

УДК: 514.85, 536.21

МОДЕЛИРОВАНИЕ ШЕРОХОВАТЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ ДЛЯ КОНТАКТНЫХ ЗАДАЧ С КОМПОЗИЦИОННЫМИ МАТЕРИАЛАМИ

Ежов А.Д., Меснянкин С.Ю.

*ФГБОУ ВПО Московский авиационный институт (национальный
исследовательский университет), г. Москва, Россия*

РЕЗЮМЕ

Проведен анализ топографии шероховатости поверхности и известных методов моделирования трехмерной модели микрогеометрии поверхности, выявлены основные закономерности распределения высот профиля, разработан метод построения шероховатой поверхности, построена трехмерная модель шероховатости поверхности и произведено сопоставление с известными экспериментальными данными.

Ключевые слова: шероховатость поверхности; нормальное распределение; моделирование шероховатости; трехмерная модель; композиционные материалы

MODELLING OF ROUGH SURFACES FOR CONTACT PROBLEMS

Ezhov A.D., Mesnyankin S.Y.

**Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, Russia*

SUMMARY

The topographical analysis of surface roughness is carried out, the analysis of known methods of three-dimensional modelling of surface microgeometry is fulfilled, the basic regularity of altitudes distribution of a profile is revealed, the calculation method of point data of a surface is created, the three-dimensional model of surface roughness is built, comparison to experimental data is made.

Key words: a surface roughness; a normal distribution; modelling of roughness; three-dimensional model; composite material

ВВЕДЕНИЕ

Широкое применение композиционных материалов в теплонапряженных конструкциях авиационной, ракетной, космической, радиоэлектронной техники требует знание не только свойств, но и прогнозирование поведения данных материалов в различных ситуациях, в том числе и под воздействием тепловой нагрузки.

В современных конструкциях могут возникать значительные перепады температур, достигающие $1000^{\circ}\text{K}/\text{см}$. В этих случаях оказываются вне конкуренции углерод-углеродные композиционные материалы (УУКМ). Они обладают стабильными свойствами в широком диапазоне температур (до 3500K). Тем не менее, применение композитных материалов ограничено

их прочностными свойствами и прежде всего термопрочностью, т.е. способностью материала сопротивляться температурным напряжениям, обусловленным неравномерным прогревом конструкции.

Из УУКМ изготавливаются колёса турбин, турбинные форсунки, камеры сгорания ЖРД, сопловые насадки, тормозные диски для самолётов, комплектующие для печей, в которых проводится плавка, обжиг, спекание, выращивание монокристаллов [1,2].

В большинстве конструкций композитным материалом заменяется только часть конструкции, в связи с чем остро встает вопрос о контактном термическом сопротивлении (КТС) между УУКМ и соприкасающимся материалом. Контакт данных составных элементов, часто бывает одними из наиболее теплонагруженных узлов.

Как известно, реальные твердые тела никогда не бывают абсолютно гладкими [3]. Неровности на поверхностях контактирующих тел могут быть обусловлены как характером предварительной технологической обработки, так и процессом трения и изнашивания. Поэтому контакт между твердыми телами всегда имеет дискретный характер, и площадь фактического соприкосновения составляет незначительную часть номинальной площади касания.

Таким образом, плоскости контакта, через которые протекает тепловой поток, являются неидеальными, и следовательно в зоне контакта возникает контактное термическое сопротивление обусловленное стягиванием линии теплового потока к областям непосредственного соединения поверхностей.

При определении КТС возникает необходимость учета реального распределения выступов по высоте, что обычно решается с использованием кривой опорной поверхности [3], или с использованием статистических функций распределения [4-7], воспользоваться которыми в реальных задачах из-за ряда эмпирических коэффициентов затруднительно.

Всё это приводит к невозможности достоверно определить истинные места контакта поверхностей, и следовательно более точно определить фактическую площадь контакта и оценить стягивание линий теплового потока к контактными пятнам. Следовательно, стоит задача в моделировании шероховатых поверхностей, используя вероятностный подход в определении высот микронеровностей, для дальнейшего прогнозирования поведения данных поверхностей при механической и тепловой нагрузке.

