

ИЗОТЕРМИЧЕСКОЕ ДЕФОРМИРОВАНИЕ СПЛАВА С ПАМЯТЬЮ ФОРМЫ В РАЗНЫХ ТЕМПЕРАТУРНЫХ ИНТЕРВАЛАХ. СЛУЧАЙ ОДНООСНОГО РАСТЯЖЕНИЯ*

Тихомирова К.А.

ФГБУН Институт механики сплошных сред УрО РАН, г. Пермь, Россия

АННОТАЦИЯ

Температура является одним из основных факторов, определяющих кинетику мартенситного превращения в сплавах с памятью формы (СПФ). Поэтому диаграммы изотермического деформирования, получаемые при нагружении и последующей разгрузке образцов из СПФ при разных постоянных температурах, отличаются не только количественно, но и качественно. Определяющее значение при этом имеет расположение температуры деформирования относительно температур фазовых переходов. В настоящей работе на основе анализа фазовой диаграммы для никелида титана выделено семь температурных интервалов, для которых деформационные кривые имеют качественно различный вид. Для каждого случая приводится теоретическое описание с использованием феноменологической модели, предложенной автором ранее. Геометрическая интерпретация модели состоит в том, что фазовая деформация определяется как относительное изменение длины цепочки из последовательно соединенных структурных элементов: сферических аустенитных и продолговатых мартенситных. Мартенситные элементы образуются из аустенитных при прямом фазовом превращении, вызываемом понижением температуры или приложением нагрузки, а при обратном переходе вновь становятся аустенитными. Угол наклона мартенситного элемента к продольной оси цепочки характеризует степень ориентированности образующихся в материале мартенситных ячеек относительно напряжения, действующего в момент их появления, и обуславливается величиной этого напряжения. Структурная деформация, возникающая при переориентации мартенситных ячеек в результате возрастания нагрузки, рассматривается как изменение угла наклона мартенситного элемента вследствие увеличения внешнего напряжения. Предлагаемый подход позволяет единообразно определять структурную и фазовую составляющие деформации в момент их возникновения и не делать различия между ними при описании последующего процесса деформирования.

Ключевые слова: сплавы с памятью формы; мартенситное превращение; изотермическое деформирование; фазовая диаграмма; фазовая деформация; структурная деформация

ISOTHERMAL DEFORMATION OF SHAPE MEMORY ALLOY IN DIFFERENT TEMPERATURE RANGES. UNIAXIAL CASE

Tikhomirova K.A.

Institute of Continuous Media Mechanics of the Ural Branch of Russian Academy of Science, Perm, Russia

* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект №16-31-00161-мол_а).

ABSTRACT

Temperature is one of the main factors, which determines the kinetics of martensitic transformation in shape memory alloys (SMA). This is the reason, why the isothermal deformation curves obtained for SMA samples under loading and subsequent unloading conditions at various constant temperatures differ qualitatively and quantitatively. Here, a determining factor is the location of the deformation temperature range relative to the phase transition temperatures. In this study, based on the analysis of the phase diagram for NiTi, we have identified seven temperature ranges, for which the deformation curves are qualitatively different. For each case we have developed a theoretical description based on the phenomenological model recently proposed by the authors of this paper. The geometrical interpretation of the model is that the phase deformation is defined as a relative change in the length of a chain comprising a number of series connected structural elements - spherical austenitic and elongated martensitic ones. The martensitic elements are formed from the austenitic ones during the forward phase transition caused by a drop of temperature or application of load. During the reverse transition they again transform into the austenitic elements. The orientation of the martensitic element (an angle of its inclination to the longitudinal axis of the chain), which is determined by the macroscopic stress acting at the time of the element formation, characterizes the degree of orientation of the martensitic lamels with respect to the direction of this stress. Structural deformation, resulting from the re-orientation of the martensitic lamels due to increase of loads, is considered as a change in the orientation angle of the martensitic element due to a change in the external stress. The proposed approach enables us to define uniquely the phase and structural deformation components and obviates the necessity of differentiating between them during the description of the successive deformation process.

Key words: shape memory alloys; martensitic transformation; isothermal deformation; phase diagram; phase deformation; structural deformation

ВВЕДЕНИЕ

При изотермическом нагружении образца из сплава с памятью формы (СПФ) в материале могут происходить следующие процессы: структурное деформирование, связанное с переориентацией ячеек мартенсита; образование ориентированного мартенсита напряжения из аустенитной фазы в результате приложения нагрузки; необратимое пластическое деформирование мартенсита или аустенита. При последующей разгрузке возможно полное или частичное снятие накопленной фазовой деформации. Степень реализации всех перечисленных процессов зависит от температуры деформирования, что обуславливает качественное различие деформационных кривых, получаемых из испытаний на изотермическое растяжение (сжатие) при разных температурах. Наиболее яркими примерами такого различия могут служить эффекты мартенситной неупругости и сверхупругости. Для первой характерно накопление структурной деформации, сохраняющейся при разгрузке. В случае сверхупругости, реализующейся при более высоких температурах, образуется мартенсит напряжения, который исчезает после снятия нагрузки.

Зависимость вида деформационных кривых от температуры при растяжении хорошо изучена экспериментально для различных сплавов с памятью формы: никелида титана [1,2], сплавов на основе меди [3], золота [4], серебра [5] и других. Что касается теоретических исследований, имеется ряд моделей как отечественных, так и зарубежных авторов, позволяющих описывать диаграммы деформирования сплавов с памятью при различных температурах с учетом их

температурной эволюции [6-9]. Многие работы посвящены конкретно моделированию эффектов мартенситной неупругости и сверхупругости [10-14].

Влияние расположения температуры испытания относительно характерных температур фазовых переходов на вид деформационной кривой отмечено в [15]: по мере приближения к температурам прямого перехода как со стороны низких, так и высоких температур наблюдается снижение порогового напряжения прямого мартенситного превращения (называемого также напряжением мартенситного сдвига или фазовым пределом текучести). На основании анализа экспериментальных данных Р.Дж. Василевский [16] выделяет три температурных интервала ниже температуры начала обратного мартенситного перехода, воздействие напряжения в которых вызывает различные последовательности фазовых и структурных переходов. Это структурное превращение (образование ориентированного мартенсита) в интервале ниже температур прямого мартенситного перехода, фазовое превращение (образование мартенсита напряжения из аустенитной фазы) в интервале выше температур прямого мартенситного перехода и совокупность этих двух процессов при деформировании внутри интервала прямого перехода. Анализируя фазовую диаграмму СПФ при более высоких температурах, кроме трех перечисленных случаев можно выделить еще четыре, что будет показано в настоящей статье.

В данной работе предлагается теория, позволяющая классифицировать и описать возможные виды деформационных кривых СПФ, получаемых при изотермическом нагружении и разгрузке в различных температурных интервалах. Для расчетов используется феноменологическая модель, изложенная автором в [17]. Ее преимуществом является способность единообразно учитывать вклады фазовой и структурной составляющих деформации в полную деформацию системы и не делать различия между ними при описании последующей истории деформирования. Это особенно удобно для моделирования изотермического нагружения СПФ, поскольку при растяжении образца в интервале температур прямого мартенситного превращения в материале одновременно происходят процессы как структурного, так и фазового переходов [16], однако последующее поведение возникающего при этом ориентированного мартенсита не зависит от механизма его появления.

Прежде чем перейти к основной части статьи, необходимо сделать следующие замечания. Во-первых, используемая в работе теория разработана для малых деформаций, хотя прогнозируемые ею и наблюдаемые в эксперименте деформации составляют порядка 10%. Как показывают расчеты, в случае рассматриваемого в статье одноосного напряженного состояния при деформациях такого уровня применение подходов для малых и для конечных деформаций не дает большого различия в результатах, и отсутствие учета больших деформаций не вызывает значительного расхождения с экспериментальными данными. Во-вторых, при фазовом переходе в СПФ происходит выделение (поглощение) тепла, однако при достаточно медленном изменении нагрузки выделяемое тепло успевает отводиться, и процесс может считаться изотермическим.

