые при решении данной задачи: $\xi = r/r_2$, $\xi_0 = r_0/r_2$, $\xi_{00} = r_{00}/r_2$ – безразмерная радиальная координата и безразмерные координаты границ начала и окончания фазового перехода соответственно, $s(\xi) = \sqrt{3}\tau(r)/\sigma_0$ – безразмерная интенсивность напряжений,

$\mu = \frac{2M}{G_A \pi (r_2^4 - r_1^4)} r_2$ – безразмерный крутящий момент, под действием которого

происходит первый этап ориентированного превращения, $\theta^1 = \theta r_2$ – безразмерная крутка, $t_0 = (M_s^0 - T)/(M_s^0 - M_f^0)$ – безразмерный параметр температуры,

$\delta S_0 = (M_s^0 - M_f^0) \Delta S_0 / \sigma_0$ – безразмерный скачок объемной плотности энтропии,

$F_j(\sigma_i(r)) = \Phi_j\left(\frac{\sigma_i(r)}{\sigma_0}\right) = \Phi_j(s(\xi)) = 1 - e^{-s^\alpha(\xi)}$ – безразмерная функция

распределения интенсивности микронапряжений, $j = \alpha = 1$, соответствует аустенитному фазовому состоянию, $j = \alpha = 2$ – мартенситному.

Параметры материала принятые при решении задачи: $\lambda = E_A/E_M = 3$, $s_{0A} = \sigma_0/G_A = 0.0046$, $s_{0M} = \sigma_0/G_M = 0.0139$, $\delta S_0 = 0.1288$, $C = 2$.

При решении данной задачи заданным является величина μ , а также закон изменения температуры T , которая выступает в качестве параметра процесса. Сечение образца из СПФ дискретизируется достаточно большим количеством точек, в которых происходит вычисление величин $s(\xi)$, $q(\xi)$, $\gamma^e(\xi)$, $\gamma^{phst}(\xi)$, $\gamma(\xi)$, а также θ^1 .

Результаты моделирования явления ориентированного превращения приведены для стержня из СПФ. Решение задачи представляет собой зависимости $\theta^1 - t_0$. Данные зависимости получены для разных значений q^* , при которых был завершен первый этап ориентированного превращения.

На рис.2а,б линия 1 соответствует $q^* = 0.1$, 2 – $q^* = 0.2$, 3 – $q^* = 0.3$, 4 – $q^* = 0.4$, 5 – $q^* = 0.5$, 6 – непрерывное прямое мартенситное превращение при постоянном значении μ .

Как видно из приведенных рисунков уровень накапливаемой крутки при ориентированном превращении меньше по сравнению со случаем непрерывного прямого мартенситного превращения под действием постоянного напряжения.

На рис.3а и б приведены эпюры безразмерной интенсивности напряжений $s(\xi)$ по сечению стержня для различных μ , под действием которого происходит охлаждение. Сплошная линия соответствует моменту окончания первого этапа, штриховая – окончанию упругой разгрузки, пунктирная – момент окончания ориентированного превращения. Данные эпюры получены для $q^* = 0.5$.

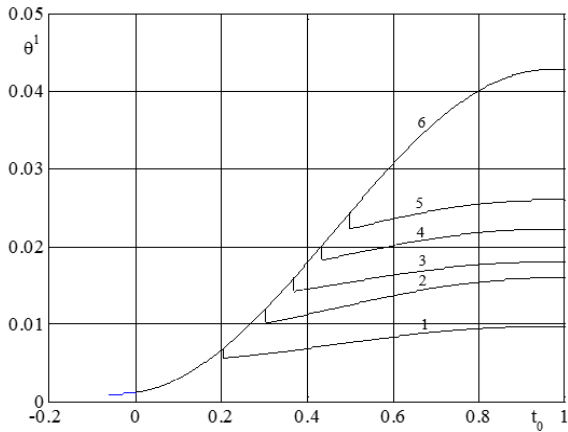


Рис.2а. Зависимости $\theta^1 - t_0$, $\mu = 0.001$.

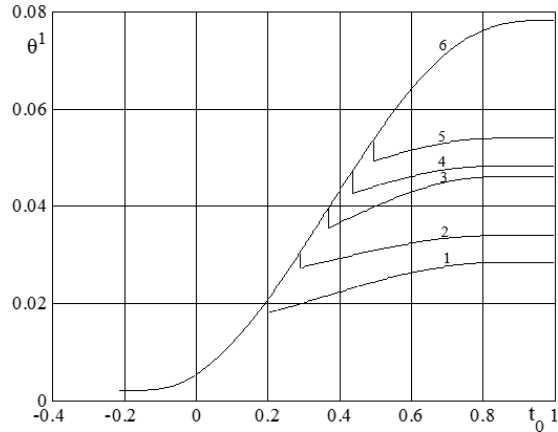


Рис.2б. Зависимости $\theta^1 - t_0$, $\mu = 0.002$.