1. ВЫБОР ЗАКОНА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ВЕЛИЧИНЫ

Шероховатость поверхности в контактных задачах в большинстве случаев рассматривается как контактирование определенного количества сфер с точками или пятнами контакта определённого радиуса [8]. Предположение, что размеры всех пятен фактического контакта во всех выделенных модельных элементах одинаковы, снижает ценность данного подхода.

В подобной постановке необходима трехмерная модель исследуемого объекта. Трехмерные модели поверхностных микронеровностей можно получить, использованием различных 3D сканеров, но у большинства указанных устройств, разрешающая способность ограничена 2° мкм, что не позволяет описать профиль шероховатых поверхностей с 6 по 14 классов чистоты.

В связи с практической необходимостью описания шероховатости поверхности, предпринимались попытки смоделировать микронеровности

поверхности [9-11], и предлагались методы, которые позволяют построить трёхмерную микрогеометрию поверхностей. Но абсолютно во всех известных работах используются волновые функции (\sin , \cos) для описания шероховатости поверхности. Так, в работе [9] автор, проанализировав профилограммы поверхностей, предлагает заменить реальную поверхность геометрической моделью, и приводит уравнение криволинейной поверхности, а в конечном итоге получает поверхность (рис.1), которая даже по внешнему виду не соответствует реальным поверхностям.

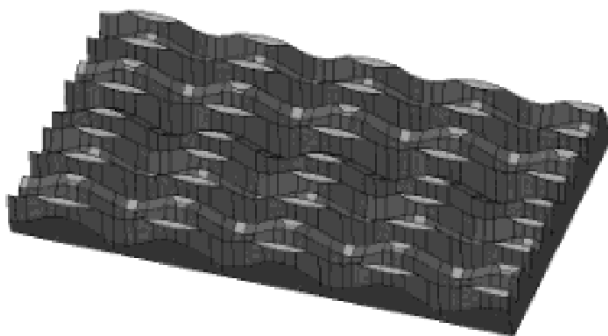


Рис.1. Трёхмерная модель микрогеометрии предложенная в работе [9].

В другом методе [10], используется математическая модель шероховатой поверхности в виде совокупности отдельных формирующих векторов, таким образом, что каждый последующий вектор получается преобразованием предыдущего.

Результатом данного метода является следующая картина микрогеометрии поверхности (рис.2), которая уже лучше описывает микрогеометрию поверхности.

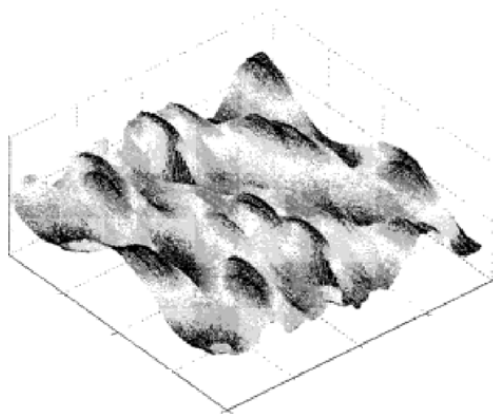


Рис.2. Трёхмерная модель микрогеометрии предложенная в работе [10].

В работе [11] представлен метод, в котором задача решается в программной среде Mathcad, путем задания случайного процесса с равномерным распределением отсчетов.

В дальнейшем, автор ограничивает верхнюю частоту процесса в его спектральной плотности с использованием функции отсчётов В.А.Котельникова [12], получает трёхмерную модель микрогеометрии (рис.3), которая все ещё отличается от реальной геометрии поверхности, в том числе и описанной в работе [13].

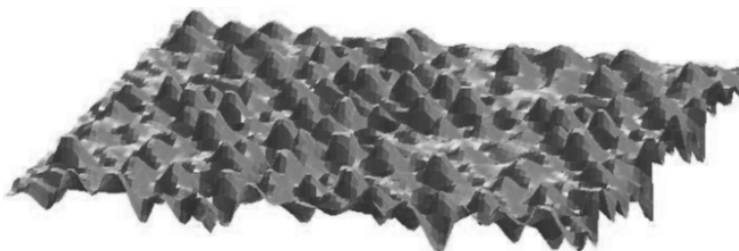


Рис.3. Трехмерная модель микрогеометрии полученная методом [11].