Известно, что кривые изотермического деформирования для сплавов с памятью формы при растяжении и сжатии имеют различный вид [18]. Полученные в данной работе результаты будут относиться к случаю растяжения, но излагаемая теория может быть применена также для описания одноосного

сжатия, с соответствующими параметрами модели, определяемыми из экспериментов на сжатие.

1. ОПРЕДЕЛЯЮЩИЕ СООТНОШЕНИЯ

Для вычисления полной деформации системы будем использовать суммирование различных составляющих осевой деформации

$$\varepsilon = q\varepsilon_M + (1-q)\varepsilon_A + \varepsilon_{ph} + \varepsilon_{pl}, \quad (1)$$

где ε – полная деформация; индексы M , A , ph , pl обозначают упругую мартенситную, упругую аустенитную, фазовую и пластическую составляющие соответственно, q – объемная доля мартенситной фазы. Температурная деформация за малостью вклада в настоящей работе не учитывается.

Для упругой деформации справедливы соотношения [19]

$$\varepsilon_M = \frac{\sigma}{E_M}; \quad \varepsilon_A = \frac{\sigma}{E_A}, \quad (2)$$

где σ – осевое напряжение; E_M , E_A – модули Юнга мартенситной и аустенитной фаз. Для никелида титана $E_M = 33$ ГПа, $E_A = 62$ ГПа [20].

Пластическая деформация вычисляется согласно ассоциированному закону пластичности для упрочняющегося тела, который в случае одноосного напряженного состояния имеет вид

$$\dot{\varepsilon}_{pl} = \frac{1}{H} \dot{\sigma}. \quad (3)$$

Здесь H – модуль пластического упрочнения, который, по данным [21], составляет для никелида титана 153 МПа. Предполагается, что пластическое деформирование осуществляется без изменения объема.

Для вычисления фазовой составляющей деформации используется интегральное соотношение вида

$$\varepsilon_{ph} = \int_0^{q(t)} F(\sigma(\tau)) dq(\tau), \quad (4)$$

предложенное в [17]. Здесь t – время, начало отсчета которого должно соответствовать полностью аустенитному состоянию материала. Функция $F(\sigma)$ описывает зависимость фазовой деформации полного прямого превращения ε_{ph}^{total} при охлаждении под постоянным напряжением от величины этого напряжения. Время входит в соотношение (4) только как параметр процесса, служащий для координации режимов изменения напряжения и температуры, которые, в свою очередь, определяют кинетику фазового перехода. Каждой конкретной величине q при положительном ее приращении (прямой фазовый переход) ставится в соответствие конкретное значение $F(\sigma)$. При обратном переходе, когда доля мартенситной фазы получает отрицательное приращение, функция F принимает то значение, которое она имела при текущей величине q на этапе прямого перехода. Таким образом, история изменения F при прямом превращении воспроизводится при обратном, но в противоположном порядке.

Зависимость объемной доли мартенсита от температуры и напряжения в настоящей работе аппроксимируется тригонометрической функцией [14]

$$q = \begin{cases} 0, & \xi \leq 0, \\ (1 - \cos(\pi\xi)) / 2, & 0 < \xi < 1, \\ 1, & \xi \geq 1; \end{cases}$$

$$\xi = \frac{M_s^* - T}{M_s^* - M_f^*}, \quad M_f^* \leq T \leq M_s^*, \quad (A \rightarrow M)$$

$$\xi = 1 + \frac{A_s^* - T}{A_f^* - A_s^*}, \quad A_s^* \leq T \leq A_f^*, \quad (M \rightarrow A).$$
(5)

Температуры M_s , M_f , A_s , A_f соответствуют началу и окончанию прямого (мартенситного) и обратного (аустенитного) превращений при отсутствии нагрузки. Для никелида титана $M_s = 330$ К, $M_f = 290$ К, $A_s = 340$ К, $A_f = 380$ К [20]. Звездочкой отмечены температуры границ переходных интервалов с учетом их сдвига от действия напряжений. В предположении, что ширина температурных интервалов остается постоянной, величина сдвига равняется сдвигу их средних температур T_c , который будет определен в разделе 4.

2. ВЫЧИСЛЕНИЕ ФАЗОВОЙ ДЕФОРМАЦИИ

Для конкретизации определяющих уравнений воспользуемся геометрической интерпретацией соотношения (4), изложенной в [17]

$$\varepsilon_{ph} = \int_0^{q(t)} (K \cos \alpha(\tau) + A) dq(\tau).$$
(6)

Фазовая деформация здесь имеет смысл относительного изменения длины l_0 цепочки из последовательно соединенных структурных элементов, сферических аустенитных и продолговатых мартенситных (рис.1). Превращение одного аустенитного элемента в мартенситный в процессе прямого фазового перехода приводит к возрастанию доли мартенситной фазы на величину Δq , а фазовая деформация получает при этом приращение, определяемое проекцией образовавшегося мартенситного элемента с углом наклона α_i на продольную ось цепочки.

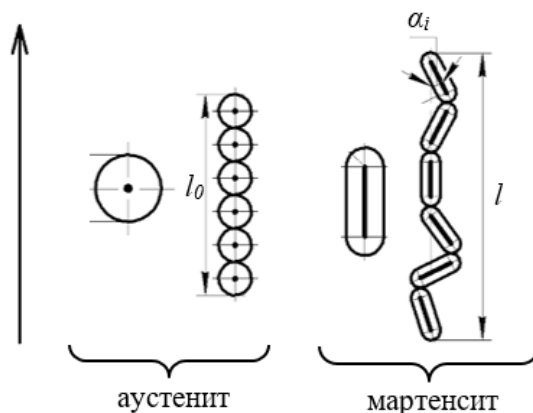


Рис.1. Структурные элементы аустенитной и мартенситной фаз.

Устремление числа элементов к бесконечности ($\Delta q \rightarrow dq$) дает возможность записать определяющие соотношения в интегральной форме (6). Величина угла α определяется действующим в момент возникновения элемента напряжением и характеризует степень ориентированности образующихся в материале мартенситных ячеек по действующему напряжению. Аналогично функции F , входящей в соотношения (4), каждому значению q при положительном его приращении (прямой фазовый переход) ставится в соответствие величина угла α образовавшегося при этом мартенситного элемента, а при обратном превращении величина α принимает то значение, которое она имела при текущем q на этапе прямого перехода.

Зависимость α от напряжения, действующего в момент возникновения мартенситного элемента, задается в виде кусочно-линейной функции

$$\alpha = \begin{cases} c\sigma + d, & 0 \leq \sigma \leq \sigma_m; \\ 0, & \sigma > \sigma_m. \end{cases} \quad (7)$$

Константы модели A , K , c , d определяются из следующих условий. При прямом превращении в отсутствие нагрузки в материале формируется разориентированная мартенситная структура (хаотический мартенсит), фазовая деформация при этом минимальна и равна линейной деформации объемного эффекта фазового превращения ε_v , а угол наклона мартенситных структурных элементов составляет $\alpha = \pi/2$. Наибольшее значение фазовой деформации ε_{ph}^{\max} достигается в процессе охлаждения под некоторым пороговым напряжением σ_m , таким что дальнейшее увеличение напряжения не приводит к возрастанию фазовой деформации. В этом случае мартенсит обладает наибольшей степенью ориентированности, и структурные элементы модели располагаются вдоль оси цепочки ($\alpha = 0$).