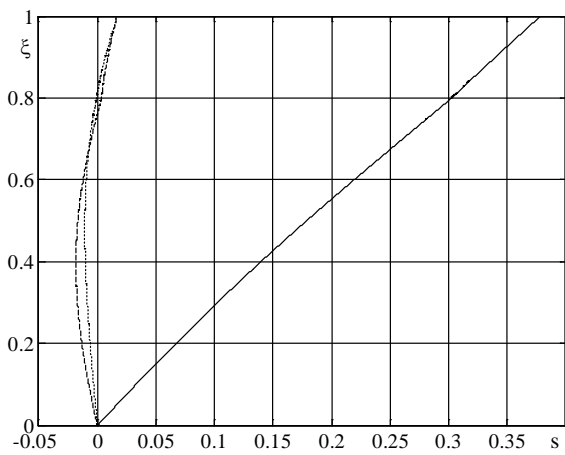


Рис.3а. Эпюры напряжений, $\mu = 0.001$.

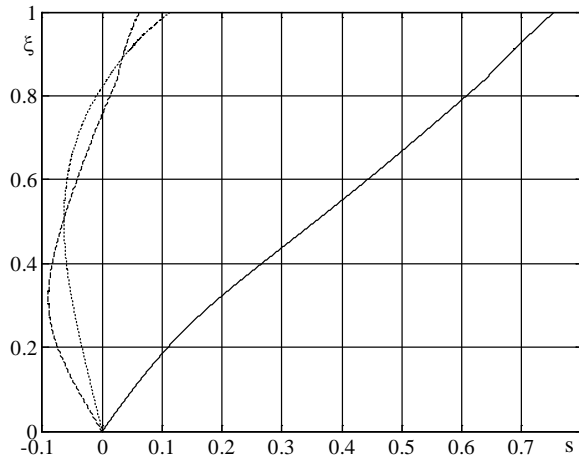


Рис.3б. Эпюры напряжений, $\mu = 0.002$.

Вид рис.3а,б не противоречит численно проверяемому тезису о том, что эпюры безразмерной интенсивности напряжений после разгрузки и на момент окончания ориентированного превращения являются само уравновешенными и соответствуют равенству $\mu = 0$. В ходе разгрузки абсолютная величина $s(\xi)$ для каждой точки сечения уменьшается. При этом для некоторой области сечения $s(\xi)$ меняет свой знак. Это обуславливает отсутствие структурного превращения при разгрузке и в процессе дальнейшего охлаждения, так как не выполняется второе условие для изменения структурных деформаций (2.2). Следует также отметить, что распределение $s(\xi)$ по сечению стержня на момент окончания разгрузки обеспечивает начало ориентированного превращения непосредственно после разгрузки без дополнительного охлаждения.

В ходе ориентированного превращения наблюдается рост величины θ^1 в основном за счет развития мартенситных элементов после снятия крутящего момента, причем речь идет об элементах, зародившихся тогда, когда крутящий момент еще действовал. Зависимость прироста $\Delta\theta^1$ от q^* сведена в представленную ниже таблицу.

Таблица 1.

$\mu = 0.001$		$\mu = 0.002$	
q^*	$\Delta\theta^1$	q^*	$\Delta\theta^1$
0.1	0.0042	0.1	0.0103
0.2	0.0059	0.2	0.0067
0.3	0.0038	0.3	0.0108
0.4	0.0039	0.4	0.0058
0.5	0.0037	0.5	0.0046

Из приведенной таблицы видно, что максимальный прирост $\Delta\theta^1$ отмечается при $q^* = 0.2$ и 0.3 соответственно. Это обуславливает применимость явления ориентированного превращения для придания актуатору из СПФ предварительной деформации. Так, в значительной степени сократится время действия механического воздействия на образец из СПФ по сравнению со случаем непрерывного прямого мартенситного превращения, протекающего при постоянном значении μ .

ВЫВОДЫ

Получено аналитическое решение связанной задачи об ориентированном превращении в тонкостенной трубке из СПФ в предположении об однородном напряженном состоянии.

Получено численное решение связанной краевой задачи об ориентированном превращении в стержне сплошного круглого поперечного сечения из СПФ и толстостенной трубке из того же материала, учитывающее неоднородность распределения напряжений по сечению и перераспределение напряжений по сечению на всех этапах рассматриваемого процесса.