Анализируя фотографии шероховатых поверхностей [13] (рис.4), можно сделать вывод о том, что профиль шероховатой поверхности носит случайный характер, который невозможно описать повторяющейся функцией.

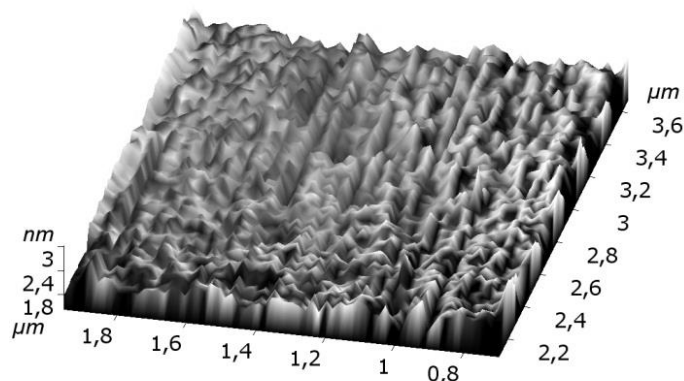


Рис.4. 3D-изображение реальной поверхности.

Всё это свидетельствует о возможности построения трехмерных моделей микрогеометрии, но расхождение модельных результатов распределения высот неровностей от реальных поверхностей снижает ценность публикаций и не позволяет использовать данные методы при рассмотрении контактных задач, когда требуется определить фактическую площадь касания между композиционными и металлическими поверхностями.

Решить поставленную задачу наиболее целесообразно опираясь на данные взятые из профилограммы или стандартных характеристик, а в дальнейшем создать трехмерную модель, в которой не будут использоваться волновые функции удаляющие шероховатый профиль от реальной поверхности, что максимально приблизит предлагаемую модель к реальной поверхности.

Для этого воспользуемся положением, что профиль шероховатой поверхности и распределение выступов по высоте, могут быть описаны функцией Гаусса [1], т.е. положению которое хорошо известно и в некоторых работах уже использовалось [14].

2. ЭТАПЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

На первом этапе производится моделирование нормального распределения с заданными математическим ожиданием и дисперсией. Нормальное распределение было взято в качестве основного. При расчётах принималось, что математическое ожидание равнялось 0, а стандартное отклонение – 1. При этом максимальная вероятность равняется

$$P_{\max} = 0.3938$$

Зная вероятность, и как следствие процент от всего количества выборки, находится количество точек со значением средней высоты неровностей профиля h_{cp} .

Для определения минимального значения вероятности появления определенного h_{cp} , необходимо задаться некоторой величиной минимальной вероятности, которую для удобства примем равной

$$P_{\min} = 0.0001$$

Таким образом, координата X , а, следовательно, и интервал будет равен

$$X = \pm 4.0722$$

Кривая нормального распределения симметрична относительно своего максимума, таким образом, можно рассматривать половину исследуемого интервала. Поэтому в дальнейших расчётах используется положительная половина интервала, т.е. $[0; 4.0722]$.

Разделив полученный полуинтервал на n отрезков, получаются значения x , и соответствующая вероятность выпадения величины, результаты которых представлены в Табл.1.

Таблица 1.