В работе [14] представлены экспериментальные данные для зависимости фазовой деформации полного прямого превращения $\varepsilon_{ph}^{total}(\sigma)$ за вычетом объемного расширения от действующего напряжения для никелида титана. Этим результатам соответствуют следующие значения параметров материала, определенные в [17]: $(\varepsilon_{ph}^{\max} - \varepsilon_v) = 5,25\%$ и $\sigma_m = 310$ МПа. Величина ε_v по данным той же работы составляет 0,34%. Отсюда константы модели равны: $A = 0,0034$, $K = 0,0525$, $c = -0,0051$ МПа⁻¹, $d = \pi/2$.

3. ВЫЧИСЛЕНИЕ СТРУКТУРНОЙ ДЕФОРМАЦИИ

При нагружении СПФ, полностью или частично находящегося в мартенситном состоянии, в материале могут происходить структурные превращения, связанные с переориентацией кристаллических ячеек мартенситной фазы. Для учета структурной деформации будем использовать подход, предложенный в [17]. Его характерная особенность заключается в том, что определяющей величиной для вычисления деформации, возникающей в результате как фазового, так и структурного переходов, является угол наклона мартенситного структурного элемента α как параметр, характеризующий степень ориентированности формирующейся мартенситной структуры. Это позволяет единообразно определять обе составляющие деформации в момент их

возникновения и не делать различия между ними при описании последующего процесса деформирования. Такой подход представляется целесообразным, поскольку обе составляющие связаны с образованием направленного мартенсита, хотя имеют различные механизмы развития: мартенсит, соответствующий фазовой деформации, образуется из аустенитной фазы, а структурной – из мартенситной фазы в результате переориентации.

При изотермическом нагружении процесс структурного деформирования начинается при достижении порогового напряжения структурного перехода σ_s^{st} , называемого также напряжением мартенситного сдвига, и завершается при напряжении σ_f^{st} , соответствующем накоплению наибольшей деформации структурного превращения в материале. В рамках феноменологической модели [17] этот процесс можно описать следующим образом. Структурный элемент мартенситной фазы (рис.1), сформировавшийся при охлаждении под действием напряжения σ_1 , имеет угол наклона α_1 , величина которого однозначно определяется зависимостью (7). Если в процессе последующего деформирования в материале возникает напряжение σ_2 , превышающее пороговое напряжение структурного перехода σ_s^{st} , то угол наклона элемента изменяется и принимает значение α_2 . На уровне кристаллической решетки это означает переориентацию ячеек мартенсита и создание структуры с более высокой степенью ориентированности. Согласно экспериментальным данным для никелида титана [14], максимальная деформация структурного превращения близка по величине к максимальной фазовой деформации прямого превращения под постоянной нагрузкой ε_{ph}^{max} , откуда можно заключить, что мартенсит, образующийся в материале после завершения структурного перехода при σ_f^{st} , обладает наибольшей степенью ориентированности. Поэтому при $\sigma_2 \geq \sigma_f^{st}$ в материале формируется максимально ориентированная мартенситная структура ($\alpha_2 = 0$).

Как показано в статье [22], в общем случае величина напряжения σ_s^{st} коррелирует со значением σ_1 . Чем выше напряжение σ_1 , действующее на этапе охлаждения, тем более ориентированная структура создается в материале и тем большую нагрузку необходимо приложить для того, чтобы инициировать процесс структурного превращения. Напряжение σ_f^{st} окончания структурного перехода от σ_1 не зависит. В настоящей работе будем полагать, что

$$\begin{aligned}\sigma_s^{st}(T, \sigma_1) &= \sigma_1 + \sigma_{s0}^{st}(T), \\ \sigma_f^{st}(T) &= \sigma_m + \sigma_{s0}^{st}(T),\end{aligned}\tag{8}$$

где $\sigma_{s0}^{st}(T)$ – пороговое напряжение структурного перехода при $\sigma_1 = 0$. В том случае, когда прямое превращение происходит под действием изменяющейся нагрузки, напряжение начала структурного перехода σ_s^{st} будет иметь различные значения для структурных элементов, сформировавшихся под разными напряжениями σ_1 . Однако если прямое превращение осуществляется под действием постоянной нагрузки σ_1 (или, как в рассматриваемых далее случаях, в ее отсутствие), то структурное превращение будет происходить во всех элементах одновременно, и углы α для каждого элемента будут одинаковы.

Пусть напряжение σ_2 , действующее в процессе структурного деформирования, превышает предел мартенситного сдвига σ_s^{st} . Тогда угол наклона мартенситного элемента после переориентации α_2 принимает значение внутри диапазона $\alpha_1 > \alpha_2 \geq 0$. Элемент с таким же углом наклона, и, следовательно, мартенситная структура такой же степени ориентированности могут быть сформированы альтернативным способом – в результате фазового перехода при охлаждении под постоянным напряжением σ^* , лежащем в диапазоне $\sigma_1 < \sigma^* \leq \sigma_m$. При этом с точки зрения степени ориентированности создаваемой мартенситной структуры напряжение фазового перехода σ^* является эквивалентным напряжению структурного перехода σ_2 ($\alpha = \alpha_2$), так же как напряжение максимальной фазовой деформации σ_m эквивалентно предельному напряжению структурного превращения σ_f^{st} ($\alpha = 0$), а напряжение σ_1 формирования мартенситного элемента с углом α_1 эквивалентно начальному напряжению структурного превращения σ_s^{st} .

Эквивалентное напряжение σ^* с учетом (8) может быть вычислено следующим образом

$$\sigma^* = \begin{cases} \sigma_2 - \sigma_{s0}^{st}, & \sigma_s^{st} < \sigma_2 \leq \sigma_f^{st}; \\ \sigma_m, & \sigma_2 > \sigma_f^{st}. \end{cases} \quad (9)$$

Согласно излагаемому подходу [17], для вычисления структурной составляющей деформации используются те же соотношения (6), что и для фазового перехода. Угол α , который в момент образования рассматриваемого мартенситного элемента равен $\alpha_1 = \alpha(\sigma_1)$, после переориентации приобретает значение $\alpha_2 = \alpha(\sigma^*)$. Поэтому при организации вычислительной процедуры требуется выполнить пересчет интеграла (6) по всей истории деформирования таким образом, как если бы в момент возникновения соответствующих структурных элементов действовало напряжение, равное не σ_1 , а σ^* . Для этого необходимо получить новые значения α с использованием соотношений (7), в которые вместо напряжения σ_1 войдет эквивалентное напряжение σ^* .

4. ЗАВИСИМОСТЬ ХАРАКТЕРНЫХ ТЕМПЕРАТУР ФАЗОВЫХ ПЕРЕХОДОВ ОТ НАПРЯЖЕНИЯ. АППРОКСИМАЦИЯ ФАЗОВОЙ ДИАГРАММЫ

В работе [23] предложено следующее соотношение для учета зависимости характерных температур фазовых переходов от действующих напряжений

$$T_c = T_{c0} + \frac{T_{c0}}{\rho[q]} \sigma[\varepsilon_{ph}]. \quad (10)$$

Здесь T_{c0} – средняя температура интервала фазового перехода (прямого или обратного) в отсутствие напряжений, $[q]$ – теплота, выделяемая (поглощаемая) в процессе перехода, ρ – плотность материала, $[\varepsilon_{ph}]$ – фазовая деформация

перехода. Выделяемая (поглощаемая) при переходе теплота может быть вычислена как $[q] = T_c[S]$, где $[S]$ – изменение энтропии в процессе перехода. Тогда зависимость (10) можно представить в виде

$$T_c = T_{c0} + k\sigma[\varepsilon_{ph}], \quad (11)$$

где $k = \frac{1}{\rho[S]}$. Для никелида титана, согласно данным [24], $[S] = \pm 62.5$ Дж/(кг*К)

(положительное значение для прямого и отрицательное для обратного фазового перехода), $\rho = 6440$ кг/м³, откуда $k = \pm 2.48 \cdot 10^{-6}$ (К*м³)/Дж.