В ходе работы установлено, что поведение элементов из СПФ, работающих на кручение, при моделировании явления ориентированного превращения слабо зависит от конкретизации материальной функции $f(q)$, при условии, что значения параметров этих конкретизаций определены на основании результатов экспериментов на ориентированное превращение при однородном напряженном состоянии.

Установлено, что на втором и третьем этапах опыта на ориентированное превращение отсутствуют изменение структурных деформаций, так как в процессе упругой изотермической разгрузки напряжения в значительной степени убывают по всему сечению, а в некоторых областях меняют свой знак. Напряжения в точках сечения на втором и третьем этапах процесса не превосходят соответствующих максимальных величин, наблюдаемых на первом этапе.

Наличие напряжений на момент окончания разгрузки позволяет ориентированному превращению начинаться без дополнительного охлаждения образца из СПФ.

ЛИТЕРАТУРА

1. Лихачев В.А., Кузьмин С.Л., Каменцева З.П. *Эффект памяти формы*. – Л.: Изд-во Ленингр. ун-та, 1987. – 216 с.

2. Лихачев В.А., Патрикеев Ю.И., Щуплецов В.Н. *Эффект ориентированного превращения в никелиде титана* // ФММ. – 1986. – Т.61. – Вып.1. – С.121-126.
3. Мовчан А.А., Ньюнт С., Семенов В.Н. *Проектирование силовозбудителя крутящего момента из сплава с памятью формы* // Труды ЦАГИ. – 2004. – Вып.2664. – С.220-230.
4. Icardi U., Ferrero L. *Preliminary study of an adaptive wing with shape memory alloy torsion actuators* // Materials and Design. – 2009. – Vol.30. – No.10. – Pp.4200-4210.
5. Mirzaeifar R., DesRoches R., Yavari A. *Exact solutions for pure torsion of shape memory alloy circular bars* // Mechanics of Materials – 2010. – Vol.42 – No.8. – Pp.797-806.
6. Mirzaeifar R., DesRoches R., Yavari A, Gall K. *Coupled thermo-mechanical analysis of shape memory alloy circular bars in pure torsion* // Intern. J. of Non-Linear Mechanics. – 2012. – Vol.47. – No.3. – Pp. 118-128.
7. Lagoudas D., Hartl D., Chemisky Y., Machado L., Popov P. *Constitutive model for the numerical analysis of phase transformation in polycrystalline shape memory alloys* // Intern. J. of Plasticity. – 2012. – Vol.32-33. – Pp.155-183.
8. Wang Y.F., Yue Z.F., Wang J. *Experimental and numerical study of the superelastic behavior on NiTi thin-walled tube under biaxial loading* // Computational Materials Science. – 2007. – Vol.40. – No.2. – Pp.246-254.
9. Thamburaja P., Anand L. *Superelastic behavior on tension-torsion of an initially textured Ti-Ni shape-memory alloy* // Intern. J. of Plasticity. – 2002. – Vol.18. – No.11. – Pp.1607-1617.
10. Lim T.J., McDowell D.L. *Cyclic thermomechanical behavior of a polycrystalline pseudoelastic shape memory alloy* // J. of the Mechanics and Physics of Solids. – 2000. – Vol.50. – No.3. – Pp.651-676.
11. Thamburaja P., Anand L. *Polycrystalline shape-memory materials: effect of crystallographic texture* // J. of the Mechanics and Physics of Solids. – 2001. – Vol.49. – No.4. – Pp.709-737.
12. Lim J., McDowell D. *Mechanical Behavior of and Ni-Ti shape memory alloy under axial-torsional proportional and nonproportional loading* // J. of Engineering Materials and Technologies. – 1999. – Vol.121. – No.1. – Pp.9-18.
13. McNaney J., Imbeni V., Jung Y., Papadopoulos P., Ritchie R. *An experimental study of the superelastic effect in a shape-memory Nitinol alloy under biaxial loading* // Mechanics of Materials. – 2003. – Vol.35. – No.10. – Pp.969-986.
14. Sun Q., Li Z. *Phase transformation in superelastic NiTi polycrystalline micro-tubes under tension and torsion-from localization to homogeneous deformation* // International Journal of Solids and Structures. – 2002. – Vol.39. – No.13-14. – Pp.3797-3809.
15. Spinella I., Dragoni E. *Analysis and design of hollow helical springs for shape memory actuators* // Journal of Intelligent Material Systems and Structures. – 2010. – Vol.21. – No.2. – Pp.185-199.
16. Costanza G., Tata M., Calisti C. *Nitinol one-way shape memory springs: thermomechanical characterization and actuator design* // Sensors and Actuators A; Physical. – 2010. – Vol.157. – No.1. – Pp.113-117.
17. Мовчан А.А., Тант Зин Аунг. *Анализ работы пружин из сплава с памятью формы в рамках модели нелинейного деформирования этих материалов* // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2009. – Т.15. – №4. – С.591-600.