Сопоставление границ отрезков с вероятностью.

x	$P(x)$	$P(x)/P_{\max}$
0.0000	0.3989482	1.0000000
0.4072263	0.3672030	0.9204279
0.8144525	0.2863357	0.7177266
1.221679	0.1891579	0.4741414
1.628905	0.1058651	0.2653605
2.036131	5.0195027E-02	0.1258184
2.443358	2.0162674E-02	5.0539583E-02
2.850584	6.8614352E-03	1.7198814E-02
3.257810	1.9781617E-03	4.9584429E-03
3.665036	4.8315650E-04	1.2110759E-03
4.072263	9.9975441E-05	2.5059757E-04

Соответствующая таблица будет и для отрицательных значений x . Для удобства дальнейших рассуждений введем абсолютную величину выпадения P_{abs} , которая соответственно равна

$$P_{abs} = P(x) / P_{\max} \quad (1)$$

В результате полученных действий определяется распределение любой величины по нормальному закону распределения, т.е. если известно некоторое среднее число, например среднее арифметическое отклонение профиля – R_a , то для моделирования шероховатости поверхности необходимо будет умножить это значение R_a на абсолютную величину выпадения. В результате получена совокупность значений R_a и вероятность выпадения каждой этой величины $P(R_a)$.

Для расчёта количества точек необходимо знать, сколько процентов от всех точек приходится на каждый интервал. Таким образом, суммируя все значения $P(x)$ получена сумма всех вероятностей, которая в рассматриваемом случае равна

$$P_{sum} = \sum_{i=1}^{11} P(x)_i = 1.427290$$

Зная эту величину вычисляется процент Π_i от всего количества точек, приходящихся на каждый интервал, результаты расчёты которого сведены в Табл.2. Следует отметить, что даже сотые доли процента влияют на конечный результат, т.к. количество точек, необходимых для расчетов, может превышать 10^4

$$\Pi_i = P(x) / P_{sum}$$

Таблица 2.

Сопоставление координаты x с общим количеством точек в процентах.

x	$P(x)$	Π_i (%)
0.0000	0.3989482	0.2795143
0.4072263	0.3672030	0.2572728
0.8144525	0.2863357	0.2006149
1.221679	0.1891579	0.1325293
1.628905	0.1058651	7.4172080E-02
2.036131	5.0195027E-02	3.5168055E-02
2.443358	2.0162674E-02	1.4126538E-02
2.850584	6.8614352E-03	4.8073153E-03
3.257810	1.9781617E-03	1.3859560E-03
3.665036	4.8315650E-04	3.3851308E-04
4.072263	9.9975441E-05	7.0045615E-05

В итоге получается процентное соотношение точек на каждом интервале, что позволяет в дальнейшем рассчитать количество точек на каждом из интервалов, а затем присвоить этим точкам значения средней высоты неровности профиля и в конечном счете получить массив точек поверхности с координатами (x,y,z) .

3. РАСЧЁТ ЗНАЧЕНИЯ СРЕДНЕЙ ВЫСОТЫ НЕРОВНОСТЕЙ ПРОФИЛЯ

Для численной иллюстрации описанного алгоритма возьмем значение класса шероховатости равное 6, значение R_a в этом случае равно (1.6-3.2) мкм, базовая длина $L=800$ мкм [14].

Величина S_m берётся из ГОСТа, как и величина среднего арифметического отклонения профиля. Для определения общего количества точек T , базовая длина разделяется на средний шаг неровностей профиля. Таким образом

$$T = L / S_m$$

Если в результате расчета получается дробное число, то величина T округляется до целых в меньшую сторону.

Зная общее количество точек на интервале $(-x; x)$ можно рассчитать количество точек на каждом n -ом подинтервале, а именно

$$T_{p(i)} = \Pi_i T$$

где i – номер интервала, принимающий значения $i=1,2,\dots,n$. Число $T_{p(i)}$, также как и T , – целое число.

Так как данное количество точек посчитано в совокупности для левой и правой части «колокола» нормального распределения, то для каждой стороны, в частности, общее количество точек будет выглядеть

$$T_{p,l(i)} = \frac{T_{p(i)}}{2}; \quad T_{p,r(i)} = T - T_{p,l(i)}$$

где $T_{p,r}$, $T_{p,l}$ – количество точек левых и правых подинтервалов распределения «колокола» соответственно.

Значения средних высот микровыступов h_{cp} , которые для 3-5 классов чистоты принимаются равными высоте неровностей R_z , а для 6-12 классов чистоты рассчитываются по формуле [15]

$$h_{cp} = 10^{-5.21 + 0.98 \cdot \lg Ra} / 1.25$$

Используя ранее полученное значение P_{abs} (1), находится значение h_{cp}

$$h_{cpl(i)} = h_{cp} P_{abs(i)},$$

где $h_{cpl(i)}$ – соответственно значения h_{cp} в левой части «колокола» нормального распределения.