Соотношение (11) удобно представить в виде фазовой диаграммы (рис.2), которая позволяет для различных режимов изменения температуры и нагрузки определить фазовый состав материала. Линии σ_s^M и σ_f^M на диаграмме соответствуют началу и окончанию прямого мартенситного превращения, σ_s^A и σ_f^A – обратного.

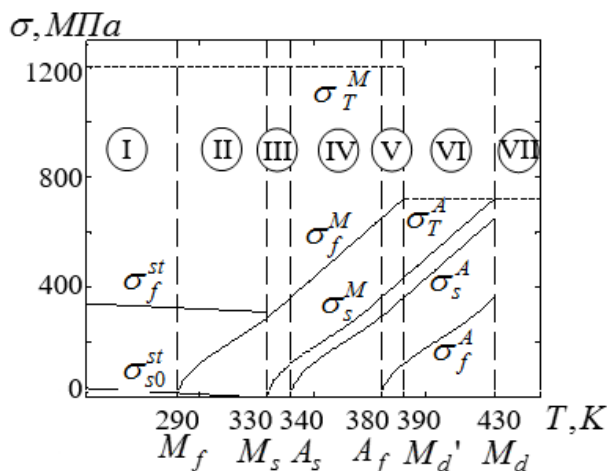


Рис.2. Фазовая диаграмма никелида титана.

Прямой и обратный фазовые переходы в материале могут быть реализованы как при охлаждении и нагреве под постоянным напряжением или без него, так и в процессе нагрузки и последующей разгрузки при фиксированной температуре. Первому случаю соответствуют горизонтальные линии на фазовой диаграмме; точки пересечения их с кривыми σ_s^M , σ_f^M , σ_s^A , σ_f^A определяют температуры начала и окончания мартенситных переходов для разных уровней напряжения. Второй случай иллюстрируют вертикальные линии, называемые изотермами нагружения. Их пересечение с линиями фазовой диаграммы определяет пороговые значения напряжений для прямого и обратного фазовых переходов при разных температурах. Для определенности здесь и далее будем считать, что температура изотермического деформирования устанавливается после охлаждения материала в отсутствие нагрузки из полностью аустенитного состояния.

Принципиальное различие двух рассмотренных случаев заключается в том, что при превращении, инициированном охлаждением, степень ориентированности мартенсита, а, следовательно, и величина фазовой деформации, определяется уровнем действующего в этом процессе напряжения

(см. [17]). В случае же изотермического деформирования, поскольку причиной возникновения мартенсита является приложение внешней нагрузки, направление внешнего усилия будет иметь определяющее влияние на ориентацию образующихся мартенситных ячеек. Поэтому можно предположить, что мартенсит напряжения в случае одноосного напряженного состояния всегда является максимально ориентированным. Данное предположение будет принято далее в качестве гипотезы. В терминах развиваемой модели [17] оно означает, что угол наклона мартенситных структурных элементов, образующихся в результате приложения нагрузки, всегда составляет $\alpha = 0$.

Кроме линий фазовых переходов, на диаграмме (рис.2) нанесены напряжения начала и окончания структурного перехода σ_{s0}^{st} и σ_f^{st} , а также пределы текучести мартенситной и аустенитной фаз σ_T^M и σ_T^A . Напряжение σ_{s0}^{st} , при котором начинается процесс структурного деформирования, при $T = 75\text{ K}$ для никелида титана составляет 100 МПа и монотонно убывает с повышением температуры [25]. Структурное деформирование может происходить при увеличении внешней нагрузки только в той области фазовой диаграммы, где материал имеет полностью или частично мартенситную структуру со степенью ориентированности меньше максимальной (левее кривой σ_s^M). При изотермическом деформировании в интервале температур $M_f < T < M_s$ в материале одновременно происходят сразу два процесса, результатом которых является создание ориентированной мартенситной структуры: образование новых ячеек мартенсита и переориентация уже имеющихся. Согласно принятой гипотезе, образующийся мартенсит напряжения изначально является максимально ориентированным, поэтому структурному деформированию подвергается только мартенсит, образовавшийся в процессе охлаждения. Чем ближе температура деформирования к M_s , тем меньше начальная доля мартенситной фазы, а при $T = M_s$ она отсутствует полностью, и процесс структурного деформирования сходит на нет. Поэтому можно считать, что при $T = M_s$ напряжение σ_{s0}^{st} минимально и равно нулю. Для последующих расчетов в данной работе используется линейная интерполяция напряжения σ_{s0}^{st} между значениями $\sigma_{s0}^{st}|_{T=75\text{ K}} = 100\text{ МПа}$ и $\sigma_{s0}^{st}|_{T=M_s} = 0$. Ширина интервала структурного превращения по оси напряжений $\sigma_f^{st} - \sigma_{s0}^{st}$, как следует из (8), равняется σ_m , что согласуется с экспериментальными данными [14].

Предел текучести, соответствующий началу необратимого пластического деформирования, зависит от фазового состояния материала. В никелиде титана он приблизительно на 40% ниже для аустенитного состояния, чем для мартенситного [26], и составляет $\sigma_T^M = 1200\text{ МПа}$ в мартенсите [27] и $\sigma_T^A = 720\text{ МПа}$ в аустените.

При расчетах будем полагать, что значения σ_T^M и σ_T^A не зависят от температуры. Если к моменту начала пластического деформирования прямой фазовый переход успеет полностью завершиться, то реализуется предел текучести σ_T^M . Если же при достижении напряжения σ_T^A в материале еще сохраняется доля аустенитной фазы (область диаграммы рис.2 правее

температуры M'_d), то начинается пластическая деформация аустенита и блокируется дальнейшее образование мартенсита напряжения.

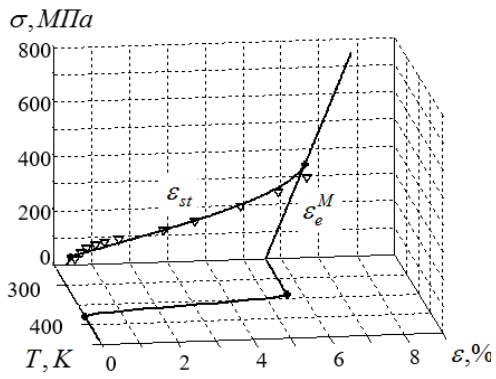
За M_d обозначена температура, выше которой невозможно образование мартенсита напряжения и при которой напряжение начала прямого фазового перехода σ_s^M становится равным пределу текучести аустенитной фазы. При используемых в настоящей работе значениях параметров температура M_d составляет $\sim 430\text{K}$ (рис.2). Температура равенства напряжения окончания образования мартенситной фазы σ_f^M аустенитному пределу текучести σ_T^A обозначается M'_d и составляет $\sim 390\text{K}$. При изотермическом деформировании выше температуры M'_d фазовый переход в материале не успевает полностью завершиться до начала пластического течения.