18. Саганов Е.Б. *Решение задачи о прямом мартенситном переходе в стержне из сплава с памятью формы, находящемся под действием постоянного крутящего момента* // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2014. – Т.20. – №3. – С.454-468.
19. Мовчан А.А., Мовчан И.А., Сильченко Л.Г. *Микромеханическая модель нелинейного деформирования сплавов с памятью формы при фазовых и структурных превращениях* // Известия РАН. МТТ. – 2010. – №3. – С.118-130.
20. Мовчан А.А., Казарина С.А., Мишустин И.В., Мовчан И.А. *Термодинамическое обоснование модели нелинейного деформирования сплавов с памятью формы при фазовых и структурных превращениях* // Деформация и разрушение материалов. – 2009. – №8. – С.2-9.
21. Мовчан А.А., Сильченко Л.Г., Сильченко Т.Л. *Учет явления мартенситной неупругости при обратном фазовом превращении в сплавах с памятью формы* // Известия РАН. МТТ. – 2011. – №2. – С.44-56.
22. Мишустин И.В., Мовчан А.А. *Моделирование фазовых и структурных превращений в сплавах с памятью формы, происходящих под действием немонотонно меняющихся напряжений* // Известия РАН. МТТ. – 2014. – №1. – С.37-53.
23. Мишустин И.В., Мовчан А.А. *Аналог теории пластического течения для описания деформации мартенситной неупругости в сплавах с памятью формы* // Известия РАН. МТТ. – 2015. – №2. – С.78-95.
24. Мовчан А.А. *Исследование эффектов связности в задачах изгиба балок из сплава с памятью формы* // Прикладная механика и техническая физика. – 1998. – Т.39. – №1. – С.87-97.
25. Мовчан А. А., Мишустин И. В., Казарина С. А. *Вариант микроструктурной модели деформирования сплавов с памятью формы* // Деформация и разрушение материалов. – 2017. – №5. – С.6-11.

REFERENCES

1. Likhachev V.A., Kuz'min S.L., Kamentseva Z.P. *Effekt pamiati formy [Shape memory effect]*. Leningrad, Izd-vo Leningr. Un-ta, 1987, 216 p.
2. Likhachev V.A., Patrikeev Iu.I., Shchupletsov V.N. *Effekt orientirovannogo prevrashcheniia v nikelide titana [The effect of oriented transformation in titanium nickelide]*. FMM, 1986, Vol.61, Iss.1, Pp.121-126.
3. Movchan A.A., N'iunt S., Semenov V.N. *Proektirovanie silovozbuditel'ia krutiashchego momenta iz splava s pamiat'iu formy [Design of the torque exciter force generator from the shape memory alloy]*. Trudy TsAGI, 2004, Vol.2664, Pp.220-230.
4. Icardi U., Ferrero L. *Preliminary study of an adaptive wing with shape memory alloy torsion actuators*. Materials and Design, 2009, Vol.30, No.10, Pp.4200-4210.
5. Mirzaeifar R., DesRoches R., Yavari A. *Exact solutions for pure torsion of shape memory alloy circular bars*. Mechanics of Materials, 2010, Vol.42, No.8, Pp.797-806.
6. Mirzaeifar R., DesRoches R., Yavari A, Gall K. *Coupled thermo-mechanical analysis of shape memory alloy circular bars in pure torsion*. Intern. J. of Non-Linear Mechanics, 2012, Vol.47, No.3, Pp.118-128.