В правой же части значения h_{cp} вычисляются по следующей формуле

$$h_{cpr(i)} = 2R_a - h_{cpl(i)}$$

Значения h_{cp} в подинтервалах вычисляются по линейному закону.

Для правой части

$$h_{cpr.inlet(k)} = h_{cpr(i)} + k \left(h_{cpr(i)} - h_{cpr(i+1)} \right) / T_{p,r(i)}$$

где k – номер точки внутри подинтервала, i – номера крайних точек подинтервалов, $T_{p,r(i)}$ – количество точек в данном интервале.

Для левой части

$$h_{cpl.inlet(k)} = h_{cpl(i)} - k \left(h_{cpr(i+1)} - h_{cpr(i)} \right) / T_{p,l(i)}$$

В результате расчёта по вышеописанному алгоритму получена профилограмма шероховатой поверхности, отображающая распределение h_{cp} по длине L , график которой проиллюстрирован на рис.5.

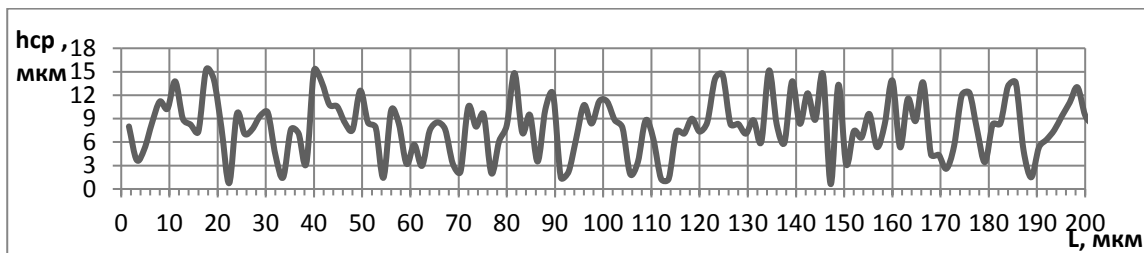


Рис.5. Модельная профилограмма шероховатой поверхности.

Для нахождения трехмерной модели выполняется расчёт значений h_{cp} . С учётом нормального распределений значений, получен массив данных, вид значений которого представляет собой координаты точек (x,y,z) . В дальнейшем данный массив точек помещается в среду трёхмерного проектирования SolidWorks, что позволяет в конечном итоге методом построения сплайновой поверхности по точкам получить модель шероховатой поверхности (рис.6).

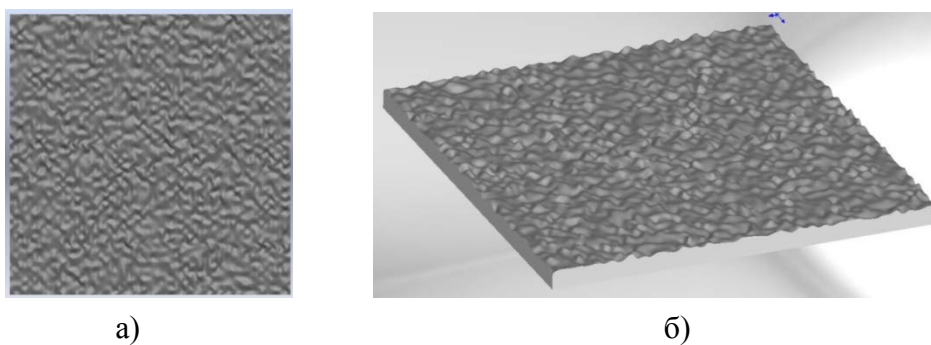


Рис.6. Результат трехмерного моделирования, вид сверху (а) и изометрия (б) ($R_a=0,42$ мкм, $L=250$ мкм).