5. СЛУЧАИ ИЗОТЕРМИЧЕСКОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ

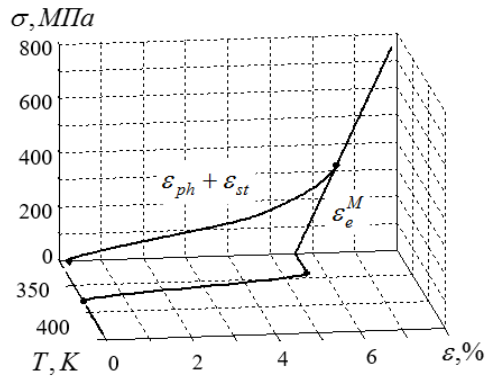
При изотермической деформации СПФ наличие и последовательность различных стадий деформирования определяются тем, какие линии фазовой диаграммы и в какой очередности пересекаются вертикальной изотермой нагружения (рис.2). По этим признакам на температурной оси фазовой диаграммы можно выделить семь интервалов, кривые изотермического деформирования для которых имеют качественно различный вид. Ниже приводится их краткая характеристика в случае нагружения до некоторого конечного напряжения σ_{end} ($\sigma_T^A < \sigma_{end} < \sigma_T^M$) и последующей разгрузки. На графиках рис.3 в осях "Деформация–Температура–Напряжение" представлены рассчитанные в рамках изложенной выше модели деформационные кривые для каждого температурного интервала фазовой диаграммы (рис.2), иллюстрирующие процессы изотермического нагружения, разгрузки и последующего нагрева. Точками на диаграммах обозначены границы фазовых и структурных переходов.

I. $T \leq M_f$ (рис.3а). *Мартенситная неупругость*. Фазовый переход при этих температурах полностью завершен, поэтому исходной фазой является мартенсит. При приложении нагрузки сначала происходит упругая деформация мартенсита исходной ориентации, затем в интервале напряжений $\sigma_s^{st} < \sigma < \sigma_f^{st}$ имеет место структурное деформирование, связанное с переориентацией ячеек мартенсита исходной ориентации. По завершении структурного перехода материал приобретает мартенситную структуру с максимально возможной степенью ориентированности. Далее происходит упругое деформирование ориентированного мартенсита. Поскольку модуль упругости мартенситной фазы не зависит от степени ориентированности мартенсита, то угол наклона линейных участков до и после структурного перехода одинаков. При разгрузке снимается только упругая составляющая деформации, а фазово-структурная компонента исчезает в процессе последующего нагрева.

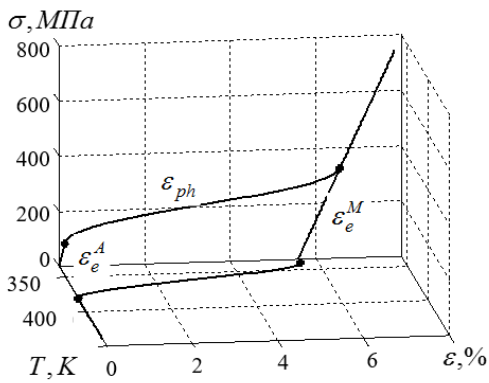
На рис.3а, кроме теоретической кривой, приведены также обозначенные треугольниками экспериментальные данные из работы [14] для изотермического нагружения никелида титана в мартенситном состоянии. Можно отметить качественное согласование данных эксперимента с теоретическими результатами.



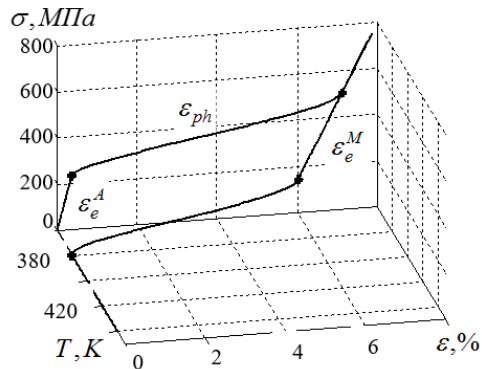
а) $T \leq M_f$, $T = 250$ K



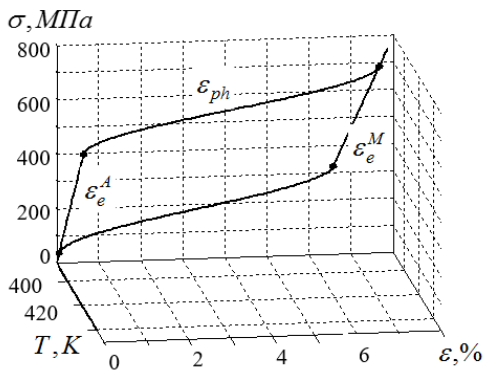
б) $M_f < T < M_s$, $T = 305$ K, $q_0 = 0,69$



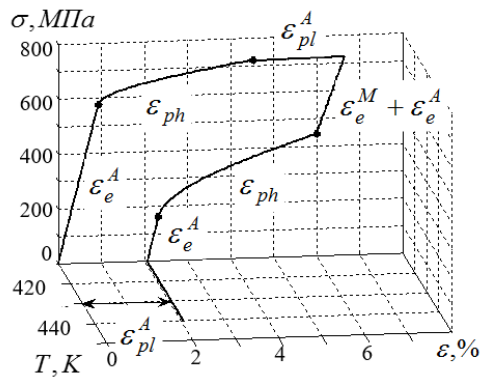
в) $M_s \leq T \leq A_s$, $T = 335$ K



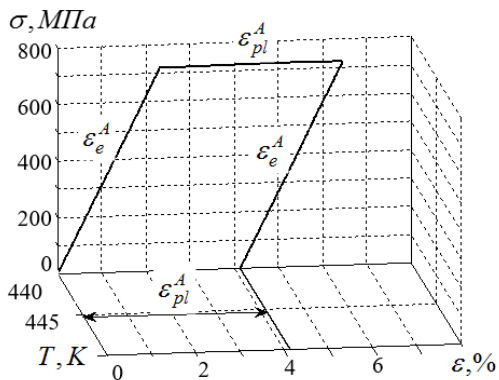
г) $A_s < T < A_f$, $T = 360$ K



д) $A_f \leq T \leq M'_d$, $T = 385$ K



е) $M'_d < T < M_d$, $T = 410$ K, $q_{end} = 0,52$



ж) $T \geq M_d$, $T = 440$ K

Рис.3. Диаграммы одноосного изотермического деформирования СПФ в различных температурных интервалах с последующим нагревом до аустенитного состояния.

II. $M_f < T < M_s$ (рис.3б). Поскольку данные температуры соответствуют интервалу прямого фазового перехода, то материал в исходном состоянии содержит как аустенитную, так и мартенситную фазы; массовая доля последней в момент начала деформирования определяется соотношением (5). Приложение нагрузки приводит к активизации сразу двух механизмов деформирования: продолжению прямого фазового перехода за счет образования мартенсита напряжения и структурному превращению за счет переориентации ранее образовавшихся ячеек мартенсита. После завершения фазового и структурного переходов ориентированный мартенсит деформируется упругим образом. Последующая разгрузка, как и в предыдущем случае, приводит к снятию только упругой части деформации.

Так как в случаях I и II в момент начала нагружения материал содержит мартенситную фазу, то в нем имеется начальная фазовая деформация, соответствующая объемному эффекту прямого превращения. Поэтому начальная точка деформационных кривых в этих температурных интервалах, в отличие от всех последующих случаев, расположена не в нуле по оси деформации.

III. $M_s \leq T \leq A_s$ (рис.3в). Исходной фазой в этом случае является аустенит. Сначала происходит упругая деформация аустенита до тех пор, пока напряжение не достигнет напряжения начала мартенситного перехода σ_s^M . Затем начинается прямой фазовый переход с образованием ориентированного мартенсита напряжения. После завершения фазового перехода при σ_f^M происходит упругое деформирование мартенсита. Как отмечается в [16], мартенсит при рассматриваемых температурах является термически устойчивым. Действительно, изотерма нагружения в данном интервале температур не пересекает линию начала обратного фазового перехода σ_s^A , поэтому после разгрузки, происходящей линейно-упругим образом, фазовая деформация полностью сохраняется.