7. Lagoudas D., Hartl D., Chemisky Y., Machado L., Popov P. *Constitutive model for the numerical analysis of phase transformation in polycrystalline shape memory alloys*. Intern. J. of Plasticity, 2012, Vol.32-33, Pp.155-183.
8. Wang Y.F., Yue Z.F., Wang J. *Experimental and numerical study of the superelastic behavior on NiTi thin-walled tube under biaxial loading*. Computational Materials Science, 2007, Vol.40, No.2, Pp.246-254.
9. Thamburaja P., Anand L. *Superelastic behavior on tension-torsion of an initially textured Ti-Ni shape-memory alloy*. Intern. J. of Plasticity, 2002, Vol.18, No.11, Pp.1607-1617.
10. Lim T.J., McDowell D.L. *Cyclic thermomechanical behavior of a polycrystalline pseudoelastic shape memory alloy*. J. of the Mechanics and Physics of Solids, 2000, Vol.50, No.3, Pp.651-676.
11. Thamburaja P., Anand L. *Polycrystalline shape-memory materials: effect of crystallographic texture*. J. of the Mechanics and Physics of Solids, 2001, Vol.49, No.4, Pp.709-737.
12. Lim J., McDowell D. *Mechanical Behavior of and Ni-Ti shape memory alloy under axial-torsional proportional and nonproportional loading*. J. of Engineering Materials and Technologies, 1999, Vol.121, No.1, Pp.9-18.
13. McNaney J., Imbeni V., Jung Y., Papadopoulos P., Ritchie R. *An experimental study of the superelastic effect in a shape-memory Nitinol alloy under biaxial loading*. Mechanics of Materials, 2003, Vol.35, No.10, Pp.969-986.
14. Sun Q., Li Z. *Phase transformation in superelastic NiTi polycrystalline micro-tubes under tension and torsion-from localization to homogeneous deformation*. Intern. J. of Solids and Structures, 2002, Vol.39, No.13-14, Pp.3797-3809.
15. Spinella I., Dragoni E. *Analysis and design of hollow helical springs for shape memory actuators*. J. of Intelligent Material Systems and Structures, 2010, Vol.21, No.2, Pp.185-199.
16. Costanza G., Tata M., Calisti C. *Nitinol one-way shape memory springs: thermomechanical characterization and actuator design*. Sensors and Actuators A; Physical, 2010, Vol.157, No.1, Pp.113-117.
17. Movchan A.A., Tant Zin Aung. *Analiz raboty pruzhin iz splava s pamiat'iu formy v ramkakh modeli nelineinogo deformirovaniia etikh materialov [Analysis of the behavior of springs from shape memory alloy in framework of non-linear straining model for these materials]*. Mekhanika kompozitsionnykh materialov i konstruksii, 2011, Vol.15, No.4, Pp.591-600.
18. Saganov E.B. *Reshenie zadachi o priamom martensitnom perekhode v sterzhne iz splava s pamiat'iu formy, nakhodiashchemsia pod deistviem postoiannogo krutiashchego momenta [Solution the problem of direct martensitic transition in rods from shape memory alloy under constant torque]*. Mekhanika kompozitsionnykh materialov i konstruksii, 2014, Vol.20, No.3, Pp.454-468.
19. Movchan A.A., Movchan I.A., Sil'chenko L.G. *Micromechanical model of nonlinear deformation of shape memory alloys under phase and structure transitions*. Mechanics of Solids, 2010, Vol.45, No.3, Pp.406-416.
20. Movchan A.A., Kazarina S.A., Mishustin I.V., Movchan I.A. *Tepmodinamicheskoye obosnovaniye modeli nelineynogo defopmipovaniya splavov s pamyatyu fopmy ppi fazovykh i stpunktupnykh ppevpashcheniyakh [Thermodynamic justification of non-linear shape memory alloys straining model in phase and structural transformation]*. Deformatsiya i razrusheniye materialov, 2009, No.8, Pp.2-9.

21. Movchan A.A., Sil'chenko L.G., Sil'chenko T.L. *Taking account of the martensite inelasticity in the reverse phase transformation in shape memory alloys*. Mechanics of Solids, 2011, Vol.46, No.2, Pp.194-203.
22. Mishustin I.V., Movchan A.A. *Modeling of phase and structure transformations occurring in shape memory alloys under nonmonotonically varying stresses*. Mechanics of Solids, 2014, Vol.49, No.1, Pp.27-39.
23. Mishustin I.V., Movchan A.A. *Analog of the plastic flow theory for describing martensitic inelastic strains in shape memory alloys*. Mechanics of Solids, 2015, Vol.50, No.2, Pp.176-190.
24. Movchan A.A. *Coupling effects in bending problems for beams of a shape memory alloy*. J. of Applied Mechanics and Technical Physics, 1998, Vol.39, No.1, Pp.143-151.
25. Movchan A. A., Mishustin I. V., Kazarina S. A. *Variant mikrostrukturnoy modeli deformirovaniya splavov s pamyatyu formy [Variant micro-structural model of shape memory alloys straining]*. Deformatsiya i razrushenie materialov, 2017, No.5, Pp.6-11.

Поступила в редакцию 11 июня 2017 года

Сведения об авторе:

Саганов Евгений Борисович – н.с., ФГБУН Институт прикладной механики РАН, г. Москва, Россия; e-mail: saganoff@yandex.ru