Моделирование шероховатых поверхностей, прежде всего, позволяет нам с достаточной уверенностью судить о фактической площади контакта, образуемой в результате соприкосновения двух поверхностей. Обычно, формирование фактической площади контакта в основном базировалось на так называемых опорных поверхностях [3], включающих множество эмпирических коэффициентов, которые не применимы для композитных материалов.

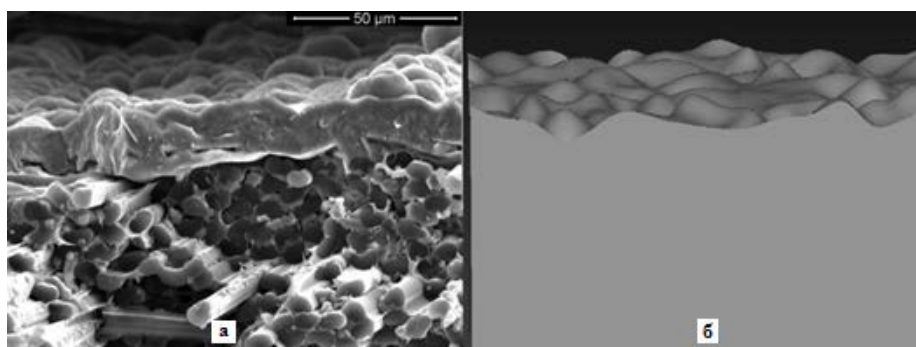


Рис.7. Сопоставление снимка реальной поверхности (а) с моделью шероховатости (б).

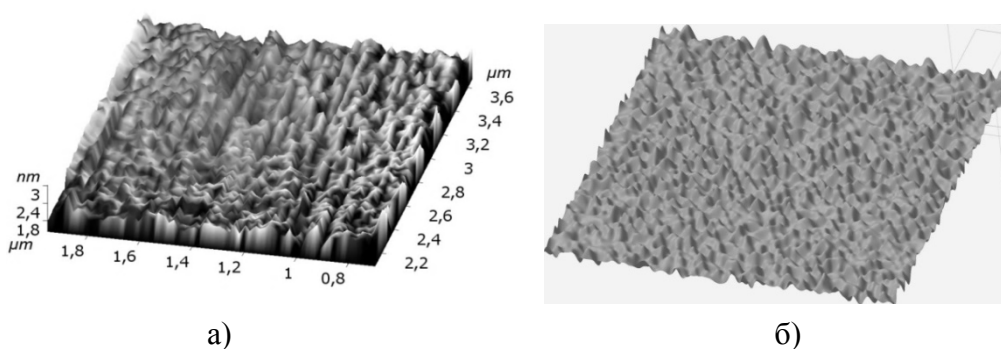


Рис.8. 3-х мерные образец (а) и модель (б) шероховатости поверхности.

Результаты проведенного моделирования, а также сопоставление со снимком среза углеродной поверхности, сделанным с помощью электронного микроскопа [16,17], и сопоставление с 3D-изображением реальной поверхности, показывают, что трёхмерная модель шероховатости поверхности (рис.7-8) достаточно достоверно описывает реальную модель.

Для реализации поставленной задачи по моделированию термического контактного сопротивления, использующего шероховатость поверхности как основную определяющую функцию, была сформирована статистическая база моделей различного класса поверхностей и материалов.