IV. $A_s < T < A_f$ (рис.3г). Кривая деформирования при этих температурах на этапе нагружения включает те же стадии, что и в предыдущем случае, однако этап разгрузки существенно отличается. Поскольку изотерма нагружения в рассматриваемом интервале пересекает линию σ_s^A , то при разгрузке происходит неполный обратный фазовый переход, и часть накопленной фазовой деформации снимается. Фазовая деформация, оставшаяся после разгрузки, восстанавливается в процессе нагрева.

V. $A_f \leq T \leq M'_d$ (рис.3д). *Сверхупругость*. Отличие от предыдущего случая состоит в том, что поскольку изотерма нагружения пересекает линию σ_f^A , то при разгрузке обратный переход успевает завершиться, и фазовая деформация полностью восстанавливается при данной фиксированной температуре.

VI. $M'_d < T < M_d$ (рис.3е). Случай аналогичен предыдущему, но так как в этом интервале температур напряжение завершения фазового перехода больше, чем предел текучести аустенита ($\sigma_f^M > \sigma_T^A$), то пластическое деформирование аустенитной фазы на этапе нагружения начинается раньше, чем успевает завершиться прямой фазовый переход. При данных температурах площадка пластического деформирования является продолжением площадки незавершившегося процесса фазового перехода. В процессе разгрузки снимаются

фазовая и упругая составляющие деформации, и остается пластическая составляющая ε_{pl}^A .

VII. $T \geq M_d$ (рис.3ж). При данных температурах невозможно образование мартенсита напряжения, поскольку предел текучести аустенитной фазы достигается раньше, чем напряжение начала мартенситного превращения ($\sigma_T^A < \sigma_s^M$). Поэтому материал, находящийся в полностью аустенитном состоянии, ведет себя упруго-пластическим образом с остаточной деформацией ε_{pl}^A .

Во всех рассмотренных случаях последующий нагрев приводит к полному снятию обратимой фазовой (структурной) составляющей деформации, что также проиллюстрировано на графиках рис.3 в осях «Деформация–Температура».

6. ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ ОСОБЕННОСТИ МОДЕЛИРОВАНИЯ ДИАГРАММ ИЗОТЕРМИЧЕСКОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ СПФ В РАЗНЫХ ТЕМПЕРАТУРНЫХ ИНТЕРВАЛАХ

Численное моделирование деформационных кривых, представленных на рис.3, выполнялось с шагом 0,1 МПа по напряжениям и 0,01 К по температуре. На каждом шаге производилось суммирование различных составляющих деформации (1). Упругая составляющая, присутствующая на этапах нагружения и разгрузки, вычисляется по правилу смеси (первые два слагаемых в (1)), где мартенситная и аустенитная компоненты определяются соотношениями (2).

При деформировании в температурных интервалах I и II (рис.2) к моменту начала нагружения в материале содержится начальная доля мартенситной фазы q_0 , сформировавшаяся при охлаждении до температуры деформирования T_0 , и соответствующая ей фазовая деформация объемного эффекта превращения, равная $q_0 \varepsilon_v$. В случае I величина q_0 равна единице, а в случае II определяется выражением (5), которое при этом имеет вид

$$q_0 = \frac{1}{2} \left(1 - \cos \left(\pi \cdot \frac{M_s - T_0}{M_s - M_f} \right) \right).$$

Для вычисления структурной составляющей деформации, возникающей на этапе нагружения в этих температурных интервалах, сначала определяются, согласно фазовой диаграмме рис.2, границы структурного перехода по напряжениям $\sigma_{s0}^{st}(T_0)$ и $\sigma_f^{st}(T_0)$. Затем на каждом шаге по напряжению вычисляется эквивалентное напряжение $\sigma^*(\sigma)$, согласно соотношениям (9). Поскольку, как было оговорено выше, температура изотермического деформирования T_0 устанавливается охлаждением материала в отсутствие нагрузки из полностью аустенитного состояния ($\sigma_1 = 0$), то мартенситная фаза, сформировавшаяся к моменту начала деформирования, имеет разориентированную структуру, а пороговое напряжение структурного перехода $\sigma_s^{st} = \sigma_{s0}^{st}$. В качестве напряжения переориентации σ_2 в данном случае выступает текущее напряжение σ . С учетом найденного значения σ^* на каждом шаге по напряжению по соотношениям (7) определяется новый угол наклона структурных элементов α и полностью пересчитывается интеграл фазовой

деформации (6) по доле мартенситной фазы от нуля до текущего значения q . По мере роста напряжения мартенситная структура становится более ориентированной. При этом структурные элементы мартенситной фазы постепенно разворачиваются и выстраиваются вдоль оси цепочки, их угол наклона α изменяется от $\pi/2$ при $\sigma = \sigma_{s0}^{st}(T_0)$ до нуля при $\sigma = \sigma_f^{st}(T_0)$.

В температурных интервалах II–VI при нагружении происходит фазовый переход, сопровождающийся образованием ориентированного мартенсита напряжения. Доля мартенситной фазы на каждом шаге по напряжению при нагрузке и разгрузке вычисляется согласно соотношениям (5) с учетом зависимости характерных температур превращения от текущего напряжения (11).

С вычислительной точки зрения наиболее интересен случай деформирования в температурном интервале II, когда процессы фазового и структурного переходов протекают одновременно. На этапе прямого превращения интеграл (6) для удобства вычисления фазово-структурной деформации может быть разбит на две части с разными пределами интегрирования по доле мартенситной фазы: от нуля до начальной доли мартенсита q_0 и от q_0 до текущего значения q . Первой части соответствует фазовая деформация мартенсита, образовавшегося до начала нагружения. При последующем приложении нагрузки эта доля мартенсита претерпевает структурное превращение. Вторая часть интеграла определяет фазовую деформацию мартенсита напряжения, образуемого из оставшейся аустенитной фазы в результате возрастания нагрузки. Согласно гипотезе, принятой в разделе 4, мартенсит напряжения изначально обладает наибольшей степенью ориентированности и при последующем росте нагрузки структурному превращению не подвергается, то есть угол наклона α соответствующих структурных элементов равен нулю. Тогда интеграл (6), разбитый на два слагаемых, будет иметь вид

$$\varepsilon_{ph} = \int_0^{q_0} (K \cos \alpha(\tau) + A) dq + (K + A) \cdot (q - q_0). \quad (12)$$

При расчете деформированного состояния на каждом шаге по напряжению описанным выше образом определяется величина фазово-структурной деформации, связанная с переориентацией исходной доли мартенситной фазы q_0 от текущего напряжения σ , и производится пересчет первого интеграла в (12). К ней добавляется фазовая деформация от образования ориентированного мартенсита напряжения при увеличении нагрузки, объемная доля которого составляет $(q - q_0)$. Текущая доля мартенситной фазы вычисляется согласно соотношениям (5) и (11).

При одновременном протекании процессы фазового и структурного переходов на графике деформирования неразличимы (см. рис.3б). Однако в случае реализации каждого из них в отдельности деформационные кривые имеют качественно различный вид, что хорошо прослеживается при сравнении начальных участков графиков a (структурный переход) и b (фазовый переход) на рис.3.

Моделирование процесса деформирования в интервале температур VI ($M'_d \leq T < M_d$) имеет следующую вычислительную особенность. Поскольку прямой фазовый переход при этих температурах не завершается, и достигнутая

доля мартенситной фазы q_{end} меньше единицы, то, как и в случае описания неполных термоциклов (см., напр., [23]), обратное превращение при разгрузке начинается только при достижении напряжением величины, соответствующей конечной доле мартенситной фазы q_{end} . Это вызывает излом на графике на этапе разгрузки (рис.3е).

Снятие нагрузки и последующий нагрев во всех случаях приводят к полному восстановлению фазовой деформации, а также структурной ее составляющей, которая при вычислении не выделяется из фазовой. Поскольку к моменту достижения конечного напряжения σ_{end} во всех температурных интервалах мартенсит является полностью ориентированным, то при вычислении фазовой деформации обратного перехода угол α во всех случаях равен нулю. Пластическая составляющая деформации, возникающая при нагружении в интервалах VI и VII, вычисляется по ассоциированному закону пластичности (3) и при разгрузке и нагреве остается постоянной.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На основании анализа фазовой диаграммы для никелида титана проведена теоретическая классификация возможных видов диаграмм изотермического деформирования в полном диапазоне экспериментально реализуемых температур. Данная классификация может быть применена и к другим сплавам, обладающим аналогичными свойствами.

В статье использована разрабатываемая автором модель [17], позволившая качественно описать кривые изотермического деформирования СПФ с учетом их температурной эволюции. Подробно изложен способ учета структурной деформации, позволяющий определять ее единообразно с фазовой составляющей и не делать различия между ними при описании последующего процесса деформирования.

ЛИТЕРАТУРА

1. Miyazaki S., Otsuka K., Suzuki Y. *Transformation pseudoelasticity and deformation behavior in a Ti-50.6at.%Ni alloy* // Scripta metall. – 1981. – Vol.15. – No.3. – Pp.287-292.
2. Saburi T., Tatsumi T., Nenno S. *Effect of heat treatment on mechanical behavior of TiNi alloys* // J. phys. (Fr.). – 1982. – Vol.43. – No.2. – Suppl.: ICOMAT-82. – Pp.261-266.
3. Pops H. *Stress-induced pseudoelasticity in ternary Cu-Zn based beta prime phase alloys* // Met. Trans. – 1970. – Vol.1. – No.1. – Pp.251-258.
4. Наканиши Н. *Смягчение решетки и природа ЭЗФ // Эффект памяти формы в сплавах.* – М.: Металлургия, 1979. – С.128-155.
5. Krishnan R.V., Brown L.C. *Pseudoelasticity and the strain-memory effect in an Ag-45 at.pct.Cd alloy* // Met. Trans. – 1973. – Vol.4. – No.2. – Pp.423-429.
6. Лихачев В.А., Малинин В.Г. *Структурно-аналитическая теория прочности.* – СПб.: Наука, 1993. – 470 с.
7. Müller I., Xu H. *On the pseudoelastic hysteresis* // Acta Metall. et Mater. – 1991. – Vol.39. – No.1. – Pp.263-276.

8. Auricchio F., Bonetti E., Scalet G., Ubertini F. *Theoretical and numerical modeling of shape memory alloys accounting for multiple phase transformations and martensite reorientation* // Intern. J. of Plasticity. – 2014. – Vol.59. – Pp.30-54.
9. Sedlak P., Frost M., Benesova B., Ben Zineb T., Sittner P. *Thermomechanical model for NiTi-based shape memory alloys including R-phase and material anisotropy under multi-axial loadings* // Intern. J. of Plasticity. – 2012. – Vol.39. – Pp.132-151.
10. Chemisky Y., Duval A., Patoor E., Ben Zineb T. *Constitutive model for shape memory alloys including phase transformation, martensitic reorientation and twins accommodation* // Mechanics of Materials. – 2011. – Vol.43. – No.7. – Pp.361-376.
11. Mehrabi R., Andani M.T., Elahinia M., Kadkhodaei M. *Anisotropic behavior of superelastic NiTi shape memory alloys; an experimental investigation and constitutive modeling* // Mechanics of Materials. – 2014. – Vol.77. – Pp.110-124.
12. Panico M., Brinson L.C. *A three-dimensional phenomenological model for martensite reorientation in shape memory alloys* // J. of the Mechanics and Physics of Solids. – 2007. – Vol.55. – No.11. – Pp.2491-2511.
13. Souza A.C., Mamiya E.N., Zouain N. *Three-dimensional model for solids undergoing stress-induced phase transformations* // Europ. J. of Mechanics-A/Solids. – 1998. – Vol.17. – No.5. – Pp.789-806.
14. Мовчан А.А., Сильченко Л.Г., Казарина С.А., Тант Зин Аунг. *Определяющие соотношения для сплавов с памятью формы – микромеханика, феноменология, термодинамика* // Ученые записки Казанского университета. Серия Физико-математические науки. – 2010. – Т.152. – №4. – С.180-193.
15. Беляев С.П., Волков А.Е., Ермолаев В.А., Каменцева З.П., Кузьмин С.Л., Лихачев В.А., Мозгунов В.Ф., Разов А.И., Хайров Р.Ю. *Материалы с эффектом памяти формы*. Справ. изд. – СПб.: Изд-во НИИХ СПбГУ, 1998. – Т.1. – 424 с.
16. Василевский Р.Дж. *Эффект запоминания формы в сплаве системы Ni–Ni как один из аспектов вызванного напряжением мартенситного превращения* // Эффект памяти формы в сплавах. – М.: Металлургия, 1979. – С.205-230.
17. Тихомирова К.А. *Разработка и численная реализация одномерной феноменологической модели фазовой деформации в сплавах с памятью формы* // Вычисл. мех. сплош. сред. – 2016. – Т.9. – №2. – С.192-206.
18. Elibol C., Wagner M.F.-X. *Investigation of the stress-induced martensitic transformation in pseudoelastic NiTi under uniaxial tension, compression and compression–shear* // Materials Science and Engineering: A. – 2015. – Vol.621. – Pp.76-81.
19. Роговой А.А., Столбова О.С. *Моделирование термомеханических процессов в полимерах с памятью формы при конечных деформациях* // ПМТФ. – 2015. – Т.56. – №6. – С.143-157.
20. Андронов И.Н., Богданов Н.П., Северова Н.А., Тарсин А.В. *Метод количественного описания зависимости модуля Юнга никелида титана от температуры* // Известия Коми научного центра УрО РАН. – 2013. – №3. – С.87-90.
21. Zaki W., Zamfir S., Moumni Z. *An extension of the ZM model for shape memory alloys accounting for plastic deformation* // Mechanics of Materials. – 2010. – Vol.42. – No.3. – Pp.266-274.
22. Мишустин И.В., Мовчан А.А. *Моделирование фазовых и структурных превращений в сплавах с памятью формы, происходящих под действием*

немонотонно меняющихся напряжений // Изв. РАН. Механика твердого тела. – 2014. – №1. – С.37-53.

23. Rogovoy A.A., Stolbova O.S. *Modeling the magnetic field control of phase transition in ferromagnetic shape memory alloys* // Intern. J. of Plasticity. – 2016. – Vol.85. – Pp.130-155.
24. Мовчан А.А., Чжо Т.Я. *Решение начально-краевых задач о прямом и обратном превращении в рамках нелинейной теории деформирования сплавов с памятью формы* // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2007. – Т.13. – №4. – С.452-468.
25. Малеткина Т.Ю. *Влияние деформации на мартенситные превращения и эффект памяти формы в сплавах на основе никелида титана* / Дисс. канд. физ.-мат. наук: 01.02.04. – Томск, 1999. – 176 с.
26. Manchiraju S., Anderson P.M. *Coupling between martensitic phase transformations and plasticity: a microstructure-based finite element model* // Intern. J. of Plasticity. – 2010. – Vol.26. – No.10. – Pp.1508-1526.
27. Yu C., Kang G., Kan Q. *Crystal plasticity based constitutive model of NiTi shape memory alloy considering different mechanisms of inelastic deformation* // Intern. J. of Plasticity. – 2014. – Vol.54. – Pp.132-162.