Используя базу моделей шероховатых поверхностей был произведен расчёт контактного термического сопротивления (КТС) для различных пар материалов, в том числе и композиционных, результаты расчетов которых подтверждают адекватность предложенного метода [18].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Приведенные результаты показывают, что известные модели шероховатостей поверхностей не достоверно описывают реальную микрогеометрию, что вносит существенную погрешность в задачах контактирования композитных материалов. В работе приведен новый метод построения шероховатой поверхности, который в дальнейшем, используя современные вычислительные комплексы, позволяет с высокой точностью решать контактные задачи, что является особо актуальным в контактных задачах создаваемых энергофизических установках и особенно космического назначения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Воробьев А.Г., Боровик И.Н., Казеннов И.С., Лахин А.В., Богачев Е.А., Тимофеев А.Н. Разработка ЖРД малой тяги с камерой сгорания из углерод-керамического композиционного материала // Вестник МАИ. – 2010. – Т.17. – №3. – С.135-143.
2. Данилкин В.А., Зорин В.А., Телицын Ю.С. Проектно-конструкторская разработка корпусов ракетных двигателей твердого топлива совмещенной схемы из композиционных материалов для баллистических ракет подводных лодок // Конструкции из композиционных материалов. – 2010. – №1. – С.3-8.
3. Демкин Н.Б., Рыжов Э.В.. Качество поверхности и контакт деталей машин. – М.: Машиностроение, 1981. – 224 с.
4. Витенберг Ю. Р.. Шероховатость поверхности и методы ее оценки. – Л.: Судостроение, 1971. – 108 с.
5. Найак П.Р.. Применение модели случайного поля для исследования шероховатости поверхности // Труды американского общества инженеров-механиков. – 1971. – Сер. №3. – С.305-333.
6. Семенюк Н.Ф. Сиренко Г.А. Описание топографии анизотропных шероховатых поверхностей трения с помощью модели случайного поля // Трение и износ. – 1980. –Т.1. – №6. – С.1010-1020.
7. Хусу А.П., Витенберг Ю.Р., Пальмов В.А. Шероховатость поверхностей, теоретико-вероятностный подход. – М.: Наука, 1971. – 340 с.
8. Шлыков Ю.П., Ганин Е.А., Царевский С.Н.. Контактное термическое сопротивление. – М.: Энергия, 1977. – 328 с.
9. Грязев В.М. Моделирование реальной поверхности детали // Известия ТулГУ. Технические науки. – 2013. – Вып.1. – С.192-200.
10. Лазарев В.Е., Грамм М.И., Лазарев Е.А. Математическая модель шероховатой поверхности контактного трибоспряжения // Вестник ЮУрГУ. – 2006. – №11. – С.54-58.

11. *Войнов К.Н., Ходаковский В.А., Шварц М.А.* Математическое моделирование шероховатых поверхностей // Трение, износ, смазка (www.tribo.ru). – 2009. – Т.12. – №41. – 9 с.
12. *Котельников В.А.* О пропускной способности эфира и проволоки в электросвязи // Успехи физических наук. – 2006. – Т.176. – №7. – С.762-770.
13. *Величко А.А., Илюшин В.А., Филимонова Н.И.* Влияние микронеровностей поверхности подложки Si(100) на морфологию поверхности эпитаксиальных слоев CaF₂ в низкотемпературном режиме роста // Научный вестник НГТУ. – 2010. – №3. – С.111-118.
14. *Герасимова О.Е., Борисов С.Ф., Проценко С.П.* Моделирование шероховатой поверхности // Математическое моделирование. – 2004. – Т.16. – №6. – С.40-43.
15. *Меснянкин С.Ю.* Методы расчёта и регулирования контактных термических сопротивлений / В Сборнике научных трудов «Тепловое проектирование систем». – М.: Изд-во МАИ, 1990. – С.78-86
16. *Лахин А.В., Богачев Е.А., Манухин А.В. и др.* Газофазное осаждение карбида кремния из метилсилана при относительно низких температурах и давлениях. // Известия вузов. Цветная металлургия. – 2006. – №1. – С.55-58.
17. *Морозов И.А.* Новые методы анализа изображений для исследования микроструктуры резин, наполненных техническим углеродом. // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2013. – Т.19. – №1. – С.74-86.
18. *Ежов А.Д.* Моделирование процессов в контактных узлах современных энергоустановок / 13-я Международная конф. «Авиация и космонавтика – 2014». Сборник тезисов докладов. – СПб.: Мастерская печати, 2014. – 712 с.

Поступила в редакцию 18 февраля 2015 года.

Сведения об авторах:

Ежов Алексей Дмитриевич – м.н.с., Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), г. Москва, Россия; e-mail: ezzhov@gmail.com
Меснянкин Сергей Юрьевич – к.т.н., доц., Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), г. Москва, Россия; e-mail: heat@mai.ru