REFERENCES

1. Miyazaki S., Otsuka K., Suzuki Y. *Transformation pseudoelasticity and deformation behavior in a Ti-50.6at.%Ni alloy*. Scripta metall., 1981, Vol.15, No.3, Pp.287-292.
2. Saburi T., Tatsumi T., Nenno S. *Effect of heat treatment on mechanical behavior of TiNi alloys*. J. phys. (Fr.), 1982, Vol.43, No.2, Suppl.: ICOMAT-82, Pp.261-266.
3. Pops H. *Stress-induced pseudoelasticity in ternary Cu-Zn based beta prime phase alloys*. Met. Trans., 1970, Vol.1, No.1, Pp.251-258.
4. Nakanishi N. *Lattice softening and the origin of SME*. Shape Memory Effects in Alloys. New York, Springer US, 1975, Pp.147-175.
5. Krishnan R.V., Brown L.C. *Pseudoelasticity and the strain-memory effect in an Ag-45 at.pct.Cd alloy*. Met. Trans., 1973, Vol.4, No.2, Pp.423-429.
6. Lihachev V.A., Malinin V.G. *Strukturno-analiticheskaja teoriia prochnosti [Structural-analytical theory of strength]*. Saint Petersburg, Nauka, 1993, 470 p.
7. Müller I., Xu H. *On the pseudoelastic hysteresis*. Acta Metall. et Mater., 1991, Vol.39, No.1, Pp.263-276.
8. Auricchio F., Bonetti E., Scalet G., Ubertini F. *Theoretical and numerical modeling of shape memory alloys accounting for multiple phase transformations and martensite reorientation*. Intern. J. of Plasticity, 2014, Vol.59, Pp.30-54.
9. Sedlak P., Frost M., Benesova B., Ben Zineb T., Sittner P. *Thermomechanical model for NiTi-based shape memory alloys including R-phase and material anisotropy under multi-axial loadings*. Intern. J. of Plasticity, 2012, Vol.39, Pp.132-151.
10. Chemisky Y., Duval A., Patoor E., Ben Zineb T. *Constitutive model for shape memory alloys including phase transformation, martensitic reorientation and twins accommodation*. Mechanics of Materials, 2011, Vol.43, No.7, Pp.361-376.
11. Mehrabi R., Andani M.T., Elahinia M., Kadkhodaei M. *Anisotropic behavior of superelastic NiTi shape memory alloys; an experimental investigation and constitutive modeling*. Mechanics of Materials, 2014, Vol.77, Pp.110-124.

12. Panico M., Brinson L.C. *A three-dimensional phenomenological model for martensite reorientation in shape memory alloys*. J. of the Mechanics and Physics of Solids, 2007, Vol.55, No.11, Pp.2491-2511.
13. Souza A.C., Mamiya E.N., Zouain N. *Three-dimensional model for solids undergoing stress-induced phase transformations*. Europ. J. of Mechanics-A/Solids, 1998, Vol.17, No.5, Pp.789-806.
14. Movchan A.A., Sil'chenko L.G., Kazarina S.A., Tant Zin Aung. *Opredel'aiushchie sootnosheniia dlia splavov s pamiat'iu formy – mikromekhanika, fenomenologiya, termodinamika [Constitutive relations for shape memory alloys – micromechanics, phenomenology, thermodynamics]*. Uchenye zapiski Kazanskogo universiteta. Seriya Fiziko-matematicheskie nauki. 2010, Vol.152, No.4, Pp.180-193.
15. Beliaev S.P., Volkov A.E., Ermolaev V.A., Kamentseva Z.P., Kuz'min S.L., Likhachev V.A., Mozgunov V.F., Razov A.I., Khairov R.Iu. *Materialy s efektom pamiat'i formy [Materials with shape memory effect]*. Spravochnoe izdanie. – Saint Petersburg, Izdatel'stvo NIIKh SPbGU, 1998, Vol.1, 424 p.
16. Wasilewski R.J. *The shape memory effect in TiNi: one aspect of stress-assisted martensitic transformation*. Shape Memory Effects in Alloys. New York, Springer US, 1975, Pp.245-271.
17. Tikhomirova K.A. *Razrabotka i chislennaia realizatsiia odnomernoi fenomenologicheskoi modeli fazovoi deformatsii v splavakh s pamiat'iu formy [Development and numerical implementation of one-dimensional phenomenological model for phase deformation in shape memory alloys]*. Computational Continuum Mechanics, 2016, Vol.9, No.2, Pp.192-206.
18. Elibol C., Wagner M.F.-X. *Investigation of the stress-induced martensitic transformation in pseudoelastic NiTi under uniaxial tension, compression and compression–shear*. Materials Science and Engineering: A, 2015, Vol.621, Pp.76-81.
19. Rogovoy A.A., Stolbova O.S. *Modelirovanie termomekhanicheskikh protsessov v polimerakh s pamiat'iu formy pri konechnykh deformatsiiakh [Modeling of thermomechanical processes in shape memory polymers under finite deformations]*. Prikladnaia mekhanika i tekhnicheskaiia fizika, 2015, Vol.56, No.6, Pp.143-157.
20. Andronov I.N., Bogdanov N.P., Severova N.A., Tarsin A.V. *Metod kolichestvennogo opisaniia zavisimosti modulia Iunga nikelida titana ot temperatury [Method of quantitative describing of temperature dependence of NiTi Young's modulus]*. Izvestiia Komi nauchnogo tsentra UrO RAN, 2013, No.3, Pp.87-90.
21. Zaki W., Zamfir S., Moumni Z. *An extension of the ZM model for shape memory alloys accounting for plastic deformation*. Mechanics of Materials, 2010, Vol.42, No.3, Pp.266-274.
22. Mishustin I.V., Movchan A.A. *Modeling of phase and structure transformations occurring in shape memory alloys under nonmonotonically varying stresses*. Mechanics of Solids, 2014, Vol.49, No.1, Pp.27-39.
23. Rogovoy A.A., Stolbova O.S. *Modeling the magnetic field control of phase transition in ferromagnetic shape memory alloys*. Intern. J. of Plasticity, 2016, Vol.85, Pp.130-155.
24. Movchan A.A., Chzho T.Ja. *Reshenie nachal'no-kraevykh zadach o priamom i obratnom prevrashchenii v ramkakh nelineinoi teorii deformirovaniia splavov s pamiat'iu formy [Solution of boundary problems of forward and inverse transformations in the framework of nonlinear deformation theory of shape*

- memory alloys*]. *Mekhanika kompozitsionnykh materialov i konstruksii*, 2007, Vol.13, No.4, Pp.452-468.
25. Maletkina T.Iu. *Vliianie deformatsii na martensitnye prevrashcheniia i effekt pamiati formy v splavakh na osnove nikelida titana [Influence of deformation on martensitic transformations and shape memory effect in TiNi-based alloys]*. PhD Dissertation, Tomsk, 1999, 176 p.
 26. Manchiraju S., Anderson P.M. *Coupling between martensitic phase transformations and plasticity: a microstructure-based finite element model*. *Intern. J. of Plasticity*, 2010, Vol.26, No.10, Pp.1508-1526.
 27. Yu C., Kang G., Kan Q. *Crystal plasticity based constitutive model of NiTi shape memory alloy considering different mechanisms of inelastic deformation*. *Intern. J. of Plasticity*, 2014, Vol.54, Pp.132-162.

Поступила в редакцию 21 марта 2017 года

Сведения об авторе:

Тихомирова Ксения Алексеевна – асп., Лаборатория нелинейной механики деформируемого твердого тела, инж.-исследователь, ФГБУН Институт механики сплошных сред УрО РАН, г. Пермь, Россия; e-mail: tikhomirova.k@icmm.ru